



Phys. g.
493 ~~4~~

Vielle

Phys. g. 493 J

Lehrbuch der Physik.

Von

J. Violle,

Professor an der École Normale zu Paris.

Deutsche Ausgabe

von

E. Gumlich, W. Jaeger, St. Lindeck.

Zweiter Theil: Akustik und Optik.

Zweiter Band.

Geometrische Optik.

Mit 270 in den Text gedruckten Figuren.



Berlin.

Verlag von Julius Springer.

1897.

383 F

Verlag von Julius Springer in Berlin N.

Lehrbuch der Physik.

Von

J. Violle,

Professor an der École Normale zu Paris.

Deutsche Ausgabe von

E. Gumlich, W. Jaeger, St. Lindeck.

gr. 8. Vier Theile.

Erster Theil: Mechanik.

I. Band:

**Allgemeine Mechanik und Mechanik
der festen Körper.**

*Mit 257 in den Text gedruckten Figuren.
(XVI u. 496 S.)*

Preis brosch. M. 10,—; geb. M. 11,20.

II. Band:

**Mechanik der flüssigen und gas-
förmigen Körper.**

*Mit 309 in den Text gedruckten Figuren.
(XI u. 496 S.)*

Preis brosch. M. 10,—; geb. M. 11,20.

Zweiter Theil: Akustik und Optik.

I. Band: Akustik.

Mit 163 Textfiguren. (X u. 307 S.)

Preis brosch. M. 8,—; geb. M. 9,20.

II. Band: Geometrische Optik.

Mit 270 Textfiguren (VIII u. 367 S.)

Preis brosch. M. 8,—; geb. M. 9,20.

Band III: „Physikalische Optik“ sowie der dritte Theil: „Wärme“ und der vierte Theil: „Elektricität und Magnetismus“ werden alsbald nach Erscheinen des französischen Originals zur Ausgabe gelangen.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

Lehrbuch der Physik.

Von

J. Violle,

Professor an der École Normale zu Paris.

Deutsche Ausgabe

von

E. Gumlich, W. Jaeger, St. Lindeck.

Zweiter Theil: Akustik und Optik.

Zweiter Band.

Geometrische Optik.

Mit 270 in den Text gedruckten Figuren.



Berlin.

Verlag von Julius Springer.

1897.



Inhalt.

Geometrische Optik.

Erstes Capitel.

Geradlinige Fortpflanzung des Lichts.

	Seite
411. Geradlinige Fortpflanzung. — Schatten. — Dunkelkammer . .	310

Zweites Capitel.

Die Reflexion des Lichts.

I. Das Reflexionsgesetz.

412. Gesetz der Reflexion. — Theilung des Lichts zwischen zwei Medien. — Experimentelle Bestätigung. — a) Apparat von Silbermann. — b) Theodolit.	315
---	-----

II. Ebene Spiegel.

413. Eigenschaften der ebenen Spiegel. — Bild eines Punktes. — Bild eines Gegenstandes. — Anwendung des Spiegels	320
414. Messung von Winkeln. — 1. Messung eines ebenen Winkels; Methode von Poggendorf. — Sextant. — 2. Messung des Neigungswinkels zweier Flächen	324
415. Goniometer. — Goniometer von Fraunhofer. — Goniometer von Charles. — Goniometer von Babinet. — Goniometer von Wollaston	328
416. Heliostaten. — Heliostat von Fahrenheit. — Heliostat von s'Gravesande. — Heliostat von Gambey. — Heliostat von Silbermann. — Heliostat von Foucault. — Siderostat	334
417. Parallele Spiegel	347
418. Winkelspiegel. — Kaleidoskop. — Spiegelkammern	349

III. Sphärische Spiegel.

419. Eigenschaften der sphärischen Spiegel. — Reflexion an einer krummen Oberfläche. — Definitionen. — Bild eines Punktes. — Gewöhnliche Formel. — Andere Form. — Punkte ausserhalb der Hauptachse. — Bild einer geraden Linie. — Formel für die Vergrößerung. — Stärke. — Geometrische Construction. — Experimentelle Bestätigung. — Messung der Brennweite eines sphärischen Spiegels. — a) Hohlspiegel. — b) Convexspiegel. — Aberration. — Brennflächen. — Mängel der vorhergehenden Betrachtungen 355
420. Parabolische Spiegel. — Verfahren von Foucault 378
421. Cylindrische und conische Spiegel 383

Drittes Capitel.

Brechung.

I. Brechungsgesetz.

422. Brechungsgesetz. — Satz von Descartes. — Fermat'sche Regel. — Theoretische Bedeutung des Brechungsquotienten. — Experimentelle Bestätigungen. — a) Ptolemäus. — b) Kepler. — c) Descartes. — d) Newton. — Princip von der Reciprocität der Strahlen. — Folgerungen aus dem Brechungsgesetz. — Totale Reflexion. — Totalreflectirendes Prisma. — Leuchtende Fontainen 384

II. Platten.

423. Brechung durch eine ebene Fläche. — Brennfläche bei der Brechung 396
424. Brechung durch eine planparallele Platte. — Keine Ablenkung. — Prüfung einer Platte auf Parallelismus der beiden Flächen. — Prüfung einer Fläche auf Ebenheit. — Verschiebung. — Näherung 400
425. Brechung durch zwei oder mehr parallele Platten. — Atmosphärische Strahlenbrechung 402

III. Prisma.

426. Brechung durch ein Prisma. — Definitionen. — Formeln. — Einfluss des Brechungsquotienten. — Einfluss des brechenden Winkels. — Bedingung für das Austreten eines Strahls. — Einfluss des Einfallswinkels. — Minimum der Ablenkung. — Brennpunkt des Prismas. — Brechung in einer zum Hauptschnitt schiefen Richtung 403

IV. Linsen.

427. Brechung durch eine sphärische Oberfläche von kleiner Öffnung 413
428. Brechung durch ein System centrirter sphärischer Oberflächen. — Erhaltung der Homocentricität. — Unendlich dünne Linsen.

— Unendlich dünne Linsen in Luft. — Allgemeine Eigenschaften eines beliebigen, centrirten Systems. — Linsen, deren Dicke nicht vernachlässigt werden darf. — Verbindung zweier optischen Systeme. — Äquivalente Linse	419
429. Experimentelle Bestimmung der charakteristischen Elemente eines optischen Systems. — Messung der Stärke einer dünnen Linse. — Bestimmung der Hauptelemente eines optischen Systems	444
430. Aberration. — Brechung durch eine Kugelfläche. — Bedingung für den Aplanatismus. — Aberration bei zwei Kugelflächen. — Combination von mehreren Linsen. — Mangin's Scheinwerfer. — Fresnel'sche Linsen (Treppenlinsen) — Fehler der grossen Bilder	453
431. Allgemeine Eigenschaften eines Lichtbündels. — Satz von Malus. — Sturm'scher Satz	468
432. Cylinderlinsen	472

Viertes Capitel.

Dispersion.

I. Zusammengesetzte Natur des weissen Lichts.

433. Versuche von Newton. — Fundamentale Erscheinung. — Erklärung von Newton. — Zusammengesetzte Natur des weissen Lichts. — Beziehung zwischen Farbe und Brechbarkeit. — Sonnenspectrum. — Beweise für die Newton'sche Erklärung. — a) Polyprisma. — b) Totalreflexion. — c) Linsen. — Das vom Prisma zerlegte Licht ist nicht mehr zusammengesetzt. — a) Versuch mit den gekreuzten Prismen. — b) Unveränderlichkeit eines isolirten Strahlenbündels. — c) Beleuchtung mit monochromatischem Lichte. — Wiedervereinigung zu weissem Lichte. — a) Zusammensetzung durch sieben Spiegel. — b) Wiedervereinigung durch Prismen. — c) Wiedervereinigung durch Linsen. — d) Wiedervereinigung durch physiologische Wirkungen. — Verfahren zur Erzielung eines reinen Spectrums. — Fraunhofer'sche Linien	476
434. Das Spectroscop. — Geschichte des Spectroscops. — Spectroscop von Kirchhoff und Bunsen. — Theoretische Untersuchung des Apparats. — Spectroscop mit mehreren Prismen. — Geradsichtige Spectroscopie. — Spectroscop von Thollon. — Spectroscopische Scalen	493
435. Untersuchung der verschiedenen Lichtquellen. — Erweiterung der Untersuchungen über die Zerlegung des Lichts. — Emissionsspectren. — Zwei Arten von Emissionsspectren. — Continuirliche Spectren der Flüssigkeiten und festen Körper. — Discontinuirliche Spectren der Dämpfe und Gase. — Verschiedene Mittel zur Verflüchtigung der Körper, um ihre Spectren zu erhalten. — a) Flammen. — b) Electriche Entladungen. — Spectralanalyse. — Metallspectra. — Spectra der Metalloide. — Absorptionsspectra. — Absorption durch Gase. — Tellurische Linien. — Sonnenlinien. — Kirchhoff's Theorie. — Umkehrung	

der Linien. — Willkürlich umkehrbare Linien. — Typus des Wasserstoffs. — Kurze und lange Linien. — Tafeln des Sonnenspectrums. — Tabelle der hauptsächlichsten Linien. — Resultate der Spectralanalyse in Betreff der Zusammensetzung der Gestirne. — Resultate der Spectralanalyse in Bezug auf die Bewegung der Gestirne. — Absorption durch Flüssigkeiten und feste Körper	506
---	-----

II. Messung der Brechungsexponenten.

436. Messung der Brechungsexponenten mit Hülfe von Prismen. — Hauptmethode. — Bestätigung des Brechungsgesetzes. — Messung der Brechungsexponenten fester und flüssiger Körper. — Brechungsexponenten der Gase. — Messungen von Biot und Arago. — Messungen von Dulong. — Versuche von Le Roux	549
437. Messung der Brechungsexponenten durch totale Reflexion. — Verfahren von Wollaston. — Verallgemeinerung dieses Verfahrens. — Grenzcurve. — Apparat von F. Kohlrausch. — Refractometer von Soret. — Beobachtung im durchfallenden Licht. — Messung der Brechungsexponenten von Flüssigkeiten. — Totalreflectometer von Pulfrich. — Refractometer von Bertrand	558
438. Messung der Brechungsexponenten planparalleler Platten. — Verfahren von Chaulnes	565
439. Resultate. — Gase. — Flüssigkeiten. — Feste Körper	566

III. Achromatismus.

440. Chromatische Aberration. — Zerlegung des Lichts durch eine Linse. — Geschichte des Achromatismus. — Achromatische Linsen. — Achromatische Prismen. — Diasporameter: Boscowitsch, Rochon, Brewster. — Secundäres, tertiäres Spectrum	577
--	-----

IV. Farben.

441. Zusammensetzung der Farben. — Newton'scher Kreis. — Grundfarben. — Untersuchung der Spectralfarben	585
---	-----

Fünftes Capitel.

Optische Instrumente.

I. Das Auge.

442. Das Auge. — Physikalische Beschreibung. — Theoretische Betrachtung: Listing, Volkmann. — Physikalische Theorie des Sehens. — Deutliches Sehen. — Accomodation: Bilder von Sanson. — Verschiedene Arten des Sehens. — Astigmatismus. — Aberration. — Binoculares Sehen — Stereoscop	590
---	-----

II. Optische Instrumente.

443. Allgemeine Eigenschaften. — Stärke. — Vergrößerung. — Auflösungsvermögen. — Lichtstärke. — Gesichtsfeld	606
--	-----

444. Lupe. — Princip. — Stärke. — Vergrößerung. — Auflösungsvermögen. — Lichtstärke. — Gesichtsfeld. — Lupen mit Diaphragma. — Zusammengesetzte Lupen. — Lupe von Stanhope. — Zusammengesetzte Oculare. — Positives Ocular von Ramsden. — Negatives Ocular von Huyghens (Campani)	612
445. Mikroskop. — Princip. — Stärke. — Vergrößerung. — Blende. — Ocularkreis. — Lichtstärke. — Einzelheiten der Construction. — Objectiv. — Ocular. — Montirung. — Scheinbarer Verlust der Accomodationsfähigkeit des Auges beim Beobachten durch das Mikroskop. — Mikroskop für photographische Zwecke. — Messung der Stärke. — Camera lucida. — Bestimmung des Auflösungsvermögens	621
446. Astronomisches Fernrohr (Kepler'sches Fernrohr). — Princip. — Vergrößerung. — Gesichtsfeld. — Ocularkreis. — Lichtstärke. — Auflösungsvermögen. — Einzelheiten der Construction. — Objectiv. — Ocular. — Terrestrisches Fernrohr. — Messung der Vergrößerung. — Messung des Auflösungsvermögens. — Photographisches Fernrohr	638
447. Galilei'sches Fernrohr. — Princip. — Vergrößerung. — Ocularkreis. — Gesichtsfeld. — Lichtstärke. — Einzelheiten der Construction. — Gebrauch. — Lupe von Chevalier oder Brücke. Umgekehrtes Fernrohr	650
448. Teleskop. — Princip. — Teleskop von Newton, Herschel, Gregory, Cassegrain, Foucault	657
449. Geschichte der optischen Instrumente	661
450. Projectionsapparate und photographische Objective. — Allgemeine Methode der Projection. — Sonnen-Mikroskop. — Projectionsapparate von Duboscq. — Ophthalmoskop, Augenspiegel. — Dunkelkammer. — Photographische Objective . .	668

Berichtigung.

S. 328 lies statt Goniometer: 415. Goniometer.

S. 334 „ „ 415. Heliostaten: 416. Heliostaten.

Optik.

Unter allen physikalischen Theorien zeichnet sich diejenige des Lichts durch ihren festen Aufbau aus; und doch ist sie nicht leicht zu behandeln. Auf Grund der bewundernswerthen Arbeiten von Fresnel herrscht zwar die Wellentheorie unumschränkt; trotzdem „wollen wir nicht ausgehen von einer vollständigen, in einer Anzahl von Postulaten zusammengefassten Hypothese über die Natur der Lichtschwingungen und über die Beschaffenheit des Mediums, in dem sich das Licht fortpflanzt, um daraus die ganze Reihe der optischen Erscheinungen abzuleiten“.¹⁾

Heutzutage wäre eine derartige synthetische Methode noch weniger gerechtfertigt, als vor 25 Jahren. Wenn nämlich auch die Fresnel'sche Theorie mit einigen unwesentlichen Verbesserungen über fast alle zur Zeit bekannten Erscheinungen Rechenschaft giebt, so hat man sich gleichwohl auch noch andere Vorstellungen vom Wesen des Lichts gebildet, auf die wir eingehen müssen. Da wir es also mit mehreren möglichen Erklärungsweisen zu thun haben, so lässt sich eine Wahl unter ihnen nur durch eine Discussion treffen, welche die Gesammtheit der Erscheinungen als bekannt voraussetzt und deshalb besser am Ende als am Anfang eines Lehrbuches der Optik ihren Platz findet.

Wir wollen vielmehr mit einer Besprechung derjenigen That-sachen beginnen, die sich ohne jede Hypothese über die Natur des Lichts, nur mit Hülfe einfacher geometrischer Betrachtungen, behandeln lassen, weshalb dieser Theil unserer Wissenschaft gewöhnlich auch als *geometrische Optik* bezeichnet wird.

Unter *physikalischer Optik* versteht man im Besonderen die methodische Behandlung derjenigen Erscheinungen, die zu ihrer Erklärung der Wellentheorie bedürfen und gleichzeitig gestatten, jene Theorie mehr und mehr zu präcisiren.

¹⁾ Verdet, *Optique physique* I, 69; Paris, Masson, 1869; deutsche Bearb. von K. Exner, Braunschweig 1881—83.

Geometrische Optik.

Erstes Capitel.

Geradlinige Fortpflanzung des Lichts.

411. Geradlinige Fortpflanzung. — Wenn eine Lichtquelle S dem Auge O durch einen *undurchsichtigen* Schirm E verdeckt wird, so genügt es, den Schirm bis zur Freilegung der geraden Linie SO zu verschieben, um das Licht von O aus zu

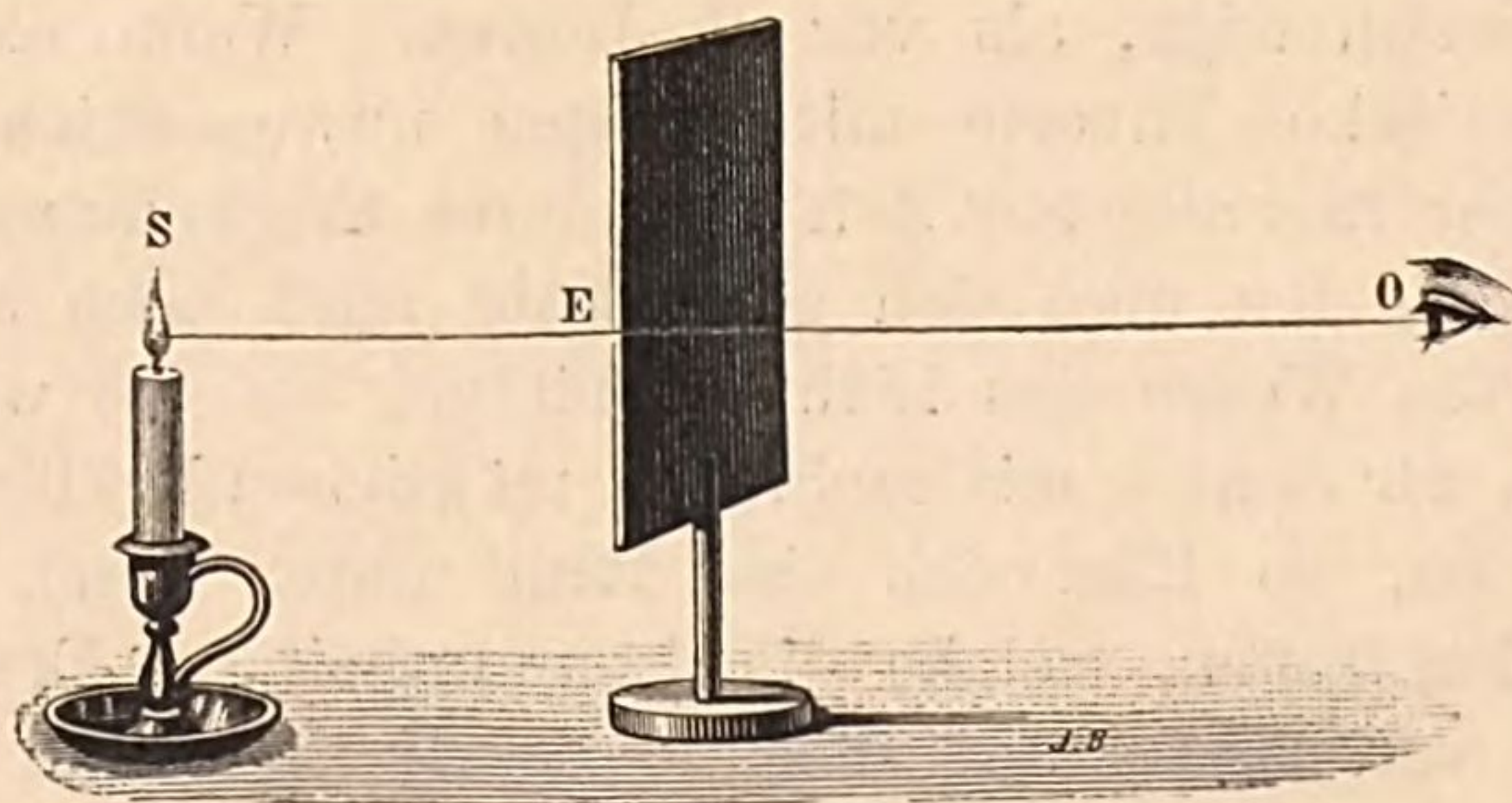


Fig. 164.

sehen. Diese bekannte Erfahrungsthatsache ist zum Princip erhoben worden. Wir nehmen also unter Vorbehalt einer späteren Discussion an, dass sich das Licht in einem homogenen Medium in gerader Linie fortpflanzt. Jede solche Gerade heisst ein Strahl.

Mit Hülfe dieses Principes lassen sich die Schatten und die Erscheinungen in der Dunkelkammer (*camera obscura*) leicht erklären.

Schatten. — Befindet sich ein Körper in der Nähe eines leuchtenden Punktes, so ist der beleuchtete Theil offenbar durch die Curve begrenzt, in welcher den Körper ein von dem leuchtenden Punkt ausgehender, den Körper einhüllender Kegel berührt

(Fig. 165); der Theil des Raumes, der sich im Innern dieses *Schattenkegels* jenseits der Berührungcurve befindet, ist vollkommen dunkel (*Kernschatten*).

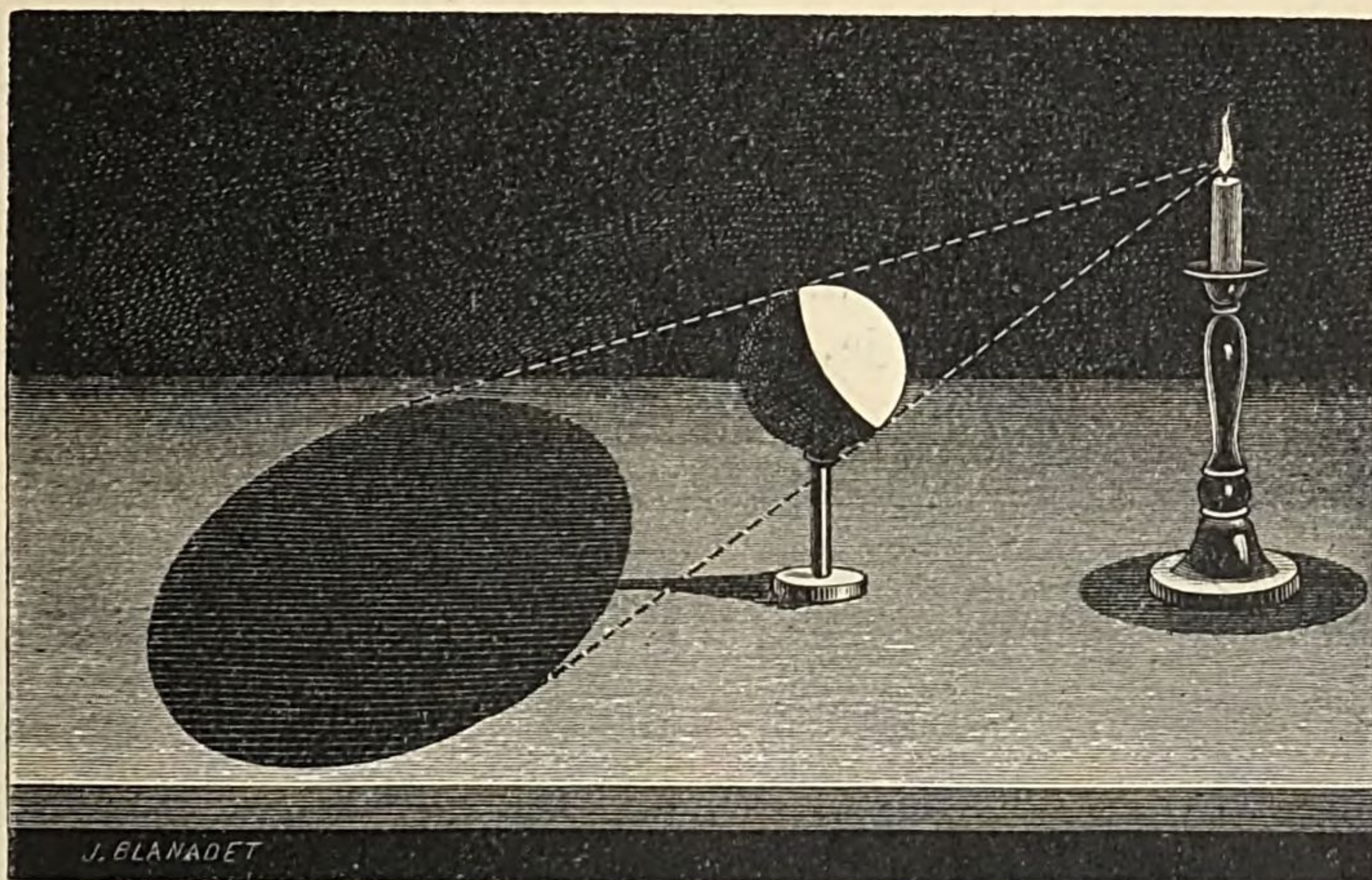


Fig. 165.

Wenn die Lichtquelle eine merkliche Ausdehnung hat, so ist, abgesehen von dem Kernschatten, ein *Halbschatten* vorhanden, welcher durch denjenigen die Lichtquelle und den Körper tangirenden Kegel begrenzt wird, dessen Spitze, im Gegensatz zu der des

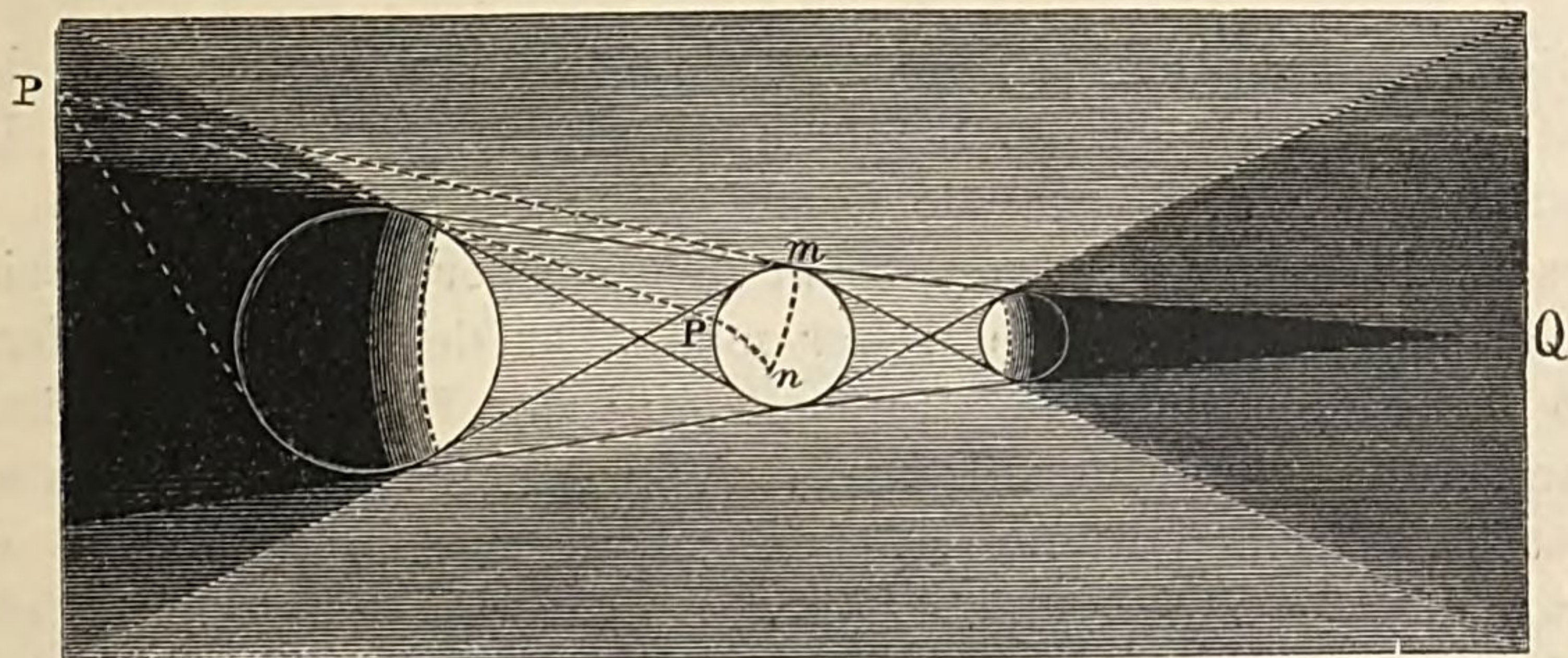


Fig. 166.

ersten Kegels, *zwischen* Lichtquelle und bestrahltem Körper liegt; für diejenigen Punkte des Raumes, die in diesem Kegel jenseits seiner Berührungcurve mit dem Körper, aber ausserhalb des Kernschattens liegen, findet ein continuirlicher Übergang von vollständiger Dunkelheit zur völligen Helligkeit statt.

Fig. 166 zeigt die Vertheilung von Kernschatten und Halbschatten für zwei Kugeln, die von einer kugelförmigen Lichtquelle beleuchtet werden; die eine der Kugeln ist grösser als der Licht ausstrahlende Körper, die andere kleiner.

In dem ersten Fall, der uns häufig bei künstlichen Lichtquellen begegnet, sieht ein in P befindliches Auge den Theil $mnpn'$ der leuchtenden Kugel (Fig. 167); ein in P aufgestellter Schirm empfängt Licht nur von diesem Theil. Die Ausdehnung des Halbschattens wird um so geringer, und folglich der Kernschatten um so ausgeprägter sein, je kleiner die Lichtquelle und je näher

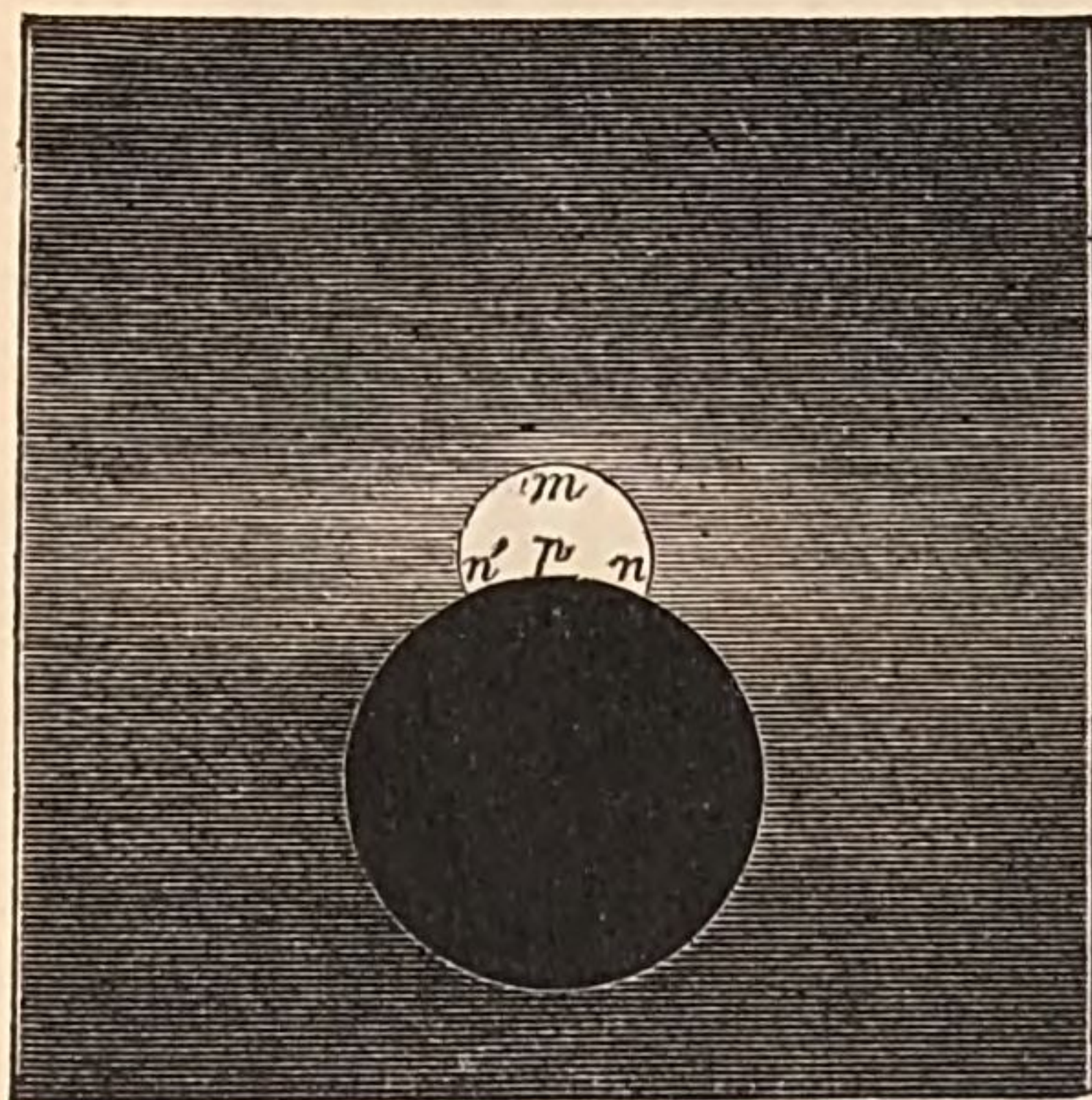


Fig. 167.

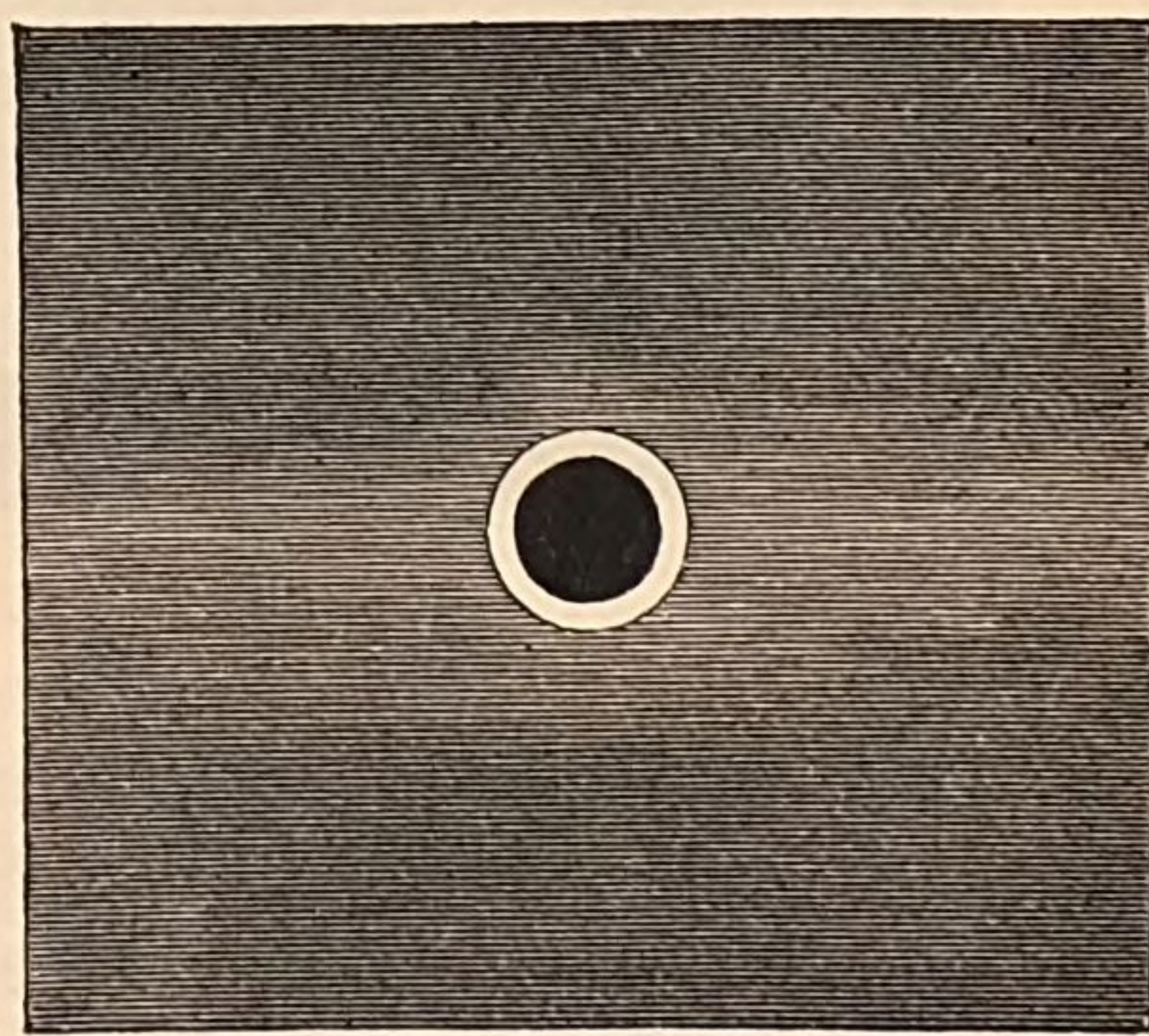


Fig. 168.

der Schirm ist. Der in der rechten Hälfte von Fig. 166 dargestellte Fall tritt bei der Beleuchtung durch die Sonne ein. Der Schatten, den ein durch die Sonne bestrahlter Körper wirft, ist sehr scharf begrenzt und auf einem dem Körper genäherten Schirm deutlich zu erkennen; je weiter man aber den Schirm entfernt, desto mehr überwiegt der Halbschatten; der Kernschatten nimmt ab und verschwindet schliesslich. Von einem in dem Schattengebiet befindlichen Punkt aus sieht man um so mehr von der Lichtquelle, je mehr man sich von dem Kernschatten entfernt. Im Unterschied zu dem ersten Fall kann indessen hier die Lichtquelle auch als ein den Schatten werfenden Körper umgebender leuchtender Ring erscheinen (Fig. 168), wenn sich nämlich der Beobachter jenseits der Spitze des Kegels im Punkt Q befindet (Fig. 166).

Durch diese Betrachtungen erklären sich die *Finsternisse*.

Hinter der Erde erstreckt sich ihr Kernschatten viel weiter, als der Halbmesser der Mondbahn beträgt (Fig. 169). Bei Vollmond

kann der Mond von diesem Schattenkegel getroffen werden und bei den grossen Dimensionen des Kegels vollkommen darin verschwinden. Auf diese Weise entstehen, wenn die Erde sich zwischen Sonne und Mond befindet, Mondfinsternisse, und zwar par-



Fig. 169.

tielle, wenn der Mond nur theilweise, totale Verfinsterungen, wenn er vollständig in den Erdschatten eintritt.

Ebenso kann der Kernschatten des Mondes (bei Neumond) die Erde treffen, und zwar fällt die Spitze des Schattenkegels je nach

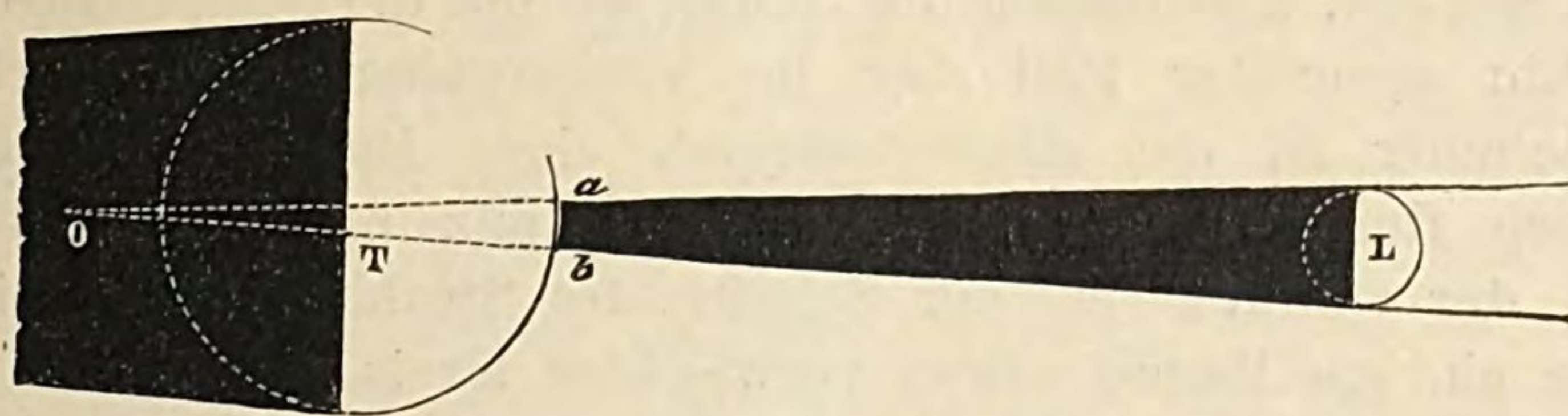


Fig. 170.

den Umständen entweder über die Erde hinaus (Fig. 170), oder sie erreicht dieselbe nicht ganz (Fig. 171). Kommt der Mondschatten bis auf die Erde, so haben alle Punkte, die in dieses Gebiet fallen, eine totale Sonnenfinsterniss. Wenn nur die Verlängerung des

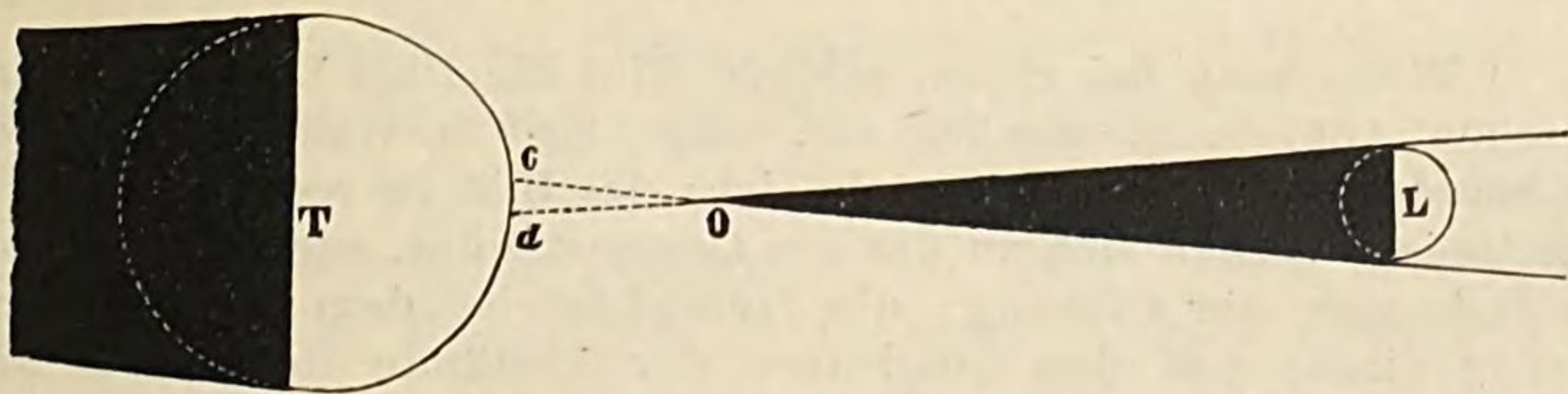


Fig. 171.

Schattenkegels die Erde trifft, so ist die Finsterniss ringförmig für alle Punkte, die nach und nach in dieses Bereich eintreten. Auf beiden Seiten der schmalen Zone, von der aus eine totale oder ringförmige Sonnenfinsterniss sichtbar ist, erstreckt sich ein weites Gebiet partieller Finsterniss, die um so unbedeutender wird, je mehr man sich der Grenze des Halbschattenkegels nähert, und die darüber hinaus vollständig verschwindet.

Dunkelkammer (camera obscura). — Wenn Lichtstrahlen, die von hell beleuchteten Gegenständen ausgehen, durch eine enge Öffnung in eine Dunkelkammer eintreten, so liefern sie auf einem der Öffnung gegenüber aufgestellten, weissen Schirm ein umgekehrtes Bild dieser Gegenstände. Betrachtet man nämlich jeden Punkt des Gegenstandes als die Spitze eines der Öffnung umschriebenen Strahlenkegels, der auf dem Schirm einen kleinen Lichtfleck erzeugt, so sieht man unmittelbar ein, wie das Bild zu Stande kommt, und dass es nicht vollkommen scharf sein kann. Die Form der Öffnung hat, so lange die Öffnung nur sehr klein ist, keinen merklichen Einfluss, wenigstens, wenn man von den Randpartien absieht.¹⁾

Die schon im Alterthum bekannte Dunkelkammer lieferte Leonardo da Vinci²⁾ die richtige Vorstellung von der Rolle, die das Auge beim Sehen spielt. Porta³⁾ ersetzte die enge Öffnung durch eine grosse Linse,⁴⁾ und erhöhte dadurch, wie wir später sehen werden, gleichzeitig die Helligkeit und die Schärfe des Bildes.

Ein specieller Fall der im Vorhergehenden beschriebenen Erscheinung ist das Hindurchtreten eines Bündels von Sonnenstrahlen durch eine enge Öffnung. Ganz unabhängig von der Form der Öffnung ist der Schnitt des Strahlenkegels mit einer Ebene ein am Rande etwas verwischter Kreis oder eine Ellipse, je nachdem die auffangende Ebene senkrecht zu dem Strahlenbündel steht oder schräg dagegen geneigt ist. Jedermann weiss, dass das durch das dichte Laub eines Baumes hindurchfallende Sonnenlicht auf dem Boden kreisförmige oder elliptische Flecken zeichnet. Während einer Sonnenfinsterniss nehmen diese Flecken sichelförmige Gestalt an, und zwar um so deutlicher, je vollständiger die Finsterniss ist.

¹⁾ Wenn man bei einem solchen Bild die fünf Eigenschaften einer optischen Abbildung, nämlich Art, Lage, Grösse, Helligkeit und Schärfe auseinanderhalten will, so ergibt sich: das Bild ist reell und umgekehrt; seine Grösse verhält sich zu der des Gegenstandes, wie die beiderseitigen Abstände von der Öffnung; die Helligkeit ist dem Flächeninhalt der Öffnung direkt und den Quadraten der Abstände des Bildes und des Gegenstandes von der Öffnung umgekehrt proportional; die Schärfe ist schliesslich um so grösser, je kleiner die Öffnung und je weiter der Gegenstand entfernt ist.

²⁾ Leonardo da Vinci (1452—1519). Oeuvres manuscrites.

³⁾ Giambattista della Porta, *Magia naturalis*, 2. Auflage 1589. Die erste Auflage dieses Buchs, das Porta im Alter von 15 Jahren schrieb, erschien zu Neapel im Jahre 1553 und wurde 1558 wieder abgedruckt; 1564 erschien ein Neudruck in Antwerpen. Das Buch wurde in alle Sprachen übersetzt.

⁴⁾ Vgl. jedoch Poggendorff, *Handwörterbuch* II, 505; Leipzig, 1863. — L.

Zweites Capitel.

Die Reflexion des Lichts.

I. Das Reflexionsgesetz.

412. Gesetz der Reflexion. — *Theilung des Lichts zwischen zwei Medien.* — Wenn ein Lichtstrahl, der sich in einem Medium fortpflanzt, auf ein zweites Medium trifft, so tritt eine Theilung des Lichts zwischen diesen beiden Medien ein; während nämlich ein Theil in das zweite Medium eindringt, wo es einen neuen Weg verfolgt (*Brechung, Refraction*), kehrt der Rest in das erste Medium zurück. Dieser Rest zerfällt selbst wieder in zwei Theile, deren Grössenverhältniss von dem Grade der Politur abhängt, welchen die Trennungsfläche der beiden Medien aufweist. Wäre diese Fläche vollkommen glatt, so würde alles Licht, das in das erste Mittel zurückkehrt, einer einzigen, vollkommen bestimmten Richtung folgen (*Zurückwerfung, Reflexion*); eine vollständig rauhe Fläche würde dagegen das Licht nach allen Richtungen hin senden (*Zerstreuung, diffuse Reflexion*);¹⁾ im Allgemeinen werden die beiden Erscheinungen gleichzeitig auftreten.

Betrachten wir zuerst die Zurückwerfung des Lichts.

Diese Erscheinung musste schon dem ersten Menschen auffallen, der sein Spiegelbild in ruhigem Wasser erblickte. Doch die natürlichen Spiegel genügten nicht lange; schon in dem Exodus sind künstliche Spiegel erwähnt, und in den ältesten ägyptischen Gräbern hat man solche gefunden; zunächst benutzte man Metallspiegel (Bronze oder Silber), bisweilen auch solche aus Obsidian, während Glas erst in späteren Zeiten verwandt wurde; mit Zinnfolie belegte Spiegel sind verhältnissmässig jüngeren Ursprungs,

¹⁾ Durch das an ihrer Oberfläche zerstreute Licht werden die Körper überhaupt erst sichtbar.

und das Versilbern auf chemischem Wege gehört der Neuzeit an. Frühzeitig benutzte man auch schon die Reflexion an krummen Oberflächen; in den ersten Tagen von Rom soll Numa das heilige Feuer der Vesta mit Hülfe von Sonnenstrahlen, die durch einen Brennspiegel concentrirt waren, wieder angezündet haben. Die Kenntniss dieser Thatsachen führte die alten Philosophen darauf, die Regeln vom Entstehen der Spiegelbilder zu ergründen. In der That enthält die *Katoptrik* (*κατὰ* hinein, *ὄπτομαι* sehen) des Euklid (300 v. Chr.) das berühmte Reflexionsgesetz (vgl. 350):

Der einfallende und der reflectirte Strahl liegen in einer und derselben, zu der reflectirenden Oberfläche senkrechten Ebene und bilden gleiche Winkel mit dem Loth im Einfallspunkt (dem Einfallslot).

Der reflectirte Strahl IR (Fig. 172) liegt in der *Einfallsebene*, die durch den einfallenden Strahl SI und das Einfallslot IN bestimmt ist; der *Reflexionswinkel* RIN ist gleich dem *Einfallswinkel* SIN .

Hero von Alexandrien fügte die wichtige Bemerkung hinzu, dass das Licht bei der Reflexion den kürzesten Weg verfolgt, den man unter Berührung des Spiegels vom Ausgangspunkt des Lichts bis zum Endpunkt einschlagen kann.

Es lässt sich in der That leicht beweisen, dass das vom Punkt S ausgehende Licht, wenn es auf dem kürzesten Weg

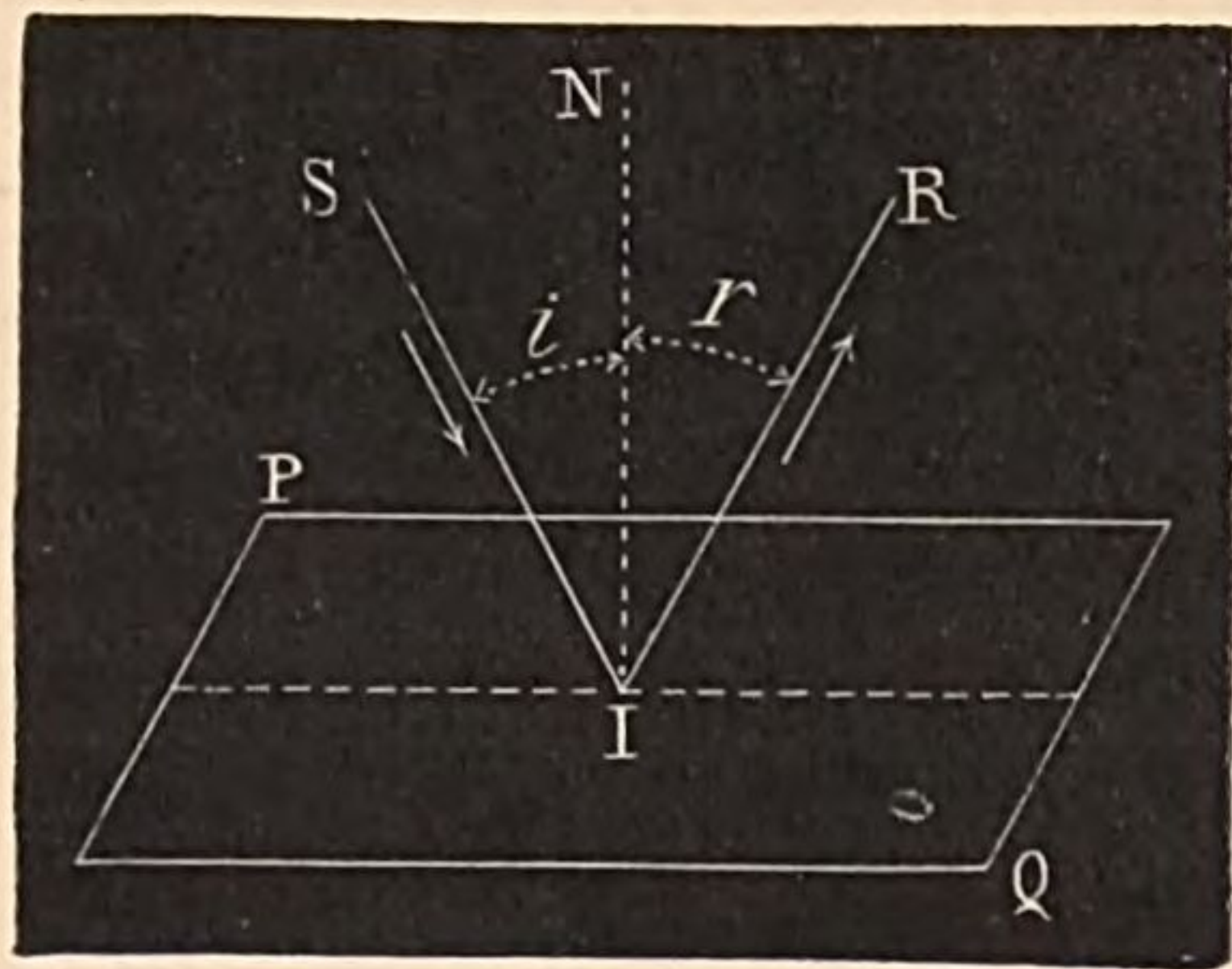


Fig. 172.

unter Berührung des ebenen¹⁾ Spiegels PQ nach dem Punkt R gelangen soll, genau den vom Reflexionsgesetz vorgeschriebenen Weg verfolgen muss. AB (Fig. 173) sei die Projection von SR auf die Ebene PQ . Wir wollen nun zuerst zeigen, dass der kürzeste Weg vollständig in der zum Spiegel PQ normalen Ebene SAB enthalten sein muss. Nimmt man nämlich an, der Lichtstrahl träfe den Spiegel in einem Punkte

G ausserhalb von AB , so könnte man von G aus auf AB das Loth GK fällen und ferner die zu KG senkrechten Linien SK und KR ziehen; offenbar kann nun der Weg SGR nicht der kürzeste sein, da jede der Hypotenusen SG und GR länger ist als die zugehörige Kathete SK und KR .

¹⁾ Wenn die Oberfläche nicht eben ist, so bleibt das Theorem doch ganz allgemein richtig; nur in einigen, sehr speciellen Fällen kann es seine Gültigkeit verlieren. Levistal, Ann. de l'Éc. norm. 4, 195; 1868.

Wir haben also nur auf der Linie AB einen solchen Punkt I zu suchen, dass $SI + IR$ ein Minimum wird. Setzt man $SA = a$, $RB = b$, $AB = d$ und $AI = x$, so muss, damit $\sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (d - x)^2}$ ein Minimum ist, die Derivirte dieses Ausdrucks (der kein endliches Maximum haben kann) gleich Null sein, oder

$$\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{d - x}{\sqrt{b^2 + (d - x)^2}}.$$

Die linke Seite dieser Gleichung ist aber nichts anderes als der Sinus des Einfallswinkels i und die rechte Seite der Sinus des

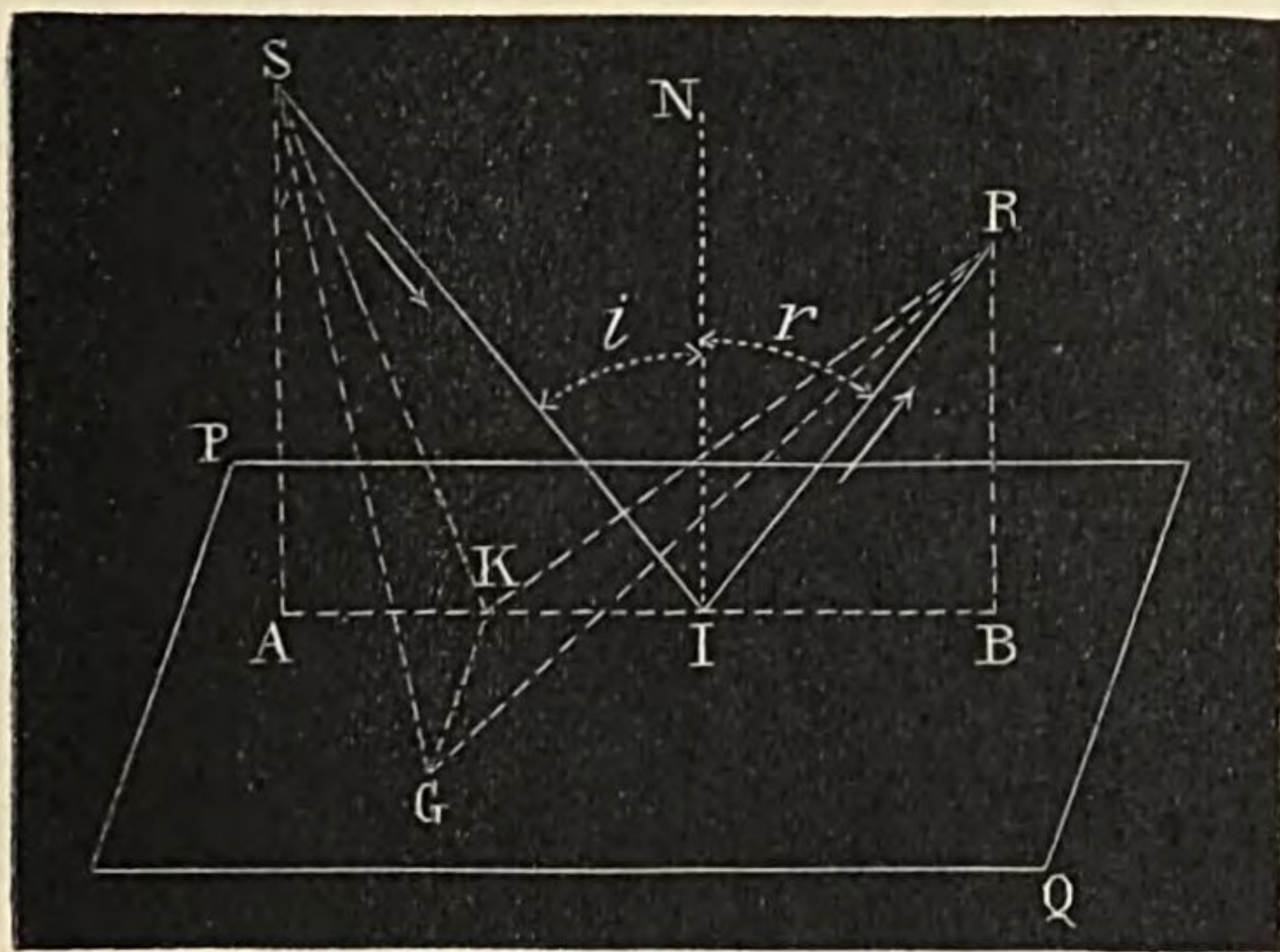


Fig. 173.

Reflexionswinkels r , und da die Winkel i und r nothwendig kleiner sind als 90° , so kommt die vorstehende Bedingung auf den zweiten Theil des Reflexionsgesetzes

$$i = r$$

hinaus.

Experimentelle Bestätigung. — a) *Apparat von Silbermann.* Der Apparat, mit welchem man in Vorlesungen die Richtigkeit des Reflexionsgesetzes zu beweisen pflegt, besteht aus einem verticalen Theilkreis $MBNB'$ (Fig. 174), in dessen Centrum ein Spiegel A horizontal befestigt ist; auf der Theilung lassen sich die Alhidaden S und R verschieben. Das Licht fällt von dem Spiegel m erst auf eine im Diaphragma o befindliche kleine Öffnung, dann auf ein zweites Diaphragma und bildet so ein schmales Strahlenbündel oc in der Richtung der Alhidade S . Nach der Reflexion am Spiegel A wird das Bündel nach co' geworfen und tritt aus der Öffnung o' des Diaphragma d der zweiten Alhidade R aus, wenn diese mit der Verticalen den gleichen Winkel einschliesst, wie die erste Alhi-

dade. Die Figur stellt den von Silbermann construirten Apparat dar; in einer anderen Ausführung sind die beiden Alhidaden durch zwei Stäbe verbunden, so dass ein in Gelenken

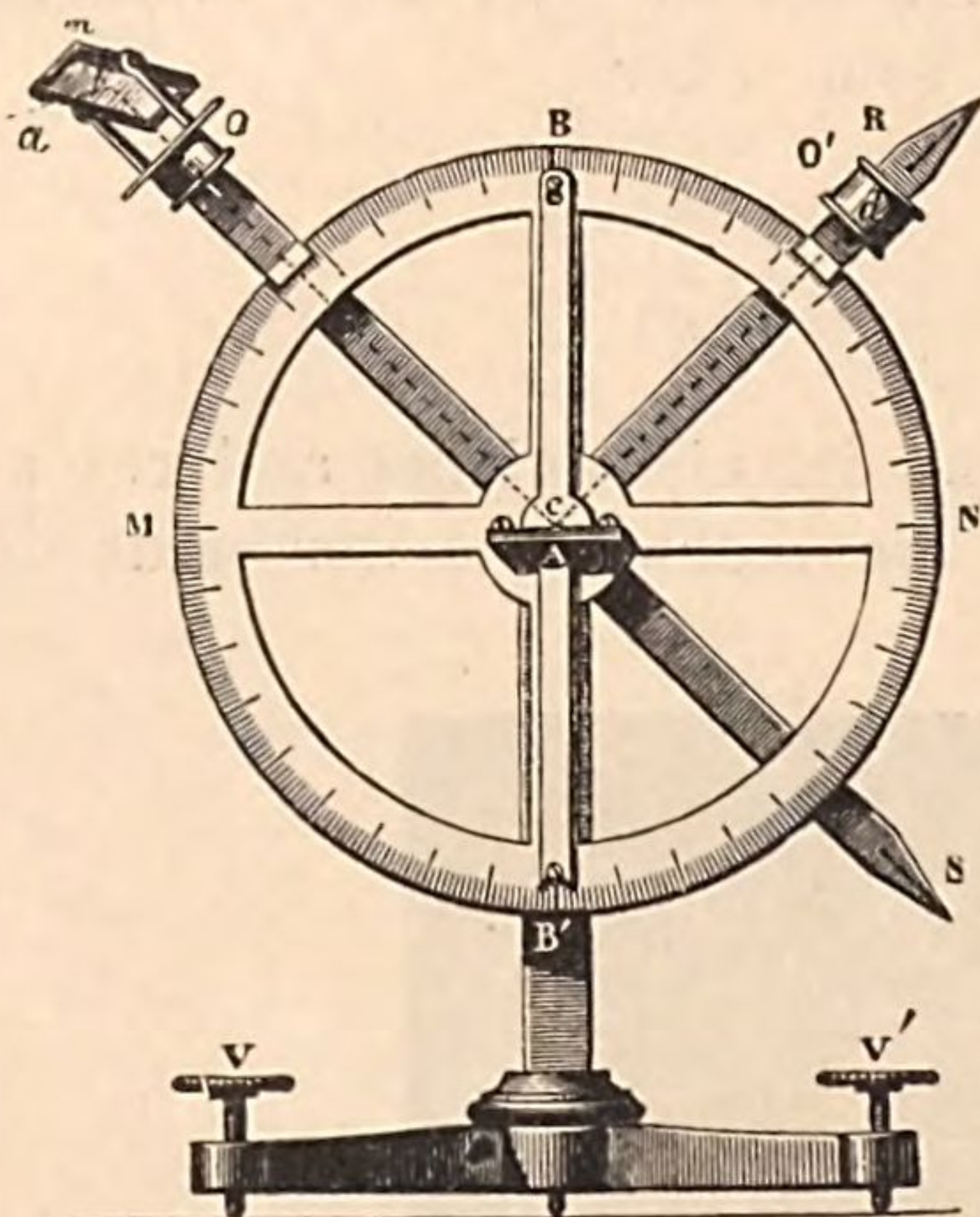


Fig. 174.

bewegliches Parallelogramm entsteht, dessen eine Ecke auf dem Lineal cB gleitet. Da dann die Winkel ocB und Bco' stets gleich sind, welches auch die durch die Alhidade S bestimmte Richtung des einfallenden Strahles sein mag, so hat der reflectirte Strahl immer die Richtung der Alhidade R .¹⁾

b) *Theodolit*. — Einen viel genaueren Beweis erhält man, wenn man mittels eines Theodoliten die Zenithdistanz z eines Sterns erst direct und dann durch Reflexion in einem Quecksilberhorizont bestimmt.

Der Theodolit besteht im Wesentlichen aus einem auf dem verticalen Theilkreis A beweglichen Fernrohr G ; dieser Theilkreis A kann sich seinerseits um die senkrechte Achse C drehen, die einen horizontalen Theilkreis E trägt. Das Gegengewicht D dient zum Ausbalanciren des beweglichen Systems, und mit Hülfe des an dem Fusse des Instruments angebrachten Fernrohrs H lässt sich bestimmen, ob während einer Versuchsreihe die Richtung der Achse dieselbe geblieben ist.

Zum Justiren des Apparates richtet man zuerst mit der Libelle F die Achse C vertical, wie wir es bei der Beschreibung des Kathetometers gesehen haben (112); dann hat man den Theilkreis A senkrecht zu stellen; da aber dieser Kreis der Construction des Instrumentes gemäss auf der Achse B , die mit ihm fest verbunden ist, senkrecht steht, so hat man lediglich diese Achse horizontal zu orientiren. Zu diesem Zweck bedient man sich einer beweglichen, mit zwei gabelförmigen Ansätzen versehenen Libelle, welche auf zwei cylindrische Stücke der Achse B von

¹⁾ Betreffs der Apparate von Szymański und Hartl, welche die optischen Fundamentalversuche über Reflexion und Brechung einem grossen Zuhörererkreis in anschaulicher Weise vorzuführen erlauben, vgl. Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterr. 2, 62; 7, 107 und 9, 113. — L.

gleichem Durchmesser¹⁾ aufgesetzt werden kann und verfährt dann in derselben Weise, wie es beim Horizontalstellen der geometrischen Achse des Kathetometer-Fernrohrs auseinandergesetzt wurde.

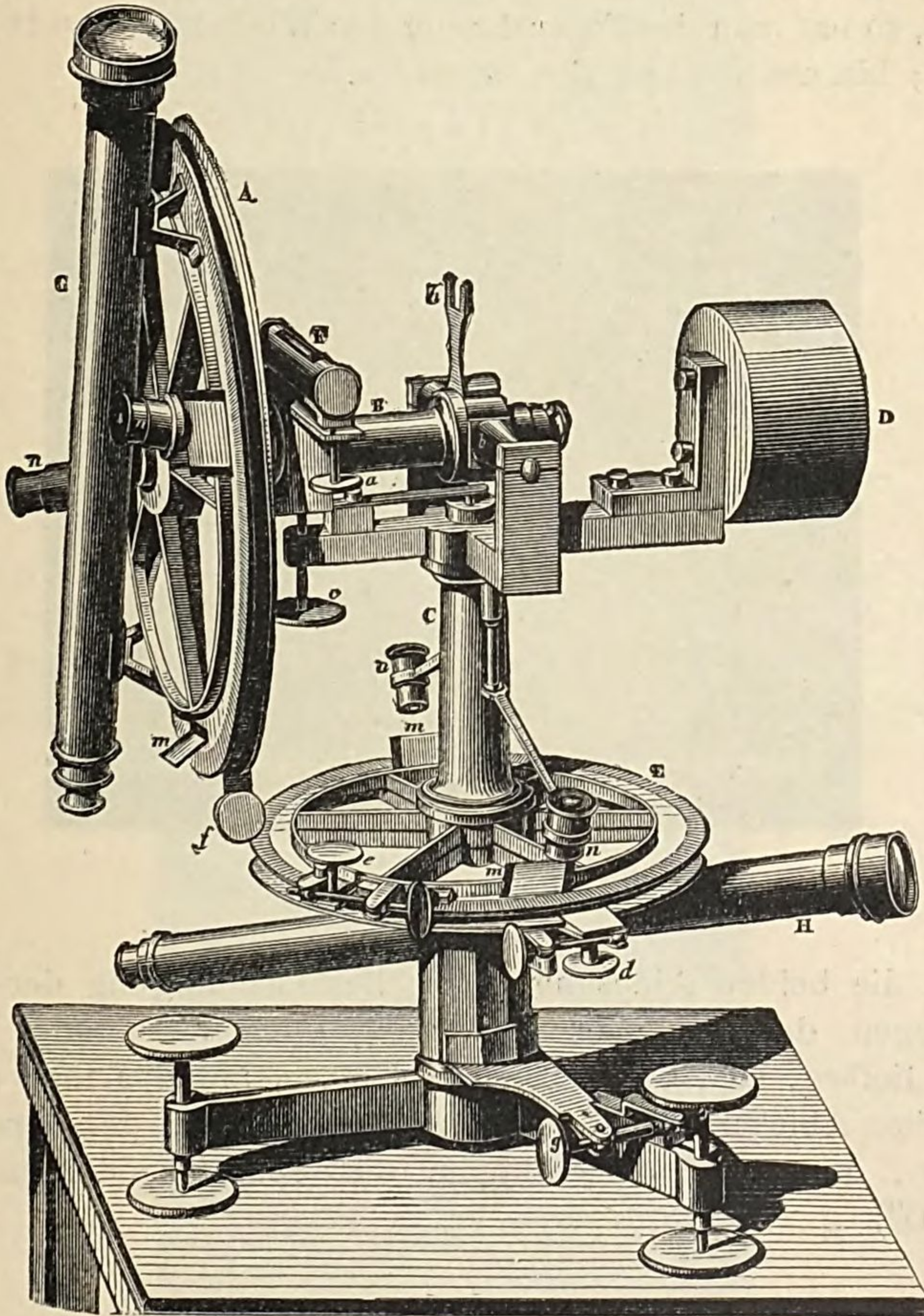


Fig. 175.

1. Nachdem der Theodolit gut justirt ist, stellt man das obere Fernrohr auf den Stern *S* (Fig. 176) ein und dreht dann den ganzen Apparat um 180^0 um seine verticale Achse;²⁾ damit der Stern

¹⁾ Eine kleine Gabel *h* hält die Libelle in dieser Lage fest.

²⁾ Diese Drehung hat nur den Zweck, die Lage des verticalen Durchmessers des Kreises zu ermitteln und würde zweckmässig durch

wieder im Fernrohr erscheint, muss man dasselbe um den Winkel $2z$ um die horizontale Achse drehen und erhält so z .

2. Man visirt direct in der Richtung RS auf den Stern und dann auf dessen Spiegelbild. in dem Quecksilberhorizont MM' ; da nach dem Reflexionsgesetz der Winkel NIR gleich dem Winkel $S'IN$ ist, so hat man das Fernrohr um den Winkel $SRI = 180^\circ - 2z$ gedreht; hieraus ergibt sich wieder z .

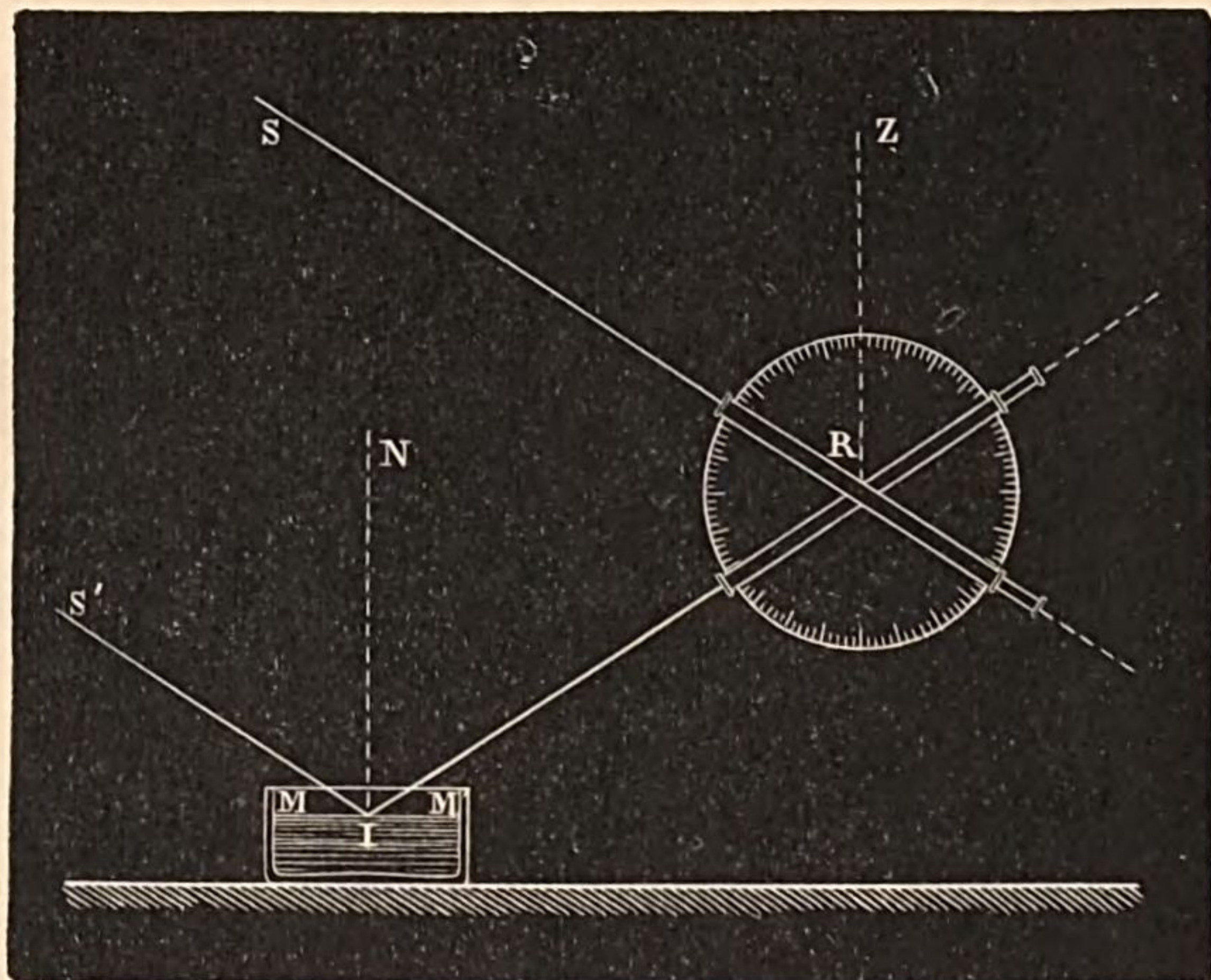


Fig. 176.

Da die beiden Ablesungen mit Berücksichtigung der Correction wegen der täglichen Bewegung¹⁾ für z einander gleiche Werthe liefern, so ist dadurch das Gesetz, auf das man sich bei der zweiten Ablesung stützte, bis zu jenem Grade der Genauigkeit bewiesen, den die Beobachtungen mit dem Theodoliten liefern (etwa $10''$).

II. Ebene Spiegel.

413. Eigenschaften der ebenen Spiegel. — *Bild eines Punktes.* Aus dem allgemeinen Gesetz der Reflexion folgt, dass alle Strahlen, die von einem Punkt A ausgehen und den ebenen

eine Einstellung auf das Nadir ersetzt werden, wenn nicht für unsern Beweis bei diesem ersten Experiment jede Reflexion ausgeschlossen werden müsste.

¹⁾ Die Correction kann für einen dem Pol benachbarten Stern vernachlässigt werden.

Spiegel MN treffen, nach der Reflexion so gerichtet sind, als ob sie von einem Punkte A' ausgingen, der in Bezug auf den Spiegel MN zu A symmetrisch liegt.

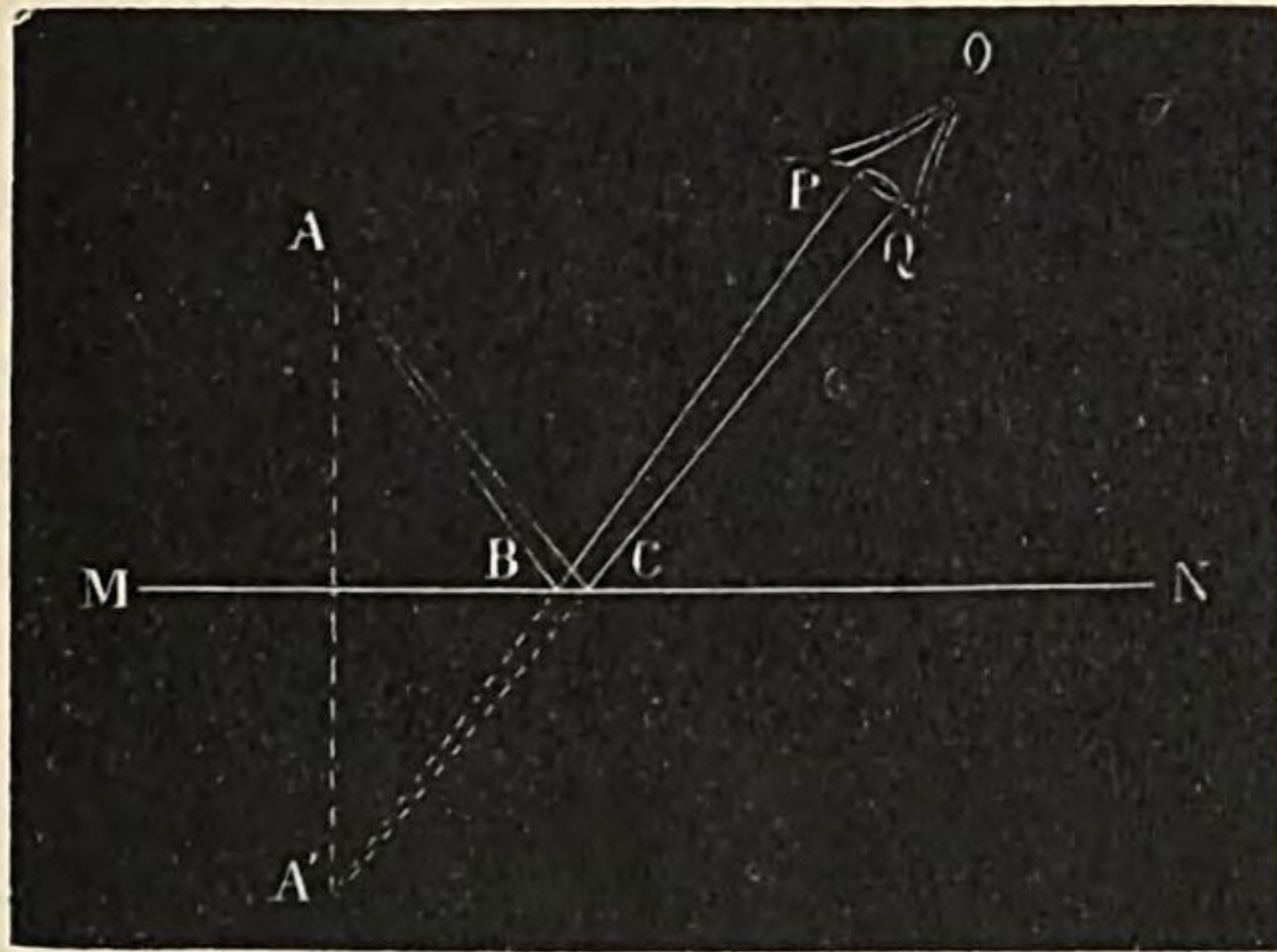


Fig. 177.

In ein in O befindliches Auge, das von den reflectirten Strahlen getroffen wird, gelangt also ein Strahlenkegel, der die Öffnung PQ der Pupille zur Basis und den Punkt A' zur Spitze hat; das Auge wird von den Strahlen so afficirt, als wenn sie direct von

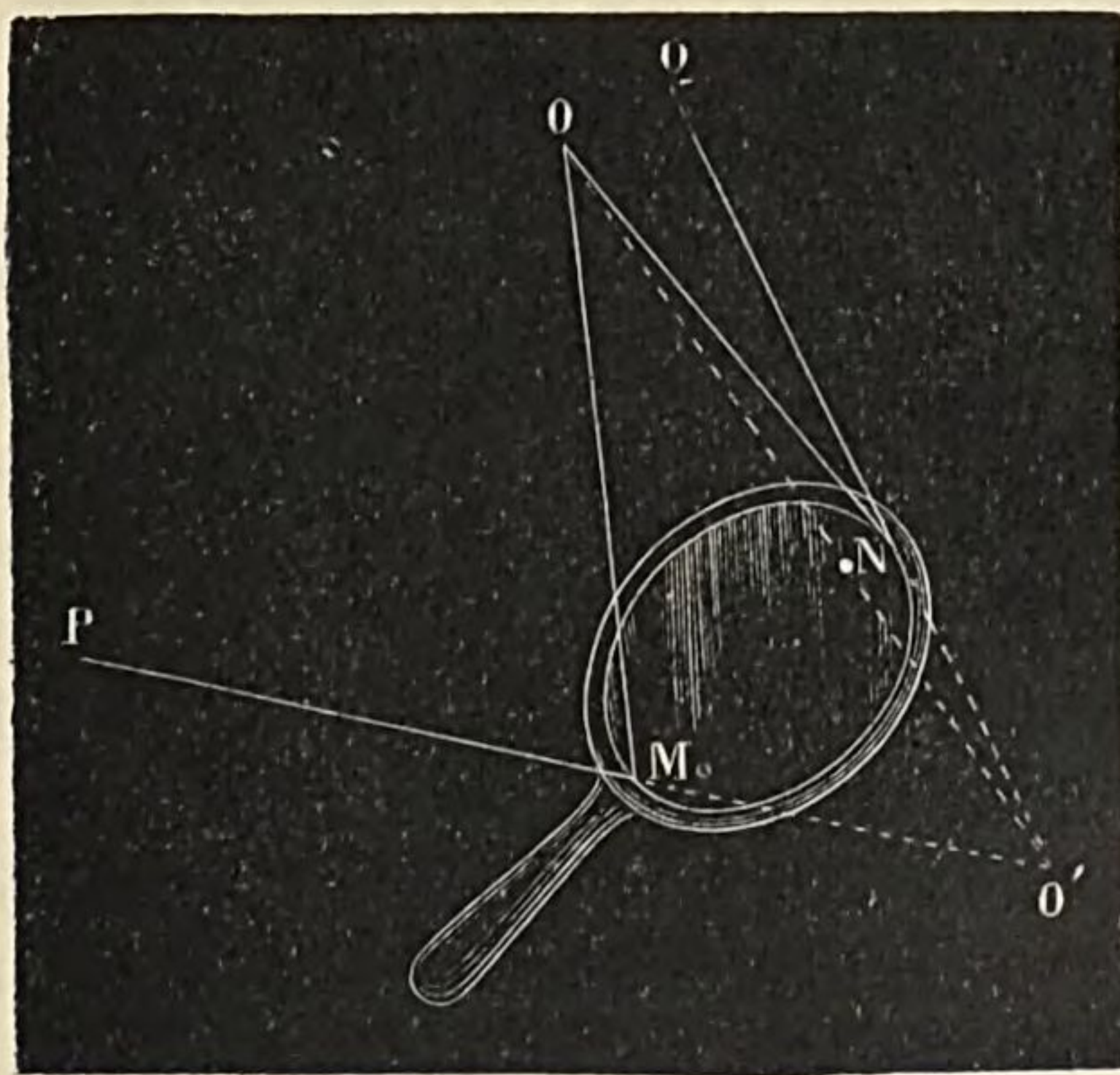


Fig. 178.

dem Punkte A' kämen, es *sieht* den Punkt A' . Dieser Punkt heisst demnach mit Recht das *Bild* des Punktes A in dem Spiegel MN , und zwar bezeichnet man es in der Physik als *virtuell*, um anzuzeigen, dass es durch das Zusammentreffen der Verlängerungen von Strahlen und nicht von ihnen selbst gebildet wird; das Bild existirt also in der Wirklichkeit nicht.

Die reellen Strahlen sind in dem in BC gebrochenen Strahlenkegel APQ enthalten. Um diese Strahlen zu finden, hat man nur den Kegel $A'PQ$ zu construiren, der auf MN das Stück BC herauschneidet und sodann die Geraden BA und CA zu ziehen; hierdurch ist der Strahlengang vom Objekt bis zum Auge gegeben.

Das *Gesichtsfeld*, das heisst der Raum, welcher die für das Auge O sichtbaren Gegenstände enthält, wird durch den Theil $PMNQ$ des Strahlenkegels $O'MN$ begrenzt (Fig. 178).

Bild eines Gegenstandes. — Nach dem Vorhergehenden ist es leicht, das in dem Spiegel MN entstehende Bild $A'D'$ des Gegen-

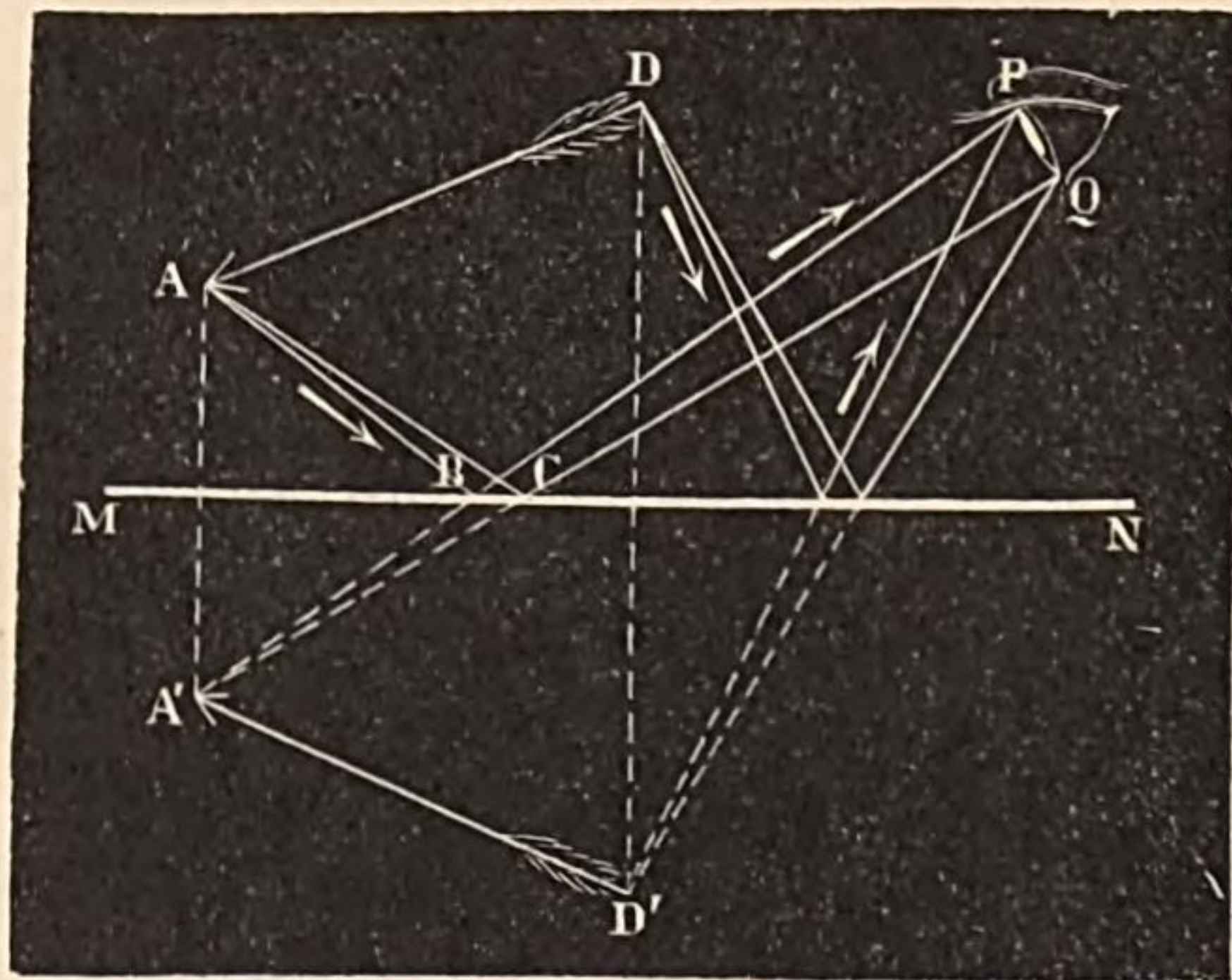


Fig. 179.

standes AD zu construiren (Fig. 179); das Bild ist virtuell, aufrecht, von derselben Grösse wie der Gegenstand und symmetrisch zu demselben in Bezug auf den Spiegel.

Der Strahlengang und das Gesichtsfeld werden wie oben bestimmt. Daraus ergibt sich z. B., dass ein Spiegel, damit sich eine Person AB ganz darin sehen kann, nur die halbe Höhe ab derselben zu haben braucht (Fig. 180).

Wir lassen hier die wichtige Frage der *Intensität*, auf die wir später eingehend zurückkommen, bei Seite. In Metallspiegeln (und hierzu muss man die gewöhnlichen Glasspiegel rechnen, bei denen die auf der Rückseite befindliche Schicht aus Zinnfolie oder Silber die wahre reflectirende Oberfläche bildet) ist die Intensität des zurückgeworfenen Lichtes stets ein grosser Bruchtheil von derjenigen des einfallenden. Ganz anders ist es bei durchsichtigen Substanzen. Die Intensität des reflectirten Lichts ist hier bei normaler Incidenz sehr gering (bei Wasser 2% , bei Glas 4%), wächst von 45° ab sehr rasch und ist bei streifender Incidenz gleich der Einheit.

Anwendung des Spiegels. Die Anwendungen der Spiegel sind ausserordentlich zahlreich.¹⁾

Abgesehen von ihrer fortwährenden Verwendung im täglichen Leben erinnern wir nur an die *Reflectoren* zur Erleuchtung von Räumen, die kein directes Licht empfangen, und an die *Spione*, die das Strassenleben vom Innern des Zimmers zu beobachten gestatten; weiter seien die unter 45^0 geneigten Spiegel erwähnt (Fig. 181), in welchen sich horizontale Gegenstände vertical abbilden (und umgekehrt); schliesslich mögen noch einige merkwürdige Experimente kurz besprochen werden, die, gut ausgeführt, eine überraschende Wirkung erzielen.

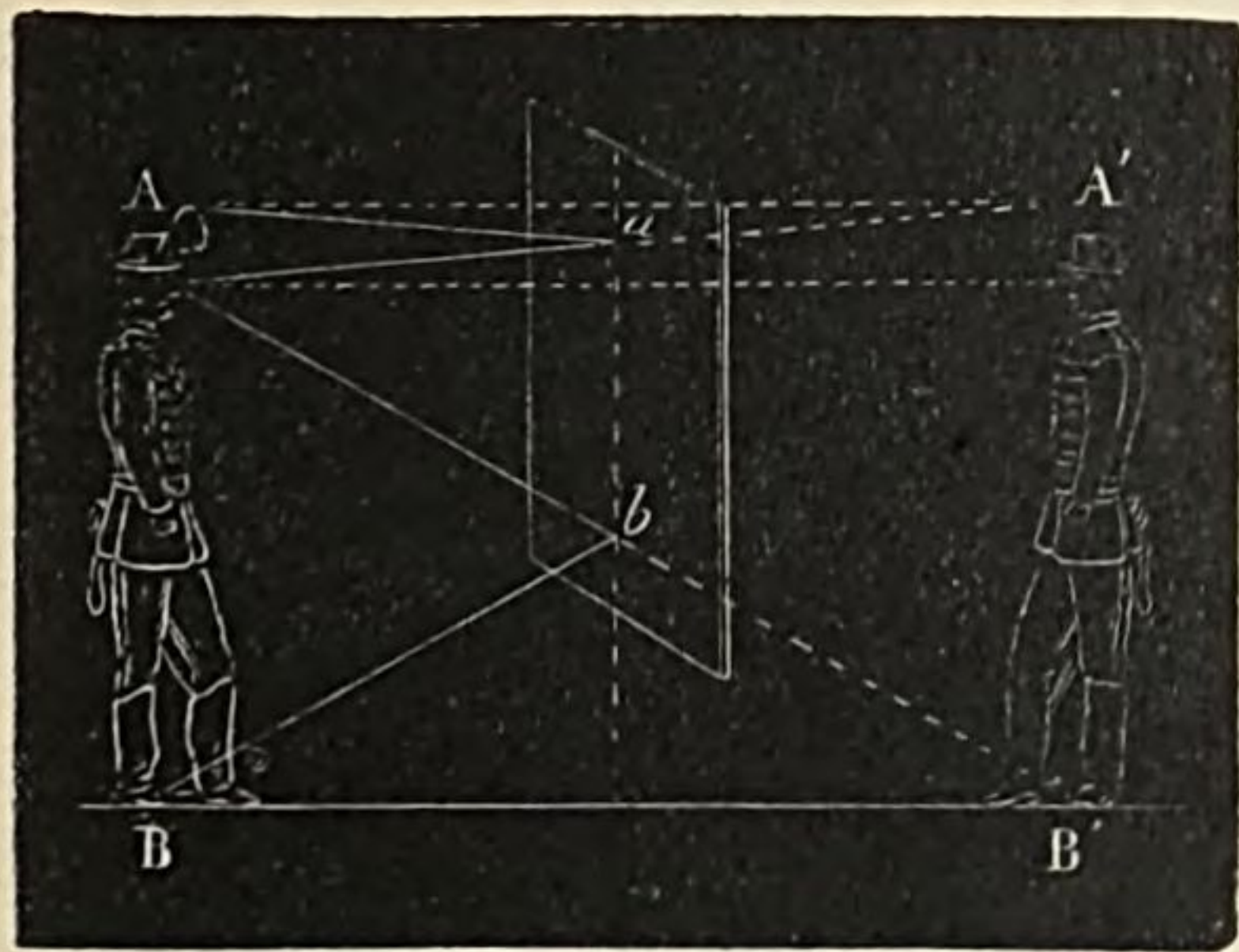


Fig. 180.

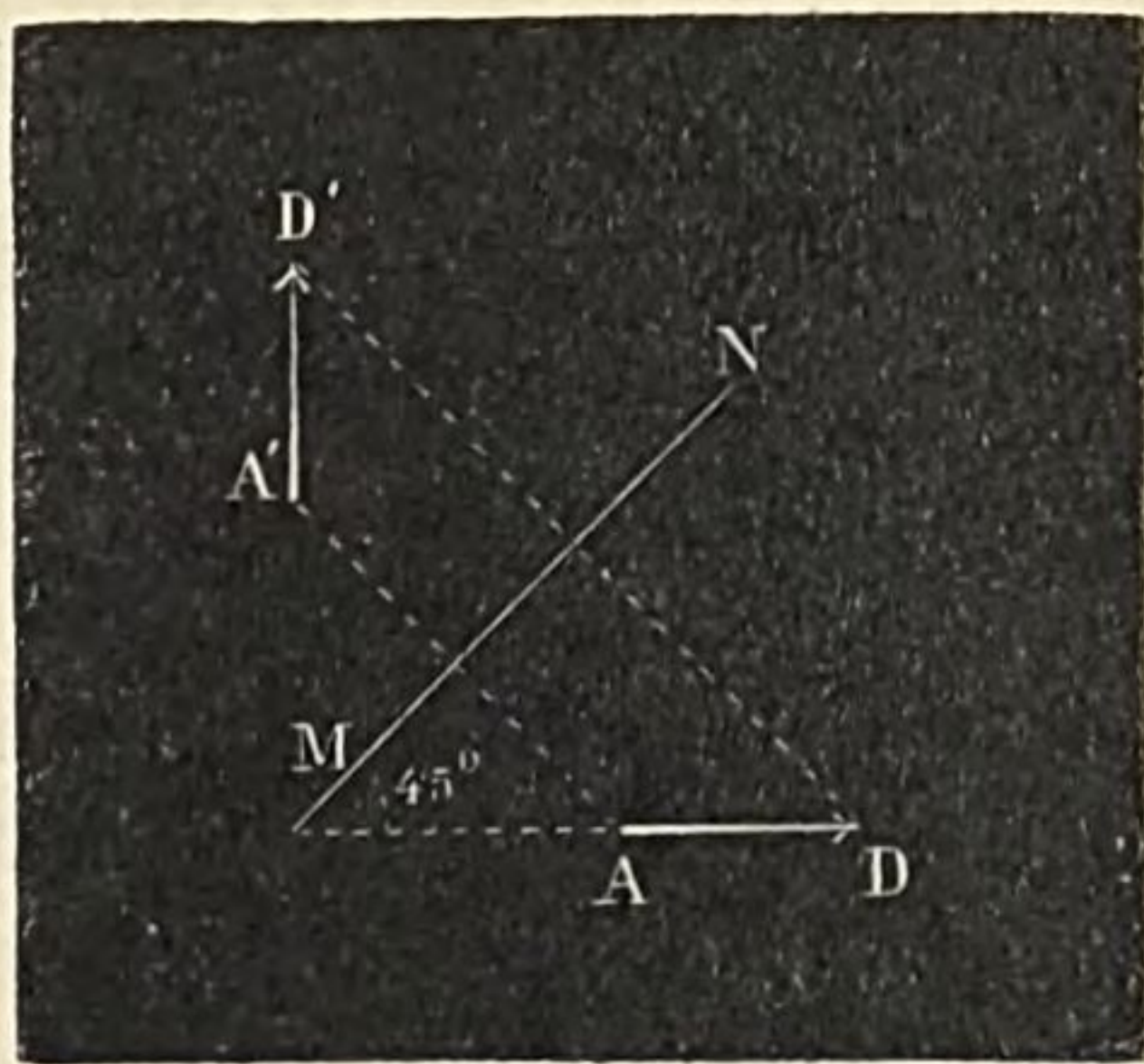


Fig. 181.

Hierher gehört z. B. der *magische Spiegel*, in welchem Nostradamus unter Benutzung einer alten Wunderkunst noch der Katharina von Medici prophetische Erscheinungen zeigte; von der hell beleuchteten, die Erscheinung in einem Nebenzimmer darstellenden Person wird durch eine Öffnung in der Wand hindurch mit Hülfe eines an der Decke angebrachten Spiegels ein Bild in einem zweiten Spiegel entworfen. Die Öffnung und der erste Spiegel sind natürlich durch einen Baldachin oder dergleichen den

¹⁾ Unter den wissenschaftlichen Anwendungen des Spiegels sei noch diejenige zur Vermeidung der *Parallaxe* erwähnt. Hat man nämlich die Einstellung einer Quecksilbersäule (Thermometer, Barometer) oder die eines beweglichen Zeigers (Zeigergalvanometer u. s. w.) an einer Skale abzulesen, so muss man, um vergleichbare Resultate zu erzielen, immer in derselben Richtung auf die Skale visiren. Eine stets senkrechte Visur wird dadurch erreicht, dass man die Theilung auf einen Streifen Spiegelglas aufbringt und beim Ablesen den Kopf so hält, dass sich das einzustellende Object und sein Spiegelbild decken; denselben Zweck kann man auch durch einen einfachen, in der Nähe der Theilung angeordneten, spiegelnden Streifen erzielen. — L.

Blicken des Zuschauers entzogen. In ganz ähnlicher Weise werden die Gespenster-Erscheinungen auf der Bühne mit Hülfe einer grossen, unbelegten Scheibe aus Spiegelglas hervorgerufen, die vorn auf der Bühne aufgestellt, den Blick auf die Scene freilässt und gleichzeitig das Bild der das Gespenst darstellenden Person entwirft, welche, grell beleuchtet, in einer vor dem Spiegel befindlichen Versenkung den Blicken des Publikums entzogen ist. Zum Gelingen der Täuschung ist es nöthig,¹⁾ dass das Vorhandensein der Spiegelglasscheibe durch keinen Fehler derselben verrathen wird; die Scene darf nur schwach erhellt sein, während die das Gespenst darstellende Person sehr grell beleuchtet sein muss; der Hintergrund, vor welchem sich die letztere in der Versenkung bewegt, ist mit mattschwarzem Sammet bedeckt und bleibt deshalb vollkommen unsichtbar. Damit die Erscheinung aufrecht erscheint, muss der auf einem fahrbaren Gestell befindliche Darsteller unter einem bestimmten Winkel gegen die Verticale geneigt sein.²⁾

Bei der als sprechender Kopf bekannten Illusion ist schliesslich die Person, von der man nur den Kopf sieht, durch ein System von Spiegeln verborgen. Zwei Seiten eines dreibeinigen Tisches, auf dem der Kopf zu liegen scheint, sind mit zwei verticalen Spiegeln versehen, in denen sich seitliche Vorhänge von derselben Farbe und demselben Muster wie der Hintergrund spiegeln.

414. Messung von Winkeln. — 1. *Messung eines ebenen Winkels; Methode von Poggendorff.* — Wir haben früher (117) gesehen, wie Poggendorff zur Winkelmessung mit Hülfe eines sich drehenden Spiegels die Thatsache benutzt hat, dass sich der reflectirte Strahl um das Doppelte des Winkels dreht, den der Spiegel selbst beschreibt.

Sextant. — Auf derselben Eigenschaft beruht der von Newton³⁾ angegebene Sextant. Dieses Instrument, das hauptsächlich zu

¹⁾ Robert Houdin, *Magie et physique amusante* (nachgelassenes Werk); Paris, Calmann Lévy, 1877.

²⁾ Diese Gespenstererscheinungen, die von Wunderkünstlern schon seit langen Zeiten benutzt wurden, brachte man erst im Jahr 1863 in England auf die Bühne. (Siehe De Rochas, *Origines de la science*; Paris, Masson, 1884.) Indem man abwechselnd die Scene und die Versenkung in verschieden starkem Grade erleuchtet, kann man einen auf der Bühne befindlichen Gegenstand und das Bild eines anderen, der sich in der Versenkung befindet, allmählich in einander verwandeln und so überraschende Metamorphosen hervorbringen (*dissolving spectres*).

³⁾ Newton, Brief an Hadley; 1700 (Phil. Trans. 1742).

Messungen von Winkeldistanzen auf hoher See benutzt wird, enthält einen festen Spiegel *C* und einen um den Mittelpunkt des Kreisbogens *AA* beweglichen Spiegel *B*; der erstere, auf den ein mit dem Instrument fest verbundenes Fernrohr gerichtet ist, be-

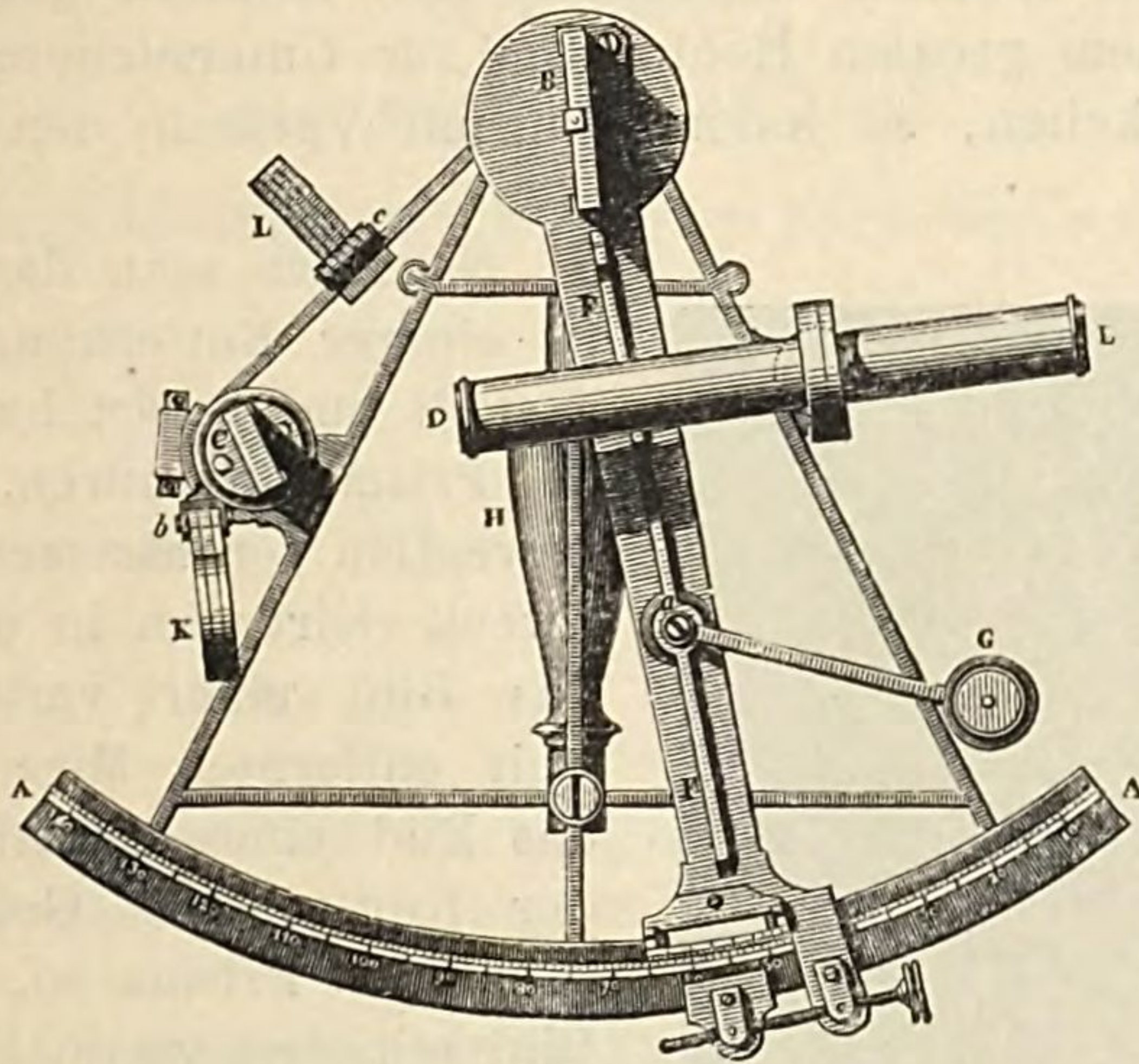


Fig. 182.

steht aus einem rechteckigen Stücke Glas (Fig. 183), von dem nur die untere Hälfte spiegelt, während die obere durchsichtig ist. Der zweite Spiegel lässt sich mit der Alhidade *FF* drehen, die an ihrem einen Ende mit einem Nonius und der Lupe *G* versehen ist. Beim Gebrauche hält man den Sextanten an dem Handgriff *H* und bringt ihn so vor das Auge, dass sich der Kreisbogen in der Ebene befindet, welche den von den beiden Objecten, z. B. von zwei Sternen, gebildeten Winkel enthält. Den einen Stern visirt man durch die obere Hälfte des Spiegels *C* direct an, während man durch Bewegung der Alhidade *FF* das Bild des zweiten Sterns ebenfalls mit dem Fadenkreuz des Fernrohrs zur Deckung bringt; dieses Bild entsteht durch Reflexion an dem Spiegel *B* und der unteren Hälfte von *C*. Da bei der Nullstellung des Instruments die beiden Spiegel parallel stehen, so muss man, um beide Sterne im Fernrohr zu sehen, die Alhidade offenbar um die Hälfte des zu messenden Winkels drehen; dieser letztere wird

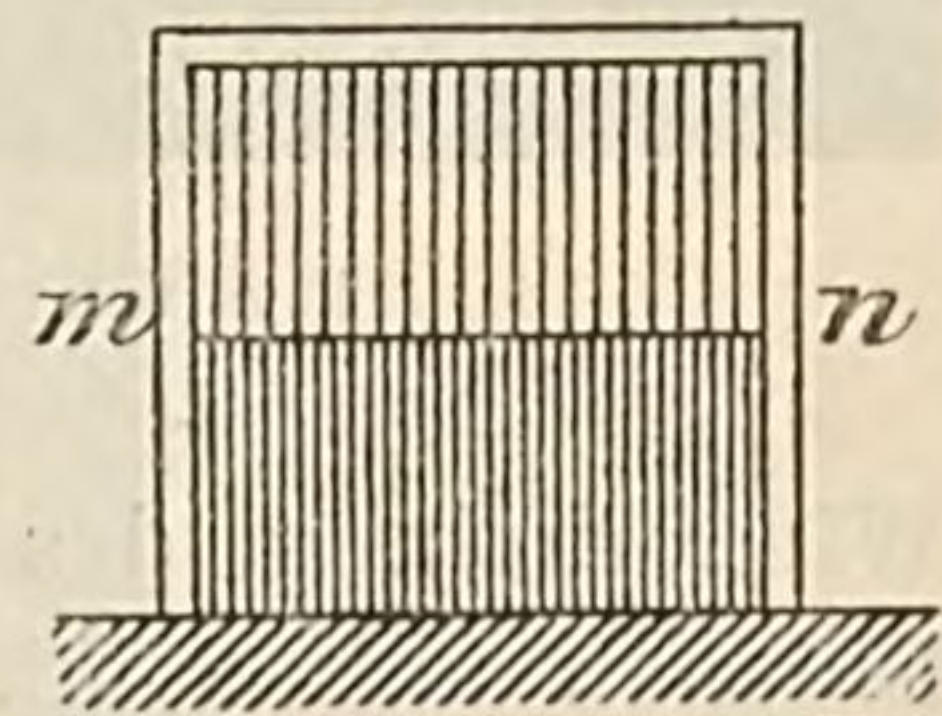


Fig. 183.

an dem Bogen AA direct abgelesen, da derselbe in halbe Grade getheilt ist, die aber als ganze Grade beziffert sind.¹⁾

2. *Messung des Neigungswinkels zweier Flächen.* Die Reflexion des Lichts liefert auch eine Methode, um den Neigungswinkel zweier ebener Flächen zu messen.

Wenn die Flächen, um die es sich handelt, gross sind, wie z. B. bei einem grossen Hohlprisma zur Untersuchung von Gasen oder Flüssigkeiten, so kann man mit Vorthail den Theodoliten verwenden.

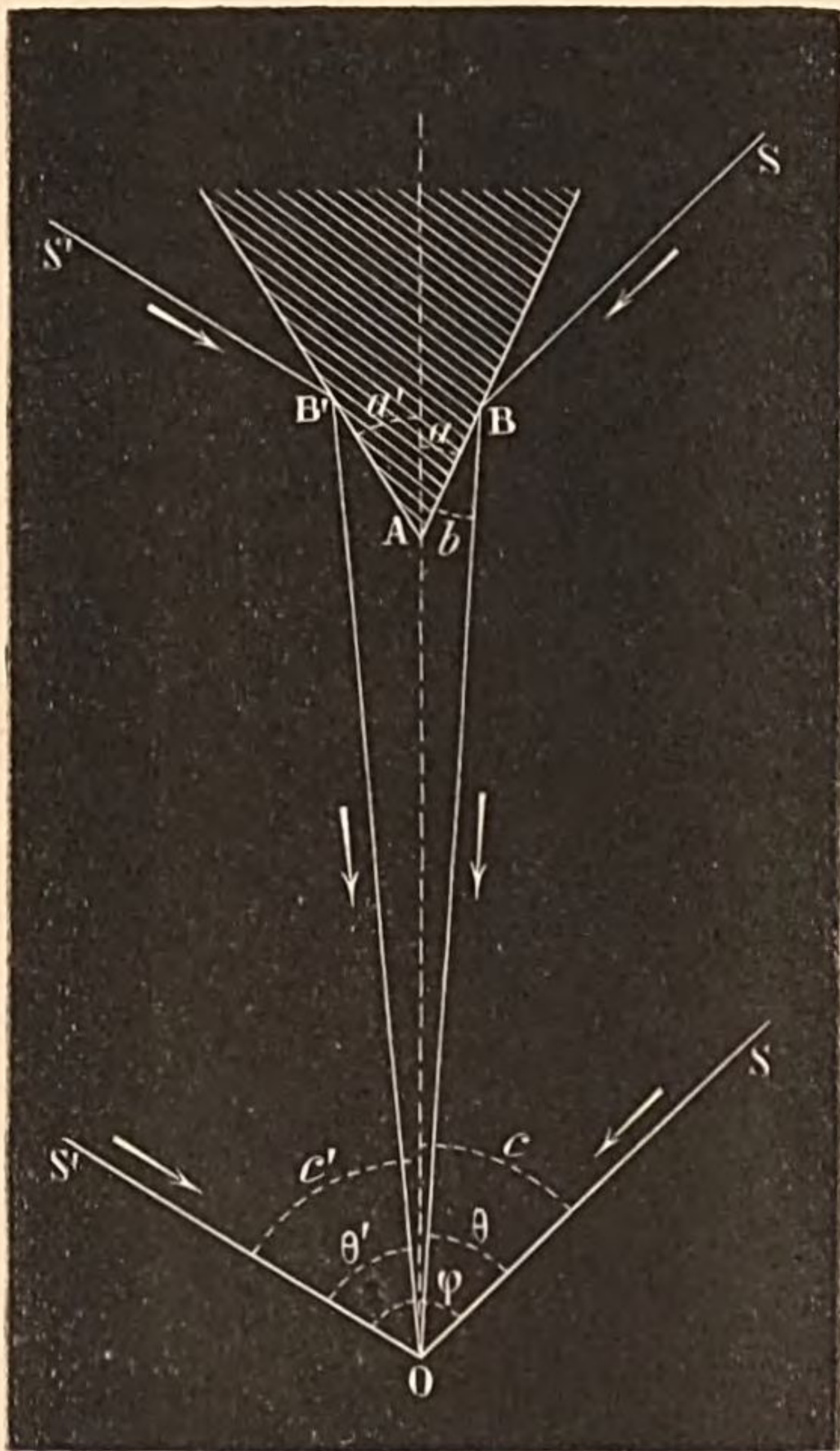


Fig. 184

Nachdem man das Instrument in einiger Entfernung in O aufgestellt und justirt hat, muss man das Prisma orientiren, das wir als beweglich voraussetzen. Zu diesem Zweck visirt man in der Fläche B das Bild einer verticalen, sehr weit entfernten Mire S an (z. B. das Bild eines Blitzableiters oder der Kante eines Gebäudes) und dreht das Prisma so, dass dieses Bild mit dem verticalen Faden im Fadenkreuz des Fernrohrs zusammenfällt; die Fläche B steht dann senkrecht. Die Fläche B' wird mit Hülfe einer zweiten verticalen und sehr weit entfernten Mire S' ebenfalls lothrecht gerichtet; man visirt dann nochmals auf die erste Fläche ein, deren Einstellung durch die Justirung von B' gestört worden ist und dann wieder auf die zweite Fläche; nach mehrmaliger

Wiederholung des Verfahrens wird es stets gelingen, die beiden Flächen und somit auch ihre gemeinschaftliche Schnittlinie senkrecht zu stellen.

Sodann misst man die drei Winkel $SOB = \Theta$, $S'OB' = \Theta'$ und $SOS' = \varphi$. Diese Daten bestimmen den Prismawinkel A .

Es ist nämlich

$$A = a + a',$$

¹⁾ Zwei farbige Gläser K und L dienen dazu, die Intensität des Bildes eines zu lichtstarken Objectes (Sonne) zu schwächen, während die Intensität des directen Bildes durch Heben oder Senken des Fernrohrs regulirt werden kann.

wo a und a' die durch die Verlängerung der Geraden OA mit den Flächen B und B' gebildeten Winkel bedeuten.

Bezeichnet man ferner mit c und c' die Winkel von OA mit den Strahlen OS und OS' und mit b und b' die Winkel ABO , $AB'O$, so ist

$$\varphi = c + c',$$

und offenbar

$$\Theta = 2b, \quad \Theta' = 2b'.$$

Somit ergibt sich aus den beiden Dreiecken ABO und $AB'O$

$$a = b + c - \Theta,$$

$$a' = b' + c' - \Theta',$$

folglich

$$a + a' = b + b' + c + c' - (\Theta + \Theta')$$

oder

$$A = \varphi - \frac{\Theta + \Theta'}{2}.$$

Wenn der Theodolit von seinem Platz weggenommen werden kann, so kommt man mit einer einzigen, sehr entfernten Mire

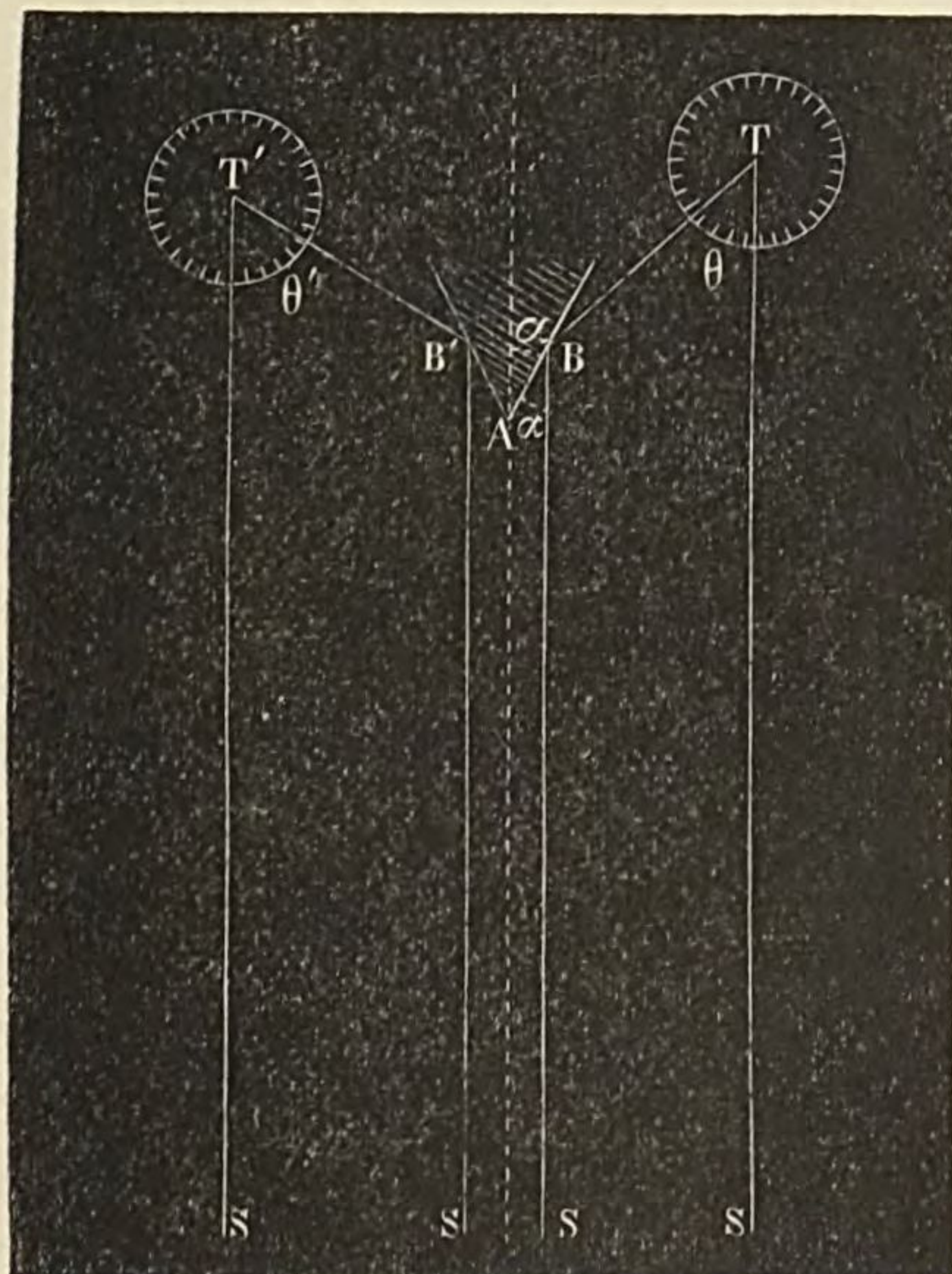


Fig. 185.

aus. Man stellt dann den Theodoliten (Fig. 185) auf die eine Seite des Prismas und misst den Winkel Θ zwischen dem directen und dem reflectirten Strahl, bringt darauf das Instrument auf

die andere Seite und misst Θ' . Der Prismenwinkel ergibt sich daraus zu

$$A = \frac{\Theta + \Theta'}{2}.$$

Goniometer.

Goniometer von Fraunhofer. — Wenn das Prisma keine ungewöhnlichen Dimensionen hat, und wenn die Schnittlinie der beiden Flächen, deren Winkel zu messen ist, wirklich existirt, so lässt sich das Goniometer (*γωνία*, Winkel) von Fraunhofer bequem verwenden. Dieses Instrument ist eigentlich ein durch Weglassen des Verticalkreises vereinfachter Theodolit; der horizontale Kreis ist mit einer beweglichen Alhidade versehen, die ein nach dem Mittelpunkt des Kreises gerichtetes Fernrohr trägt. In der Mitte des Kreises befindet sich ein mit Hülfe von Fuss-schrauben verstellbares Tischchen für das Prisma.

Um den Winkel, den zwei Flächen mit einander bilden, zu messen, visirt man ebenfalls auf das Bild einer entfernten Mire; der Winkel, den die beiden Stellungen des Fernrohrs einschliessen, ist, wie in dem vorhergehenden Fall, gleich dem Doppelten des gesuchten Winkels.

Nachdem man die Achse des Goniometers vertical, das Fernrohr horizontal und den Faden des Fadenkreuzes vertical justirt hat, orientirt man die Kante des Prismas in der gewöhnlichen Weise parallel zur Achse: Man stellt nach einander auf das Bild einer verticalen, sehr entfernten Mire in beiden Prismenflächen ein, so dass dasselbe mit dem Faden des Fadenkreuzes zusammenfällt (oder besser ihm in sehr geringer Entfernung parallel ist). Ändert man mit Hülfe der Fuss-schrauben *V* (Fig. 186) die Neigung der einen Fläche, so ändert man dadurch auch diejenige der anderen, sofern man das Prisma nicht um eine zu dieser Fläche senkrechte Achse dreht; in der zuletzt angedeuteten Art muss man also die Justirung auszuführen suchen.

Die Kante des Prismas wird mit der Drehungsachse des Apparats in der folgenden Weise zur Coincidenz gebracht. Vor das Fernrohr wird eine Linse gesetzt, mit Hülfe deren man das Prisma, welches schon möglichst genau auf dem Tischchen centriert ist, deutlich sehen kann. Sodann verschiebt man die Alhidade so lange, bis sich der verticale Faden des Fadenkreuzes mit der Kante des Prismas deckt; darauf wird das Fernrohr in seinem Lager um 180^0 gedreht; der verticale Faden und die Prismenkante werden sich nun im Allgemeinen nicht mehr decken,

und man bringt sie wieder zur Deckung, indem man um die Hälfte des Betrages die Alhidade auf dem Kreise verschiebt und zur anderen Hälfte das Fernrohr auf der Alhidade mittels der zu diesem Zweck vorgesehenen Schrauben justirt. Die Operation wird so lange fortgesetzt, bis in beiden Lagen sich Faden und Kante vollkommen decken. Dann dreht man die Alhidade auf dem Kreis um 180° ; auch nun wird der Faden nicht mehr mit dem Bild der Kante zusammenfallen, entweder weil die Kante sich nicht in der Drehungsachse befindet, oder weil die letztere

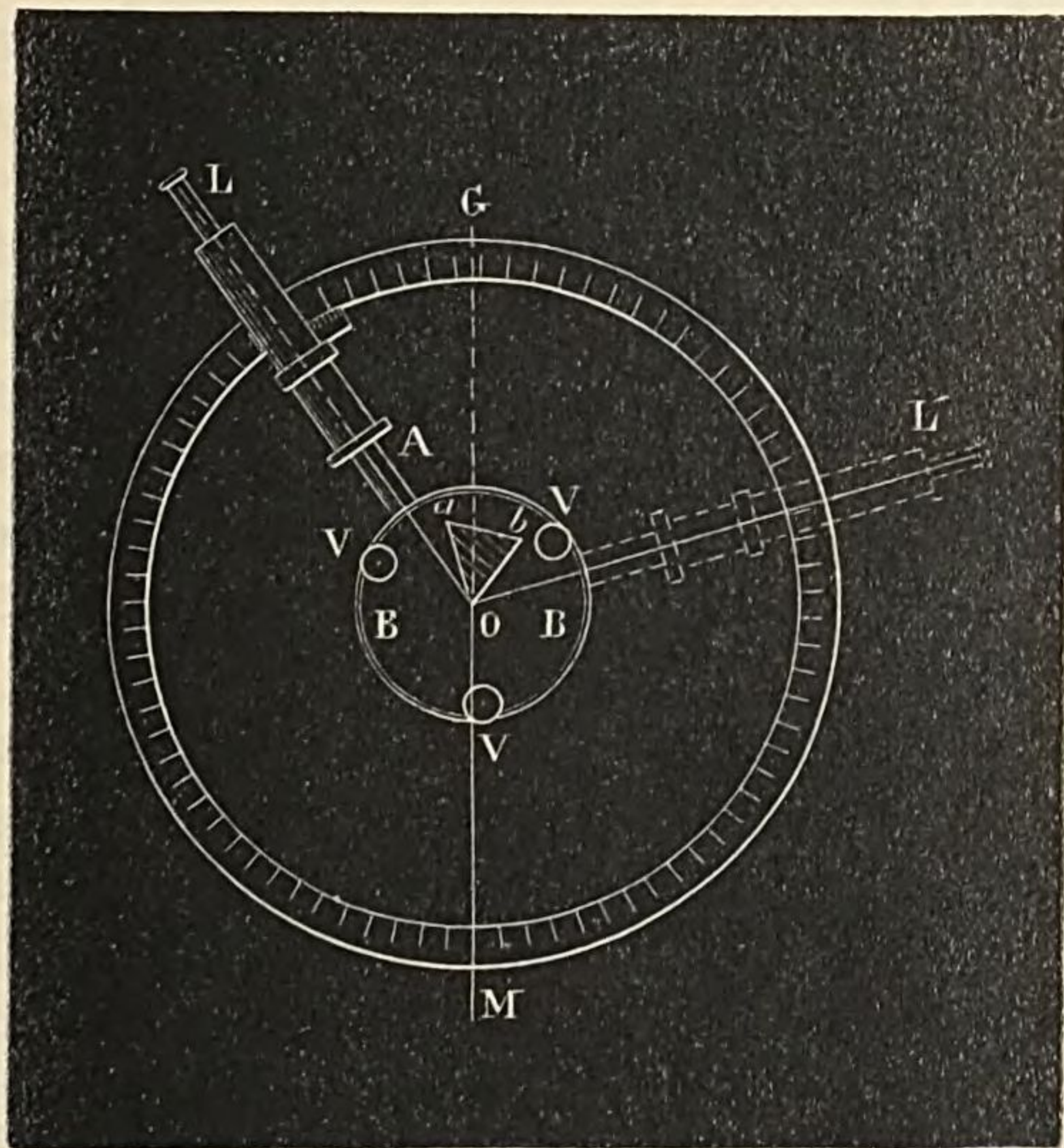


Fig. 186.

von der Fernrohrachse nicht geschnitten wird, oder schliesslich aus beiden Gründen; da dieselben gleich wahrscheinlich sind, so corrigirt man die Abweichung zur Hälfte durch Verschieben des Prismas auf dem Tischchen, zur anderen Hälfte durch Drehung der Alhidade, und wiederholt dies so lange, bis die Justirung vollkommen ist. Wenn das Prisma auf diese Weise centrirt ist, so kommt der in der optischen Achse des Fernrohrs reflectirte Strahl auf jeder Seite von einem der Kante unmittelbar benachbarten Theile der Prismenfläche her. Man muss deshalb dafür Sorge tragen, auch bei den späteren Messungen (der Ablenkung) nur diese Theile der Fläche zu benutzen (der Winkel, den dieselben mit einander bilden, wird nämlich im Allgemeinen nicht derselbe sein, wie für Theile, die von der Kante weiter entfernt

liegen); bei einem festen Prisma ist dies immer angängig, nicht aber bei einem Flüssigkeitsprisma.

Goniometer von Charles. Das älteste Goniometer (abgesehen von dem von Carangeot herrührenden und z.B. von Haüy angewandten Anlege-Goniometer) ist dasjenige von Charles, bei welchem zur Messung des Winkels die Stellung des Prismas geändert wird. Während also die einzelnen Theile dieselben sind wie bei dem vorhergehenden Instrument, ist die Anordnung die umgekehrte. Das mit der Alhidade verbundene Tischchen lässt sich mit derselben um die Achse drehen, während das Fernrohr in der Richtung eines Halbmessers unverrückbar feststeht. Das Prisma wird mit Klebwachs derart befestigt, dass die Kante des zu messenden Flächenwinkels der Drehungsachse möglichst genau parallel ist und in ihre Verlängerung fällt. Bei der Messung hat man auf dem Theilkreis die beiden Stellungen der Alhidade abzulesen, für die das in der einen und dann in der zweiten Fläche reflektirte Bild der Mire sich mit dem verticalen Faden im Fadenkreuz deckt. Die Differenz der beiden Ablesungen giebt das Supplement des gesuchten Winkels. Denn damit die Fläche Ob die Stelle von Oa (Fig. 186) vertritt, muss man das Prisma um den Winkel $180^\circ - bOa$ drehen.

Goniometer von Babinet. — Babinet¹⁾ hat an dem Goniometer von Charles die bemerkenswerthe Verbesserung angebracht, dass er die entfernte Mire durch einen *Collimator* ersetzte, d. h. einen im Hauptbrennpunkt einer Sammellinse G befindlichen Spalt F (Fig. 187). Ein jeder Punkt eines solchen durch eine beliebige Lichtquelle erleuchteten Spaltes ist die Spitze eines Kegels von Strahlen, die durch die Linse parallel gerichtet werden; der Spalt ersetzt also eine unendlich weit entfernte Mire. Eine genaue Centrirung der Kante des Prismas ist nun nicht mehr nöthig; es muss nur die Kante mit der Mire parallel sein. Wenn diese letzte Bedingung einmal erfüllt ist, so sind Störungen derselben weniger zu befürchten, die bei Apparaten mit einer unabhängigen Mire leicht eintreten können. Den Spalt ersetzt man jetzt mit Vortheil durch ein Fadenkreuz.²⁾ Der Apparat besteht also aus einem horizontalen Theilkreis, in dessen Mitte sich ein mittels Fusschrauben verstellbares, spiegelndes Tischchen für das Prisma befindet; auf das Prisma sind zwei kurze astronomische Fernrohre gerichtet, deren eines als Collimator dient und unbeweglich angeordnet ist, während man mit dem anderen, beweglichen visirt.

¹⁾ Babinet, Compt. rend. 8, 710; 1839.

²⁾ Näheres hierüber im Abschnitt 436. — L.

Da die Fäden der beiden Fadenkreuze schon senkrecht zur Ebene des Theilkreises orientirt sind, verschiebt man zunächst das Ocular des Visir-Fernrohres so lange, bis man dessen Fadenkreuz deutlich sieht, und stellt dann durch Visiren eines sehr weit entfernten Gegenstandes auf parallele Strahlen ein; dann bringt man das bewegliche Fernrohr in die Achse des festen und justirt das letztere derart, dass man sein Fadenkreuz im ersten Fernrohr deutlich sieht, und dass die Schnittpunkte der Fäden beider Fadenkreuze sich decken. Nun klebt man das Prisma

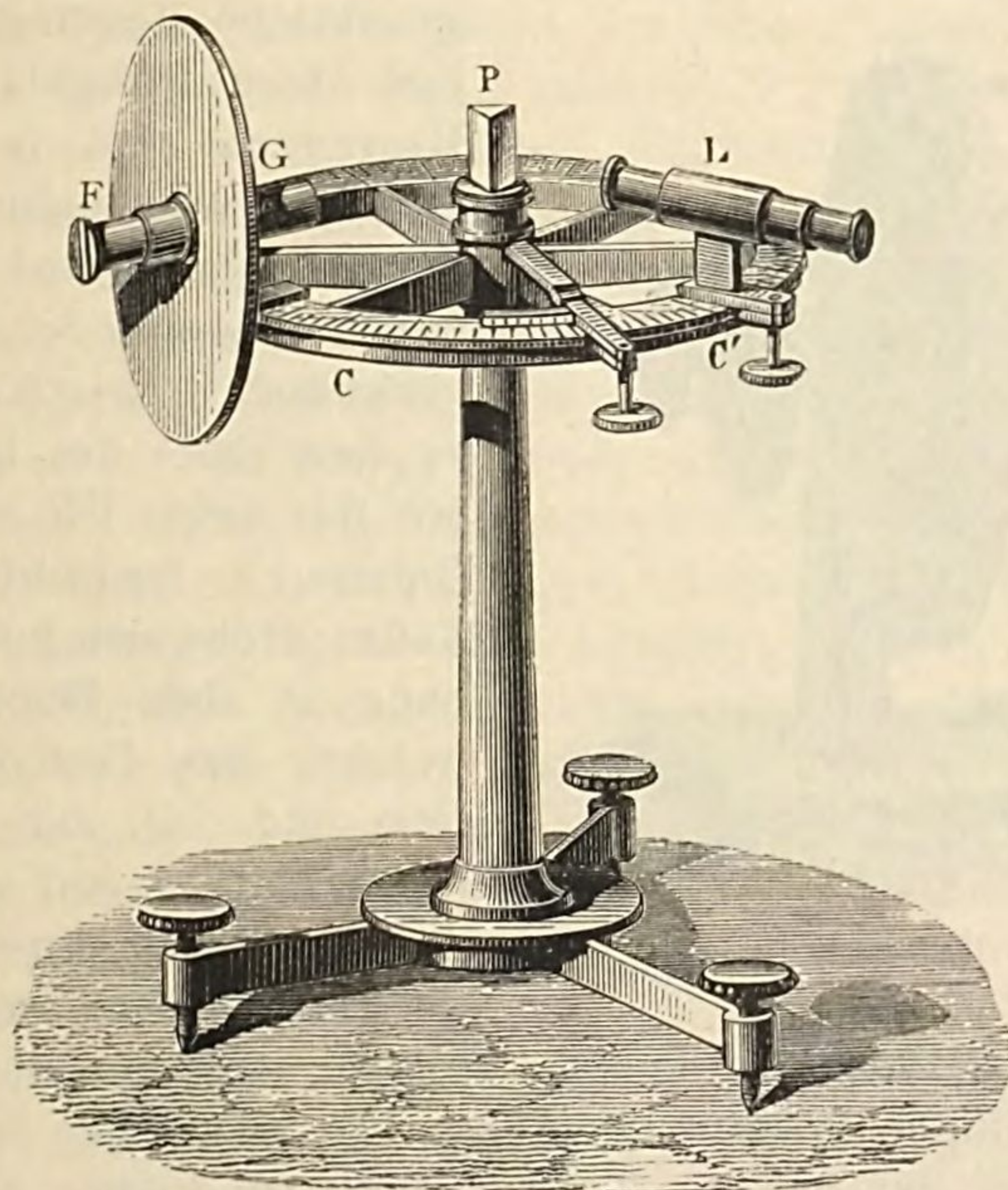


Fig. 187.

auf dem Tischchen mit etwas Klebwachs fest. Das Bild der Kante in der spiegelnden Fläche des Tischchens muss in die Verlängerung der Kante selbst fallen; dann steht diese mit grosser Annäherung senkrecht zum Theilkreise. Die Justirung wird noch in der gewöhnlichen Weise dadurch verfeinert, dass man nach einander die in den beiden Flächen des Prismas reflectirten Bilder der Mire mit dem Fadenkreuz des Visir-Fernrohres zur Deckung bringt; dieses Fernrohr, das in einer passenden Stellung festgeklemmt sein muss, wird dabei nicht verschoben. Man hat nun an dem Theilkreis mittels der mit dem Tischchen drehbaren Alhidade nur die Stellungen abzulesen, bei denen die beiden Prismen-

flächen das Bild des Collimator-Fadenkreuzes in das Visir-Fernrohr werfen. Die Differenz beider Ablesungen, die sich mit derselben Genauigkeit wie bei dem Theodoliten vornehmen lassen, geben das Supplement des gesuchten Winkels.¹⁾

Goniometer von Wollaston. — Auf demselben Princip beruht das Goniometer von Wollaston, nur wird das Fernrohr durch das Auge des Beobachters ersetzt, das während einer Messung in einer und derselben Richtung visirt. Der Theilkreis ist vertical angeordnet;²⁾ die Kante des Prismas und die Mire müssen also horizontal liegen. In Fig. 188 ist dieser namentlich für krystallo-

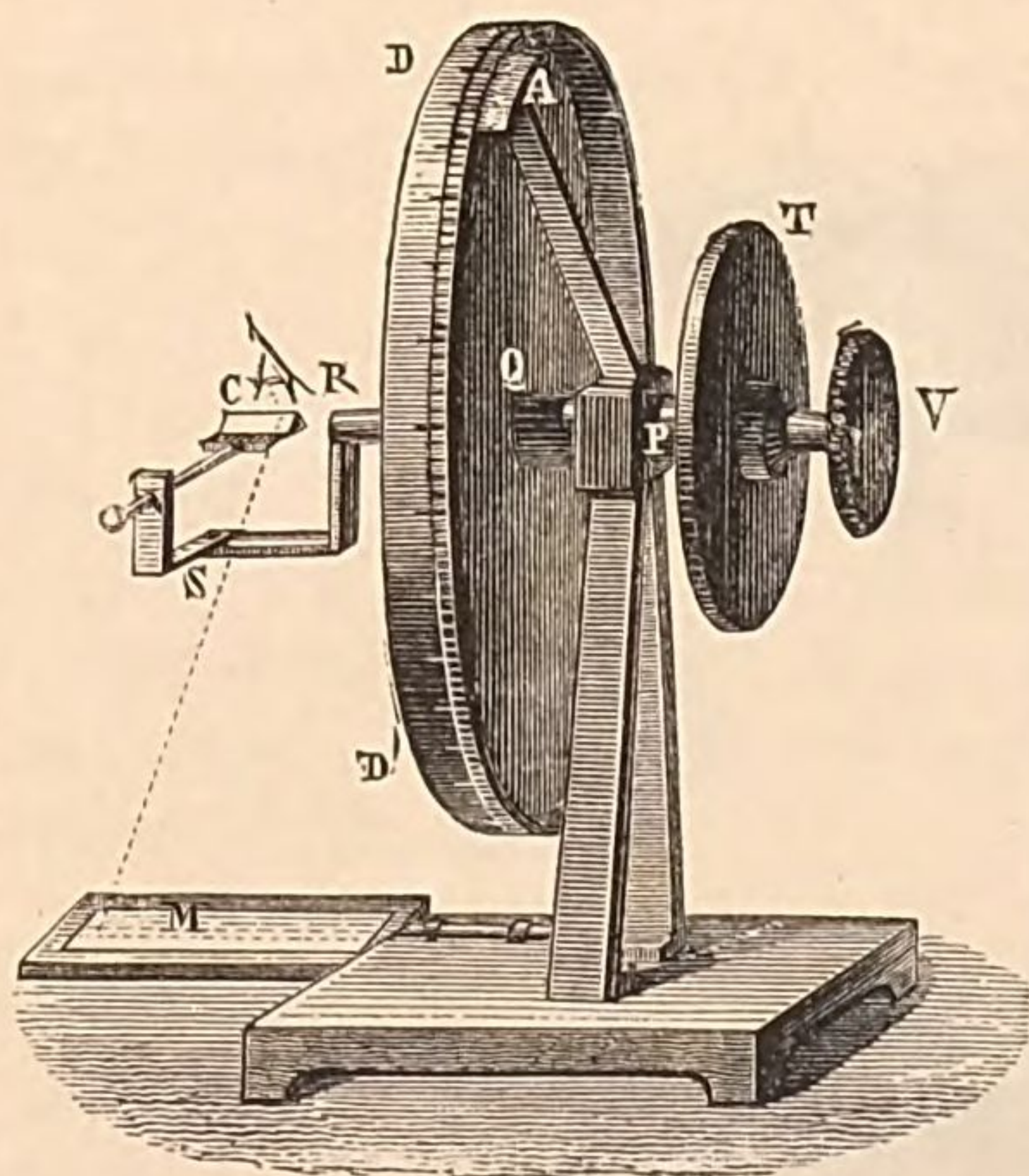


Fig. 188.

graphische Messungen so wichtige Apparat abgebildet; solche Messungen sind in Folge der geringen Ausdehnung und der mangelnden Politur der Flächen mit besonderen Schwierigkeiten verknüpft.³⁾ Der Krystall *C* ist an dem Ende des beweglichen, mit der Achse *VR* verbundenen Halters *S* festgekittet. Diese Achse dreht sich mit etwas Reibung in dem Hohlcyylinder *Q*, welcher das Gestell *P* durchsetzt und auf der einen Seite die Scheibe *T*, auf der anderen den Theilkreis *D* trägt; der letztere bewegt sich vor der festen

Alhidade *A*. Mittels des Knopfes *V* dreht man nur die Achse *VR*; den Hohlcyylinder *Q* mit der Achse *VR* zusammen bewegt man durch Drehen der Scheibe *T*. Auf der Grundplatte des Apparats ist ein Spiegel aus schwarzem Glas, um eine zur Ebene des Theil-

¹⁾ Bei einigen Modellen ist das Visir-Fernrohr auf einer mit einem Nonius versehenen Alhidade befestigt. Man kann dann, wie bei einem Fraunhofer'schen Goniometer, die Stellung des Tischchens unverändert lassen und verschiebt das Visir-Fernrohr, bis man nach einander die von den beiden Seitenflächen des Prismas reflectirten Bilder des Collimator-Fadenkreuzes mit seinem Fadenkreuz zur Deckung bringt; der durch die beiden Stellungen eingeschlossene Winkel ist dann das Doppelte des Prismenwinkels.

²⁾ Ein horizontaler Theilkreis ist viel bequemer.

³⁾ Selbst bei günstiger Beleuchtung bieten Collimator und Fernrohr keinen Vortheil mehr, wenn die Flächen sehr klein sind, da dann in Folge von Beugungserscheinungen die Strahlen des reflectirten Büschels aufhören einander parallel zu sein.

kreises D senkrechte Achse beweglich, angeordnet.¹⁾ Die beiden Flächen, deren Neigungswinkel gemessen werden soll, werden nach der gewöhnlichen Methode senkrecht zur Ebene des Theilkreises gestellt, und zwar kann man, um rasch zu einer annähernd richtigen Justirung zu gelangen, zuerst in folgender Weise vorgehen.²⁾ In einiger Entfernung stellt man eine Kerze oder irgend eine andere Lichtquelle auf und orientirt den Krystall, indem man das Auge in dieselbe verticale Ebene wie den Krystall und die Lichtquelle bringt, derart, dass man die eine Fläche des Krystalls hell erleuchtet sieht. Dreht man dann den Knopf V , bis die zweite Fläche an die Stelle der ersten kommt, so muss sie eben so hell erleuchtet sein; andernfalls verändert man ihre Lage, stellt wieder auf die erste ein, bis beide gleichmässig hell erscheinen. Der Krystall ist dann ungefähr richtig orientirt, und man führt nun die feine Justirung folgendermaassen aus. Eine genügend weit entfernte, horizontale Mire wird in dem Spiegel M anvisirt und das Bild derselben Mire in einer der beiden Krystallflächen mit der in dem Spiegel gesehenen Mire zur Deckung gebracht; ebenso verfährt man mit der zweiten Fläche, geht dann auf die erste zurück und wird es so durch eine Reihe systematischer Verbesserungen bald dahin bringen, dass die Kante zur Fläche des Theilkreises genau senkrecht steht. Die oben erwähnte Methode lässt sich hier nämlich dann leicht anwenden, wenn man bei der Befestigung des Krystalls auf seinem Träger dafür Sorge getragen hat, dass eine der beiden Flächen auf einer Drehungsachse des Trägers möglichst senkrecht steht; hat man diese Fläche mit Hülfe der zweiten Achse justirt, so führt man die Justirung der zweiten Fläche allein mittels der ersten Achse aus, wodurch man die erste Justirung fast gar nicht mehr ändert und kommt so rasch zum Ziel. Die Kante soll übrigens möglichst in der Verlängerung der Achse VR liegen. Man nähert nun das Auge dem Krystall so weit, dass man nicht den Krystall, sondern die Bilder der Mire gut sieht, bringt dann das Bild der Mire in der einen Seitenfläche mit dem Bild derselben im Spiegel zur Deckung und wiederholt dieselbe Operation, ohne das Auge zu verrücken für die zweite Fläche, indem man den Theilkreis und damit den Krystall dreht. Der Drehungswinkel ist auch in diesem Fall das

¹⁾ Bei dem ursprünglichen Apparat waren zwei horizontale Miren nöthig. Die Hinzufügung des Spiegels gestattet, den Theilkreis D senkrecht zur Mire zu stellen.

²⁾ Bertrand hat auf diese Weise ein sehr sinnreiches Verfahren ausgearbeitet, um die Flächenwinkel mikroskopischer Krystalle zu messen.

Supplement des gesuchten Winkels. Bei genügend grosser Entfernung der Marke bleiben mangelhafte Centrirung des Krystalls und kleine Verschiebungen des Auges zwischen den beiden Ablesungen¹⁾ ohne grossen Einfluss, so dass der Fehler einer sorgfältigen Messung 1 bis 2 Minuten nicht überschreitet.²⁾

415. Heliostaten. — Das Sonnenlicht bietet für physikalische Versuche alle nur wünschenswerthen Vorzüge; es ist billig, seine Intensität ist bedeutend und die Strahlen sind parallel (der Winkel der äussersten Strahlen beträgt kaum einen halben Grad); aber die Richtung der Sonnenstrahlen bleibt nicht unveränderlich.

Heliostaten. — Diesem Mangel lässt sich dadurch einigermaassen abhelfen, dass man mit Hülfe eines ausserhalb des Beobachtungsraums angebrachten Spiegels von Zeit zu Zeit dem Lichtbündel wieder die gewünschte Richtung giebt, indem man mit der Hand mittels zweier Triebe den Spiegel um zwei zu einander senkrechte Achsen dreht. Wenn auch ein solch einfacher Heliostat nützlich und oft auch ausreichend ist, so lässt er sich doch nicht mit den werthvollen Constructionen vergleichen, welche beliebig lange die Sonnenstrahlen in *einer* Richtung zu reflectiren gestatten.

Heliostat von Fahrenheit. — Schon die Mitglieder der *Accademia del Cimento* waren durch ihre Untersuchungen über die Geschwindigkeit des Lichts auf die Construction eines hierher gehörigen Apparates geführt worden, und Borelli kann als Erfinder des Heliostaten betrachtet werden. Indessen stammt die erste, ebenso einfache wie schöne, praktische Lösung des Problems von Fahrenheit.

In 24 Stunden beschreibt die Sonne scheinbar einen dem Äquator parallelen Kreis, der sich im Lauf des Jahres langsam verschiebt, indem die auf einem Meridian gemessene Entfernung desselben vom Äquator (die Declination) von einer Sonnenwende, wo sie ihren grössten Werth von $23^{\circ} 27'$ erreicht, bis zu einem Äqui-

¹⁾ Über die relative Wichtigkeit dieser beiden Fehlerquellen und die Mittel, um ihren Einfluss abzuschwächen, vgl. Mallard, Lehrbuch der Krystallographie I, 221; Paris, Dunod, 1879.

²⁾ Betreffs der Fuess'schen Goniometer vgl. Liebisch, Bericht über die wissenschaftlichen Instrumente auf der Berliner Gewerbeausstellung im Jahre 1879, herausgegeben von Loewenherz, 321; Berlin 1880, J. Springer, sowie Liebisch, physikalische Krystallographie; Leipzig 1891. Ferner sei auf das Zeiss'sche Krystallgoniometer verwiesen (Czapski, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1893, 1 u. 242). — L.

noctium, wo sie den Werth Null hat, schwankt. Ein die Erde, die wir hier als punktförmig ansehen können, treffender Sonnenstrahl beschreibt folglich in einem Tag um die Weltachse einen Kegel, dessen Öffnungswinkel das Complement der für dieses Datum gültigen Declination (Fig. 189) ist.

Wenn also in einem gegebenen Augenblick das Licht in einem Punkt C in der Richtung SC einfällt, welche mit der Weltachse CA den Winkel $SCA = 90^\circ - d$ bildet, so hat man, um die Lichtstrahlen in der Richtung CA zu reflectiren, in C einen Spiegel MM' senkrecht zu der den Winkel SCA halbirenden Linie CB aufzustellen. Damit nun der reflectirte Strahl die Richtung CA beibehält, lässt man den Spiegel MM' um eine in der Richtung CA' liegenden Achse um 360° in 24 Stunden mit Hülfe eines gewöhnlichen Uhrwerks rotiren. Die Spiegelnormale bleibt dann beständig in dem Stundenkreis der Sonne (der Ebene, welche durch die Weltachse und den Mittelpunkt der Sonne geht) und, da sie den Winkel der einfallenden Strahlen mit der Weltachse beständig halbt, so werden die Strahlen auch stets in der Richtung dieser Achse reflectirt; mit Hülfe eines zweiten Spiegels kann man ihnen dann eine beliebige andere, unveränderliche Richtung geben.

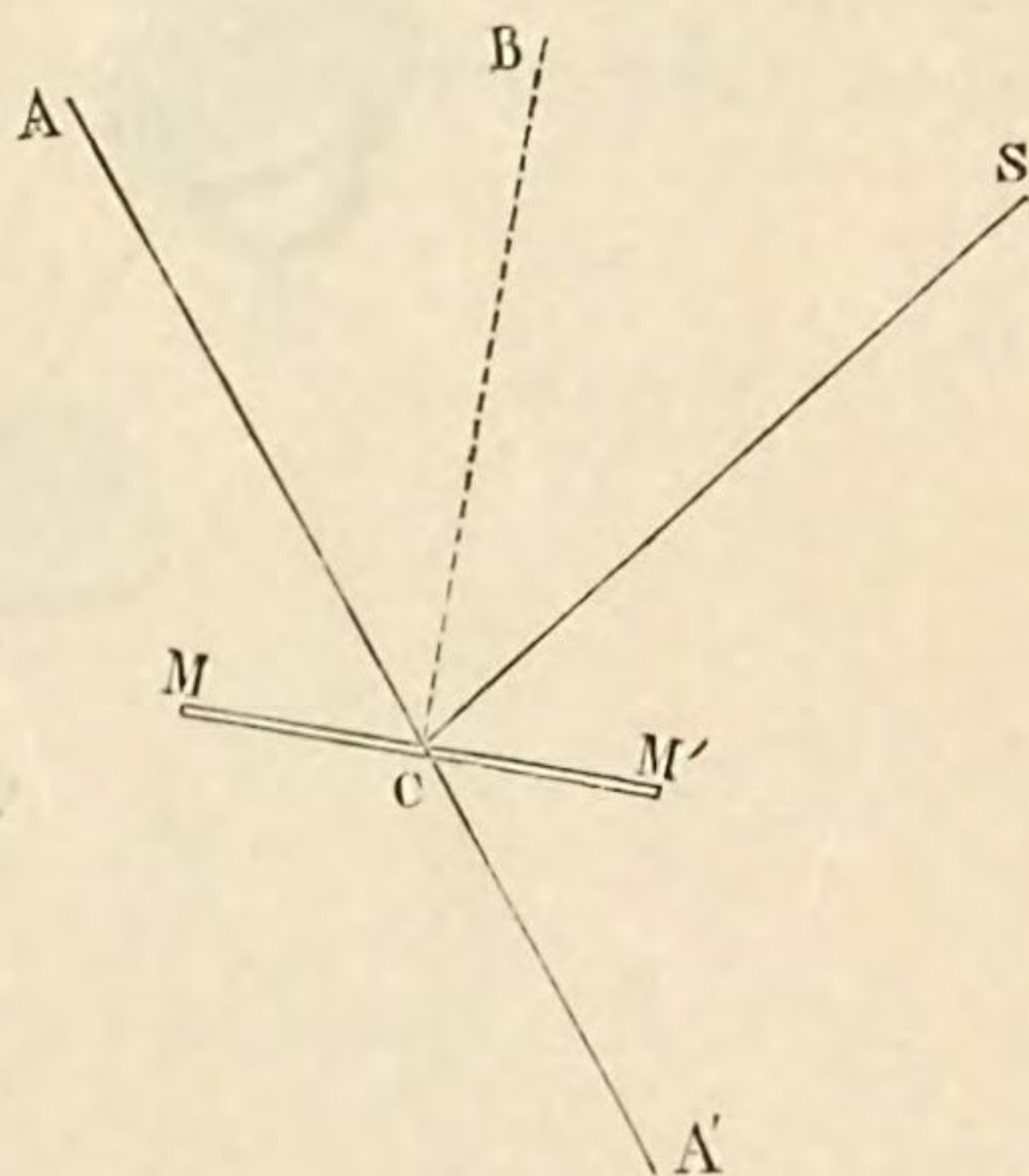


Fig. 189.

Die Einrichtung des Apparates (Fig. 190) ist leicht verständlich. Er besteht aus einem Uhrwerk, das beliebig orientirt werden kann, und dessen Achse sich in 24 Stunden einmal um sich selbst dreht; die letztere trägt einen in einem Scharnier senkrecht zu ihr beweglichen Spiegel.

Zur Justirung des Apparats hat man zuerst die Achse des Uhrwerks in die Richtung der Weltachse zu bringen; nun ist aber bekanntlich die Polhöhe eines Orts gleich seiner geographischen Breite; die Achse des Uhrwerks muss also mit der Verticalen einen Winkel bilden, der das Complement der geographischen Breite des Ortes ist. Dann stellt man die Achse des Apparates in den Meridian, den man immer mit genügender Genauigkeit bestimmen kann (im Nothfall mit Hülfe eines Kompasses). Wenn das Uhrwerk die richtige Zeit zeigt, so fällt die Ebene, in welcher die Achse, die Spiegelnormale und der Zeiger liegen, mit dem Stundenkreis der Sonne zusammen.

Der Spiegelnormalen hat man schliesslich eine solche Richtung zu geben, dass ihr Winkel mit der Weltachse gleich dem halben Complement der Declination¹⁾ ist. Wenn die Uhr geht, folgt der Spiegel dem Gang der Sonne und die Lichtstrahlen werden beständig in der Richtung der Weltachse reflectirt; mit Hülfe eines zweiten Spiegels NN' kann man dann den Strahlen in einfacher Weise die gewünschte Richtung AR geben.

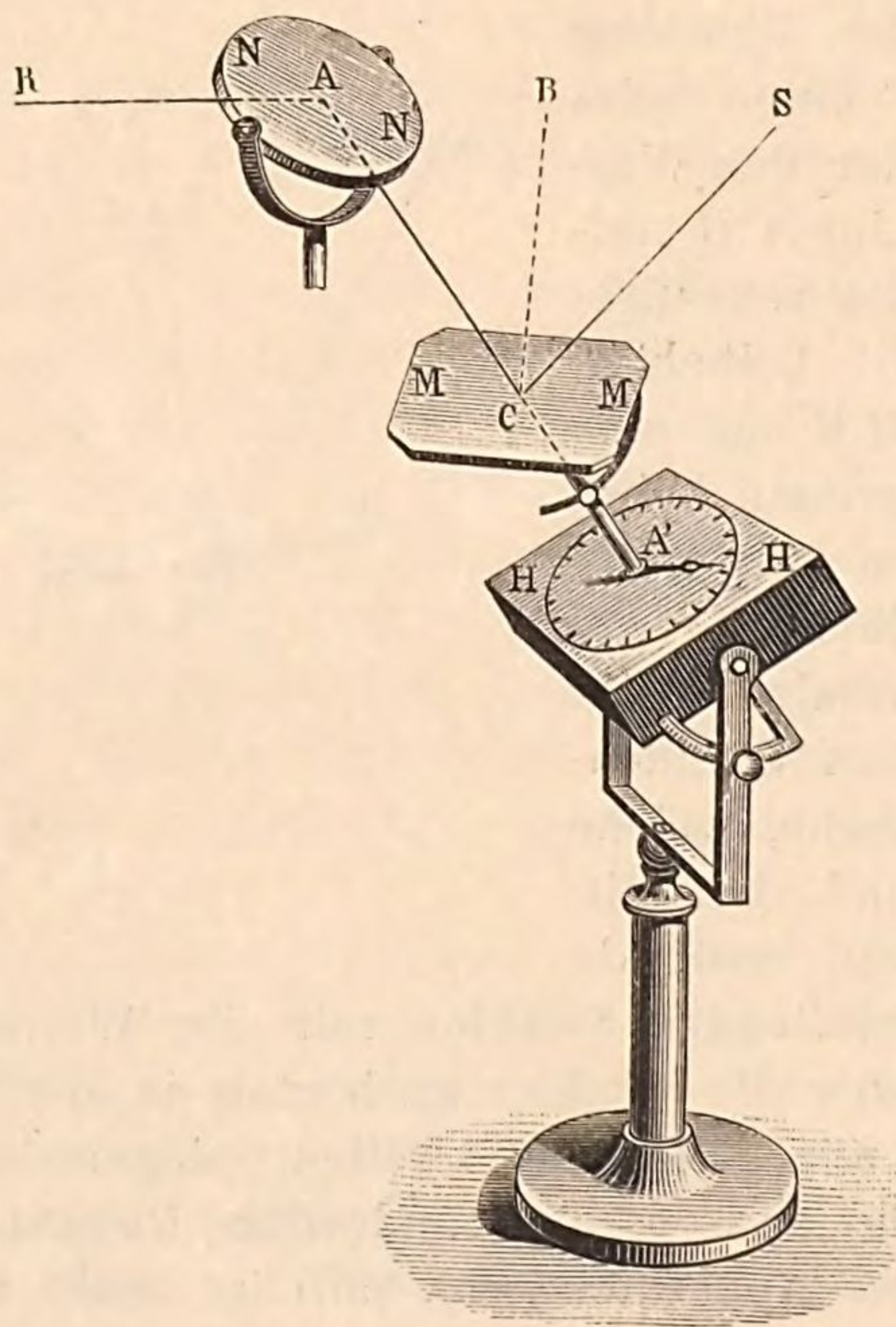


Fig. 190.

Die Anwendung eines zweiten Spiegels ist offenbar ein Nachtheil, der übrigens im Vergleich mit der Schwierigkeit der Justirung bei anderen Heliostaten nicht schwer ins Gewicht fällt. An Stelle der Spiegel kann man totalreflectirende Prismen verwenden und auf diese Weise den Verlust an Lichtintensität bedeutend verringern.²⁾

¹⁾ Die Einstellung lässt sich leicht controliren, wenn der Apparat, wie der Heliostat von Silbermann, mit einem eine kleine Öffnung enthaltenden Diaphragma und einem kleinen Schirm versehen ist; bei richtiger Justirung müssen die durch das Diaphragma eintretenden Strahlen auf die Mitte des Schirms fallen.

²⁾ Brünner verfertigt sehr zweckentsprechende Apparate dieser

Heliostat von s'Gravesande. — s'Gravesande¹⁾ gelang es, mit Hülfe eines einzigen Spiegels die Sonnenstrahlen in einer beliebigen Richtung zu reflectiren. Der Constructionsgeanke ist der, ein gleichschenkliges Dreieck zu verwirklichen, dessen einer Schenkel beständig in der Richtung des einfallenden, der andere in der des reflectirten Strahls liegt, und dessen Basis senkrecht zum Spiegel steht. Ein Uhrwerk HH ist in der nämlichen Weise wie beim vorigen Apparat so angeordnet, dass der Zeiger $A'B$ dem Schatten der Achse AA' auf dem Zifferblatt folgt, das dem Äquator parallel ist, während der Strahl SB (Fig. 191) seinen

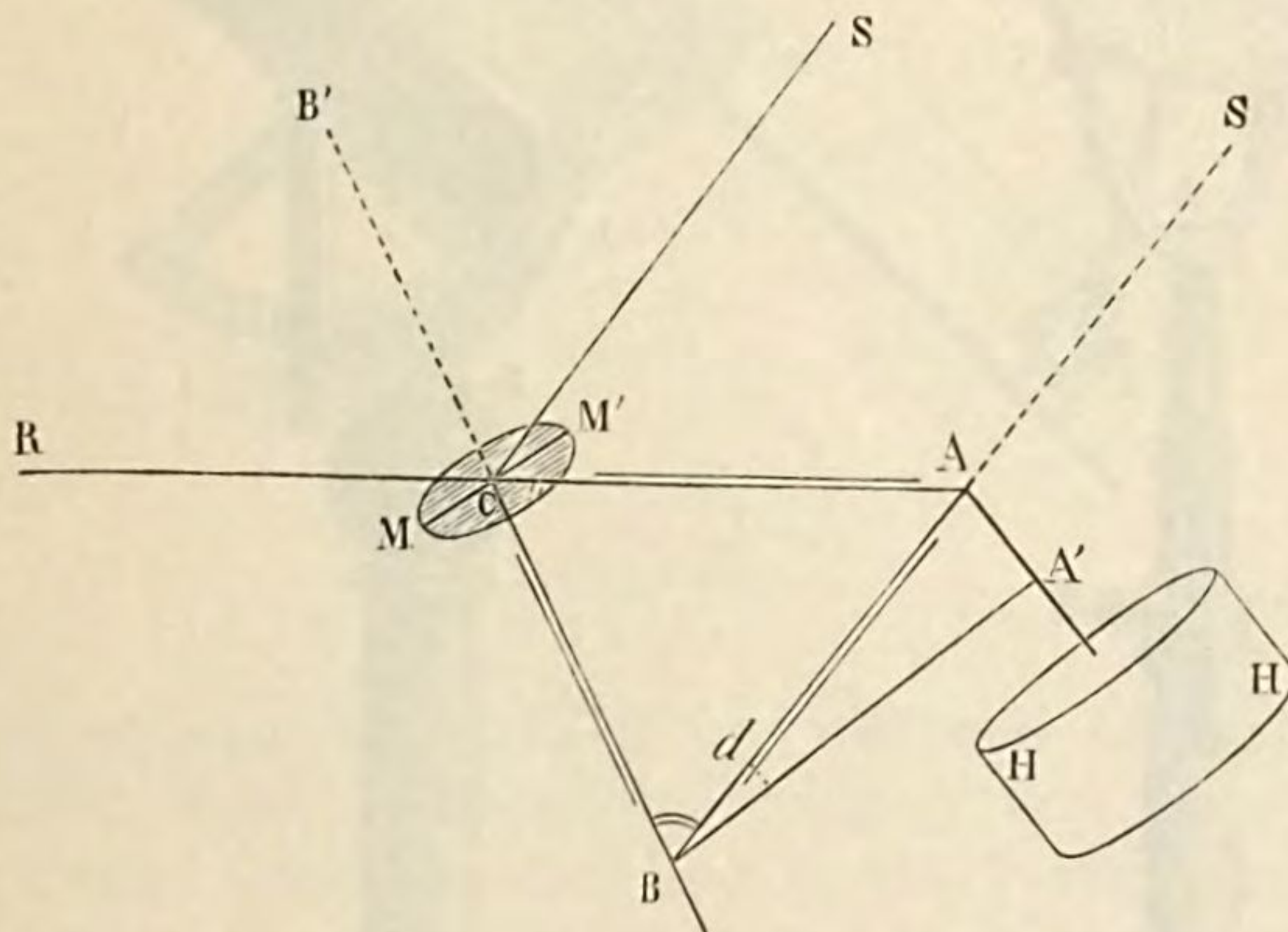


Fig. 191.

täglichen Kegel um die Weltachse beschreibt. s'Gravesande verbindet nun den Spiegel MM' mit diesem Uhrwerk mit Hülfe einer am Ende B des Zeigers angebrachten Führung, in welcher ein senkrecht am Spiegel befestigter Stiel gleiten und sich frei drehen kann (Fig. 192). Der Spiegel wird von einer besonderen, verticalen Säule getragen, um die er sich drehen lässt; ferner ist er um eine horizontale Achse beweglich, so dass man ihm jede beliebige Orientirung geben kann. Durch Verschiebung der Säule und

Art; von Monckhoven wird für photographische Zwecke ein einfaches und solides Modell in grossen Dimensionen ausgeführt.

Eine sinnreiche Lösung desselben Problems liefert der Heliostat von Hartnack und Prazmowski, in welchem der Spiegel, in dessen Ebene die Weltachse liegt, sich einmal in 48 Stunden um die letztere dreht; hierdurch bleibt die Richtung des reflectirten Strahls stets die gleiche. (Vgl. *La nature* 5, 881; 1877.)

¹⁾ s'Gravesande, *Physices elementa mathematica*, 715; Lugd. Batav.; 1720.

Verstellung in der Höhe wird der Punkt C in eine solche Lage gebracht, dass die Verlängerung des reflectirten Strahls die Weltachse in einem von C und B gleich weit entfernten Punkt A trifft. Das Dreieck ABC wird dann beständig mit der Einfallsebene zusammen-

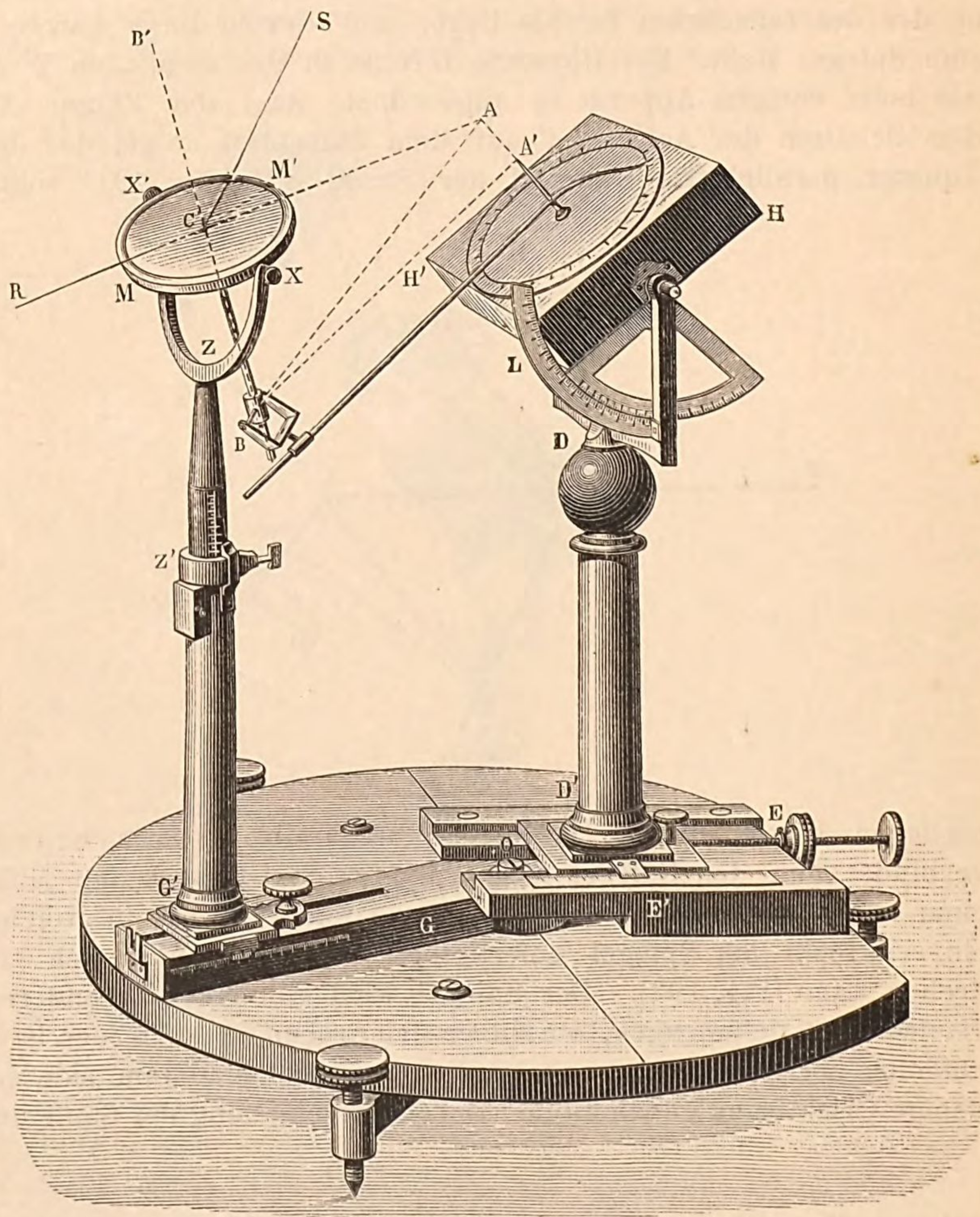


Fig. 192.

fallen; da ferner die Schenkel AB und AC von unveränderlicher Länge sind (nur die Länge der Basis ändert sich), so bleibt das Dreieck gleichschenkelig und folglich sind auch die den Winkeln C und B des Dreiecks gleichen Winkel RCB' und SCB' stets einander gleich; CR ist dann die feste Richtung des reflectirten

Strahls. Die Construction des Apparats ist allerdings einfach, aber die Justirung so complicirt,¹⁾ dass dieser Heliostat, trotz der Bemühungen von Charles, ihn praktisch brauchbar zu machen, nur selten benutzt worden ist.

Heliostat von Gambey. — In dem Heliostaten von Gambey²⁾ ist, wie in demjenigen von s'Gravesande, ein gleichschenkeliges Dreieck ACF (Fig. 193) enthalten, dessen eine Seite AF der Rich-

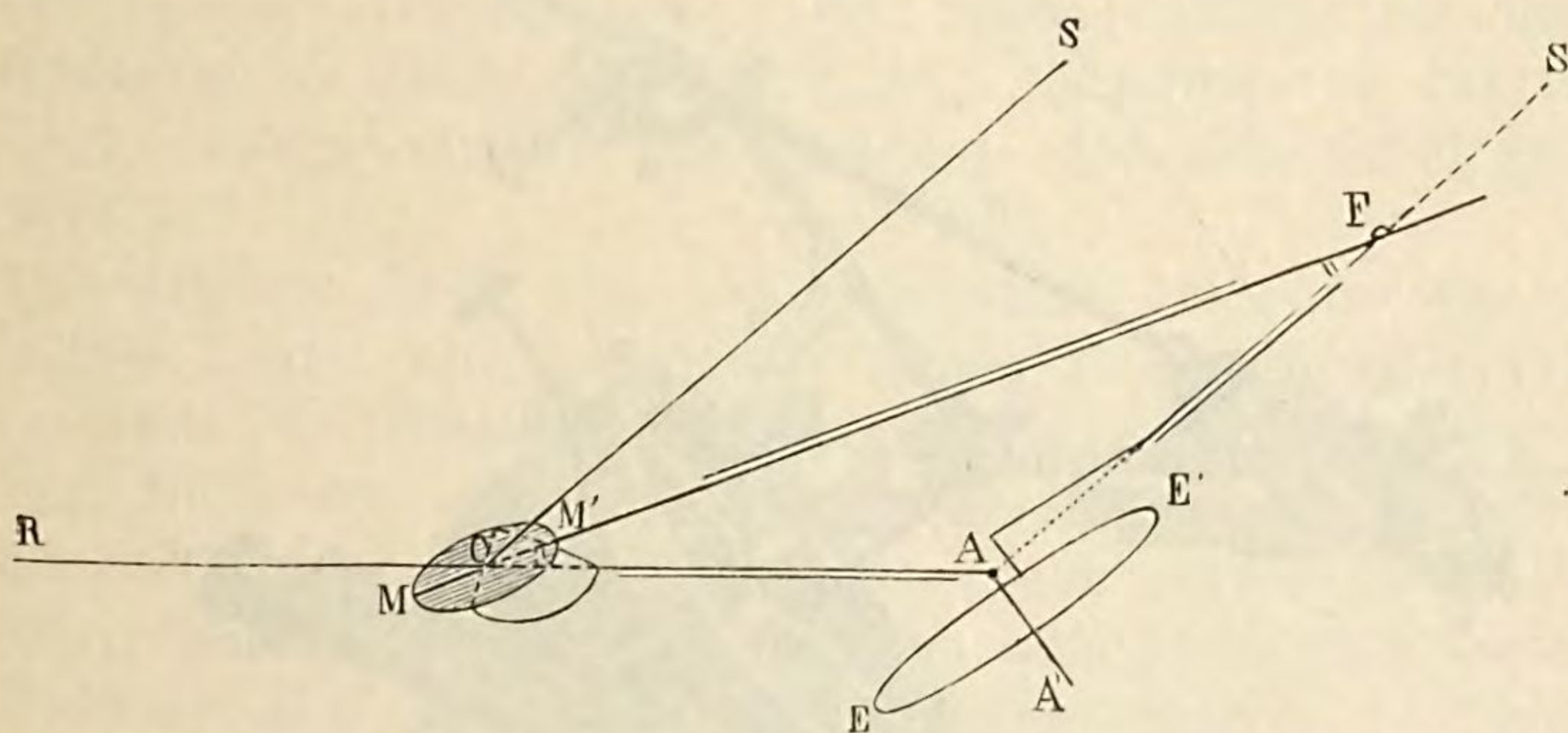


Fig. 193.

tung der Sonnenstrahlen parallel ist, während die andere AC eine den reflectirten Strahlen parallele Richtung hat; die Basis CF wird durch einen Stiel gebildet, der hier in die Verlängerung des Spiegels MM' fällt. Diese Anordnung des Dreiecks ist vortheilhafter

¹⁾ Bezeichnen wir die Länge des Zeigers $A'B$ mit R , so muss nach dem Obigen der Mittelpunkt C des Spiegels (wenn λ die geographische Breite bezeichnet) um die Strecke

$$R \tan d \sin \lambda$$

höher als die durch das Rotationscentrum A' gehende Horizontale liegen, und dieser Punkt C muss von A' die (horizontale) Entfernung

$$R \tan d \cos \lambda + \frac{R}{\cos d}$$

haben. Diese Längen müssen genau berechnet und eingestellt werden, eine keineswegs einfache Aufgabe.

²⁾ Auf dem gleichen Princip beruht der Fuess'sche Heliostat, der durch seine einfache, zuverlässige und compacte Construction (Declination und Breite lassen sich z. B. an einem mit doppelter Theilung versehenen Kreisbogen einstellen; das Gewicht des Spiegels wird zum grössten Theil durch eine Frictionsrolle aufgenommen u. s. w.) vortheilhaft vor anderen Apparaten auszeichnet. Vgl. Loewenherz, Wiss. Instr. a. d. Berliner Gewerbeausstellung 1879, 398). Eine vereinfachte Form, die sich besonders zum Gebrauch an höheren Schulen eignet, ist in der Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterricht 9, 157, 1896, beschrieben. — L.

wie bei dem vorhergehenden Apparat, und das Gleiten der beweglichen Seite AF auf der Basis geht sanfter vor sich. Die Seite AF wird in der Richtung der Sonnenstrahlen gehalten durch die Drehung eines dem Äquator parallelen Rades EE' , auf

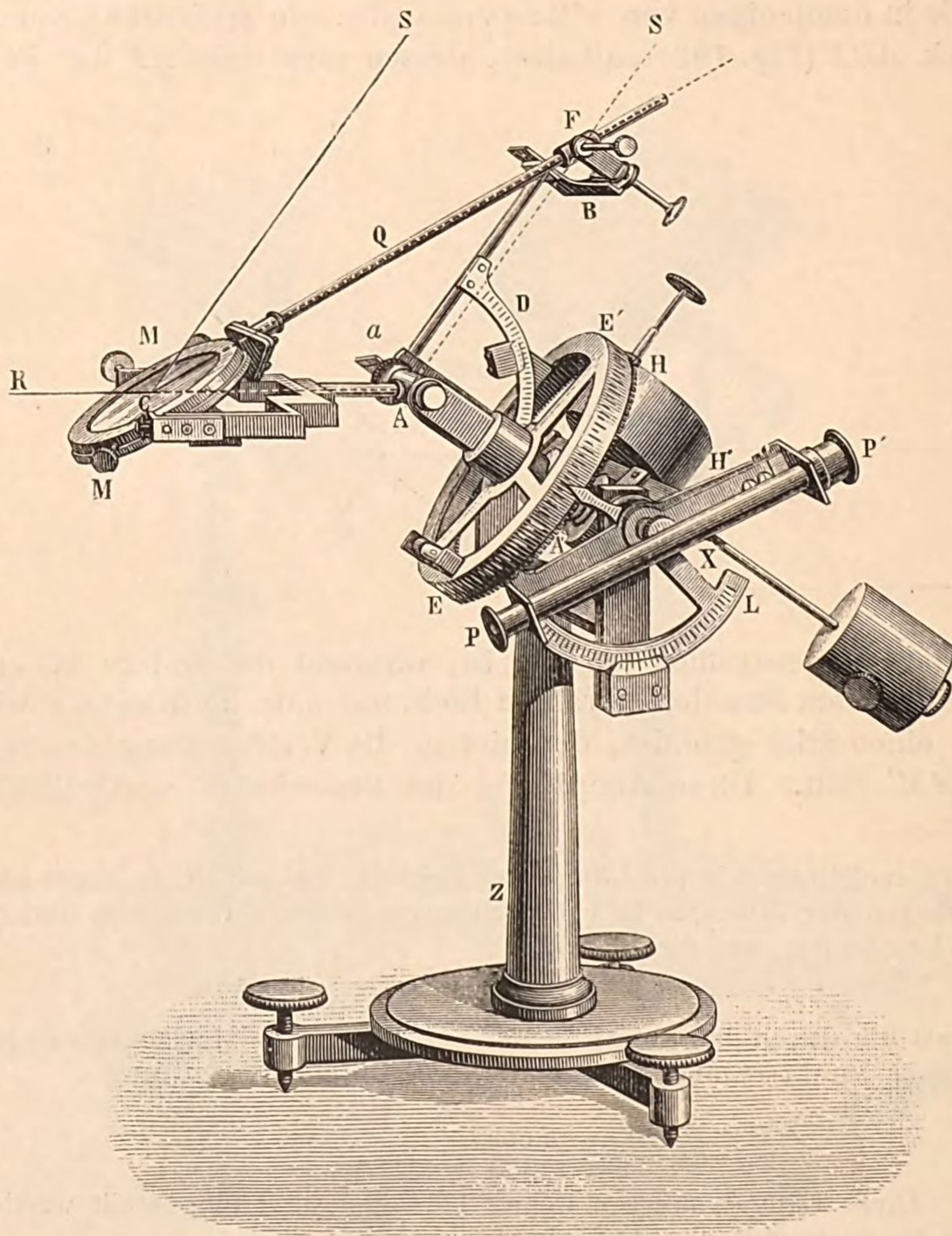


Fig. 194.

welchem AF so befestigt ist, dass es mit der Ebene des Rades einen der Declination gleichen Winkel bildet. Die Verwendung der beiden Marken von Silbermann (die man am Apparat leicht anbringen kann) erleichtert die Orientirung dieser Seite und erlaubt ihre Lage jederzeit zu controliren. Die Seite AC ist durch eine Gabel gebildet, die sich um ein axiales Stück drehen kann,

welch' letzteres in die Richtung des reflectirten Strahles gebracht wird. Die Grundlinie CF endlich, die in C um eine zu AC senkrechte Achse beweglich ist, gleitet in F in einer an dem Ende der Stange AF angeordneten Hülse. Wenn der Apparat in Thätigkeit ist, beschreibt der Stiel des Spiegels um AC einen schiefen Kegel, welcher den von der Hülse F beschriebenen, dem Äquator parallelen Kreis zur Basis hat. Die Seiten AF und AC bleiben einander gleich und liegen dauernd die eine in der Richtung des einfallenden Strahles, die andere in der Richtung AR , welche folglich die Richtung des reflectirten Strahls sein wird.

Der Apparat ist in Fig. 194 dargestellt. Das um die verticale Säule Z und die horizontale Achse X drehbare Rad EE' kann mittels des Breitenkreises L beliebig geneigt werden und wird mit Hülfe der mit Dioptern PP' versehenen Alhidade in die gewünschte Richtung gebracht; besser noch verwendet man ein Fernrohr, das man auf eine im Meridian befindliche Mire einstellt. Das Uhrwerk HH' dreht dieses Rad gleichförmig in 24 Stunden einmal um 360° um die Achse $A'A$, die ihre Richtung im Raum beibehält und zu der Ebene des Rades senkrecht steht. Der Stab aB , der um die zum Äquatorkreis parallele Achse aA drehbar ist, kann gegen diesen Kreis um den Winkel d geneigt werden, welcher auf dem Deklinationskreis D gemessen wird. In F endigt dieser Stab in einer Hülse, in welcher der Stiel Q des Spiegels gleiten und sich drehen kann. An dem Ende der Achse A ist der Stiel der Gabel AC befestigt, die zwischen ihren Zinken den Spiegel $M'M$ hält. Der Apparat lässt sich ohne Ausführung von Rechnungen leicht einstellen und arbeitet sehr regelmässig, indessen ist er ziemlich theuer. Soll der Heliostat an einem bestimmten Platz bleiben, so sind übrigens auch Vereinfachungen möglich. Man kann dabei sogar einen allen Heliostaten-Constructionen gemeinsamen Nachtheil vermeiden, nämlich den, dass der den Sonnenstrahlen unmittelbar ausgesetzte Apparat sich stark erwärmt und nicht mehr richtig justirt bleibt. That- sächlich lässt sich ganz leicht das Uhrwerk von dem Apparat vollständig trennen und im Laboratorium aufstellen. Eine kräftige Pendeluhr genügt dann vollständig, um mittels einer Übertragung den aussen aufgestellten Spiegel in Bewegung zu setzen und verbürgt einen vollständig gleichmässigen Gang.¹⁾

¹⁾ Vgl. z. B. Johnston's Heliostat in der Ausführung von Schmidt & Haensch in Berlin, Löwenherz, Wiss. Instr. a. d. Berliner Gewerbeausstellung 1879, S. 402. — L.

*Heliostat von Silbermann.*¹⁾ Silbermann nahm die Idee von Fahrenheit wieder auf, die Normale CN zum Spiegel in derjenigen Richtung zu halten, die den Winkel zwischen dem einfallenden Strahl SC und dem reflectirten halbt; dabei sollte der Apparat compendiös und nicht zu theuer sein. Er versuchte die Aufgabe mittels eines in Gelenken beweglichen Parallelogramms

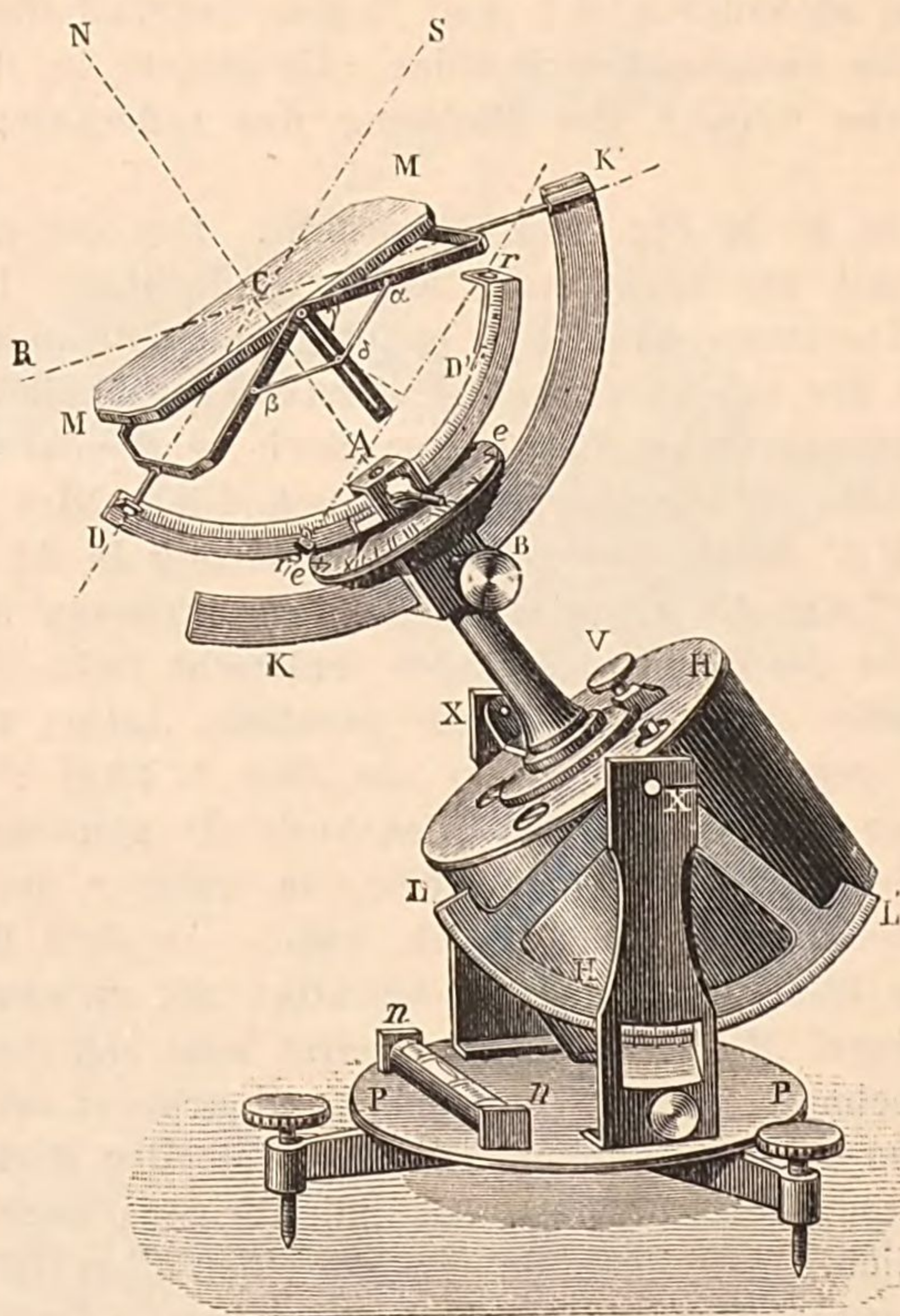


Fig. 195.

zu lösen, dessen eine Seite beständig die Richtung des reflectirten Strahls, die andere diejenige des einfallenden Strahls beibehält. Wir wollen auf die Construction und Handhabung dieses in vielen physikalischen Sammlungen vorhandenen Apparates etwas ausführlicher eingehen. Derselbe ruht auf einer Grundplatte PP , die um einen mit drei Stellschrauben versehenen Fuss gedreht

¹⁾ Silbermann, Compt. rend. 17, 1319; 1843 und Ann. de chim. et de phys. (3) 10, 298; 1844.

und mit Hülfe der Libelle nn horizontal gestellt werden kann, wodurch die Achse XX ebenfalls horizontal gerichtet wird. Nun neigt man das Uhrwerk um diese Achse, bis der Winkel gegen die Verticale gleich dem Complement der geographischen Breite ist, bringt eine auf der Grundplatte des Apparates gezogene Linie in den Meridian und stellt so das Uhrwerk äquatorial, dessen Achse AN dann die Richtung der Weltachse hat. Mit der Achse ist ein vor dem Zifferblatt ee beweglicher Zeiger und ein würfelförmiger Körper A verbunden, in dessen Schlitz der Declinationskreis DD' gleiten kann; der Mittelpunkt des letzteren ist der mit der Mitte des Spiegels zusammenfallende Punkt C der Drehungsachse. Nach C ist der Stiel DC einer Gabel gerichtet, der von einem rechtwinklig am Kreisbogen DD' befestigten Stück D gehalten wird. Wenn der Zeiger die richtige Zeit zeigt und der Stiel DC nach der augenblicklichen Richtung der Sonnenstrahlen orientirt ist, so wird er durch das Uhrwerk auch darin erhalten. Wir haben schon die beiden Marken r und r' erwähnt, die dem Stiel DC die gewünschte Richtung zu geben erlauben, ohne die Kenntniss der Zeit und der Declination vorauszusetzen, und die ferner gestatten, die Richtigkeit der Einstellung in jedem Augenblick zu controliren. Der Stiel einer zweiten Gabel, der die Richtung des reflectirten Strahls haben muss, ist ganz ähnlich befestigt. Um die Achse des Uhrwerks kann sich ein Cylinder drehen, der ebenfalls in ein würfelförmiges Stück B ausläuft und von der Achse durch eine unbewegliche, das Zifferblatt tragende Hülse getrennt ist. In einem Schlitze desselben gleitet der Bogen KK' , dessen Mittelpunkt in C liegt; in der am Ende dieses Kreisbogens sitzenden Hülse K' ist der nach dem Centrum C gerichtete Stiel $K'C$ verschiebbar; durch Drehen der Hülse und des Kreisbogens KK' kann man diesen Stiel in die gewünschte Richtung bringen und mit den Schrauben V und B festklemmen. Der Spiegel MM lässt sich um eine in seiner Ebene gelegene Achse drehen, die in dem Kreuzungspunkt der beiden Gabeln gelagert ist. An den Armen dieser Gabeln ist auch das zur Führung des Spiegels dienende Parallelogramm $\alpha\beta\gamma\delta$ angebracht; der Führungsstift δ gleitet dabei mit sanfter Reibung in dem senkrechten Schlitze $\gamma\delta$. Diese Art der Führung ist aber bei dem Apparat zu schwach und in zu kleinen Dimensionen ausgeführt; in Folge dessen bewegt sich der Spiegel nicht regelmässig genug.

Heliostat von Foucault. Der vollkommenste Heliostat ist der von Foucault construirte, bei welchem der Spiegel gleichzeitig durch einen senkrechten Stiel CB angetrieben und durch einen

Siderostat. — Als sich mit diesem Heliostaten bemerkenswerth gute Resultate ergeben hatten, wollte Foucault einen Apparat construiren, der von einem Stern ein so unbewegliches und so vollkommenes Bild liefern sollte, dass es mit einem feststehenden Fernrohr beobachtet werden könnte, und zwar sollte die Methode

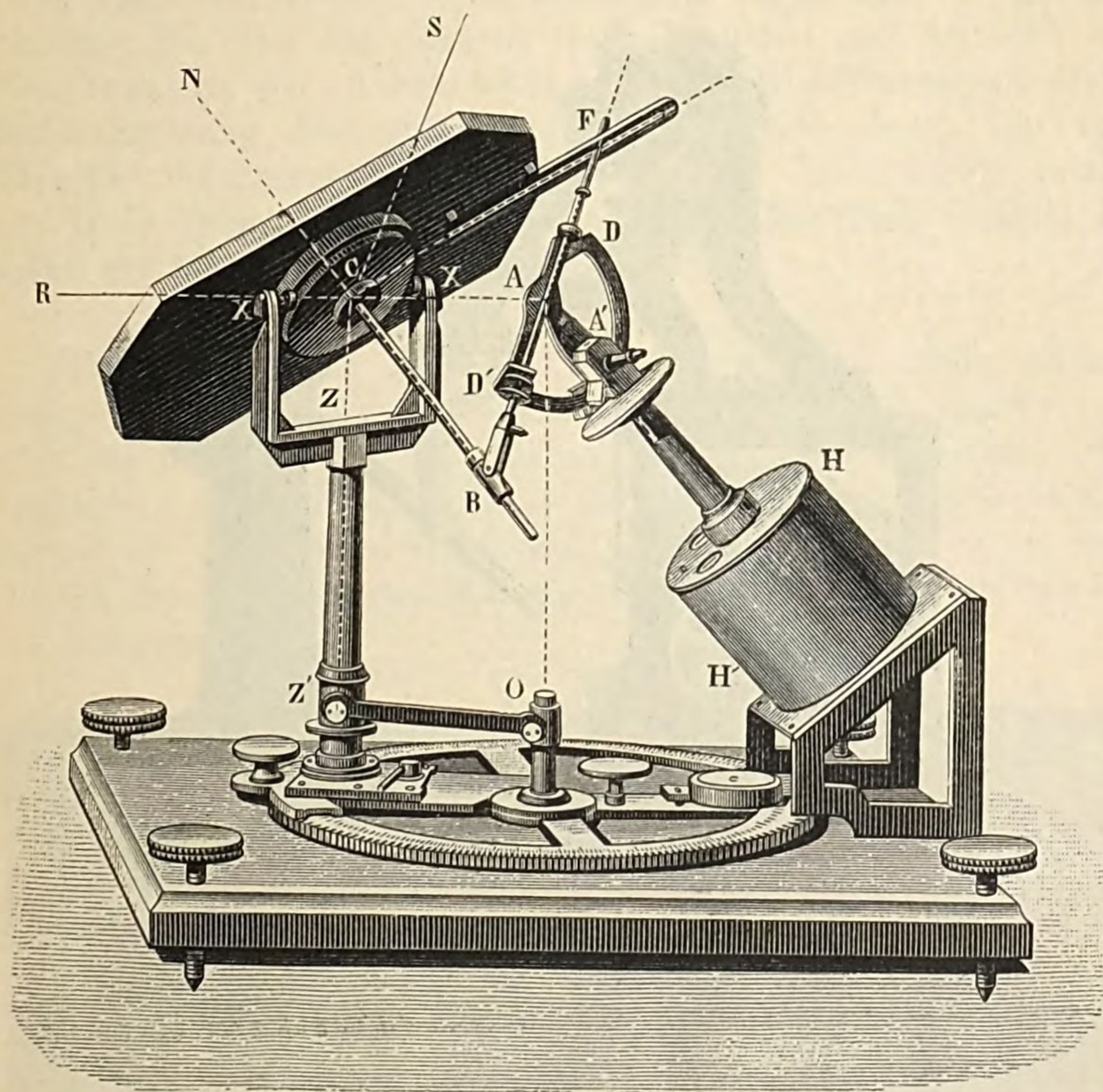


Fig. 197.

vor der Methode der directen Beobachtung des Sternes mit einem beweglichen Fernrohr bei gleicher Genauigkeit den Vorzug grösserer Bequemlichkeit bieten. Schon im Jahre 1845 war der Heliostat von Fizeau und Foucault zum Photographiren der Sonne verwandt worden; im Jahre 1860 hatte sich Laussedat des Apparates bedient, um in Batna eine totale Sonnenfinsterniss in einem horizontalen Fernrohr zu beobachten. Um indessen praktische Erfolge zu erzielen, war eine trotz der fortwährenden Veränderung der Bewegungshindernisse absolut gleichförmige Rotation und ein vollständig ebener Spiegel erforderlich, der ein scharfes

Bild des Sternes lieferte. Foucault löste diese zweifache Aufgabe durch Erfindung seines Centrifugal-Regulators (82) und durch die Ausarbeitung einer Methode, Glasspiegel zu schleifen (420). Der Tod verhinderte ihn, den Siderostat selbst auszuführen; Wolf¹⁾ liess ihn durch Eichens construiren mit einem Spiegel,

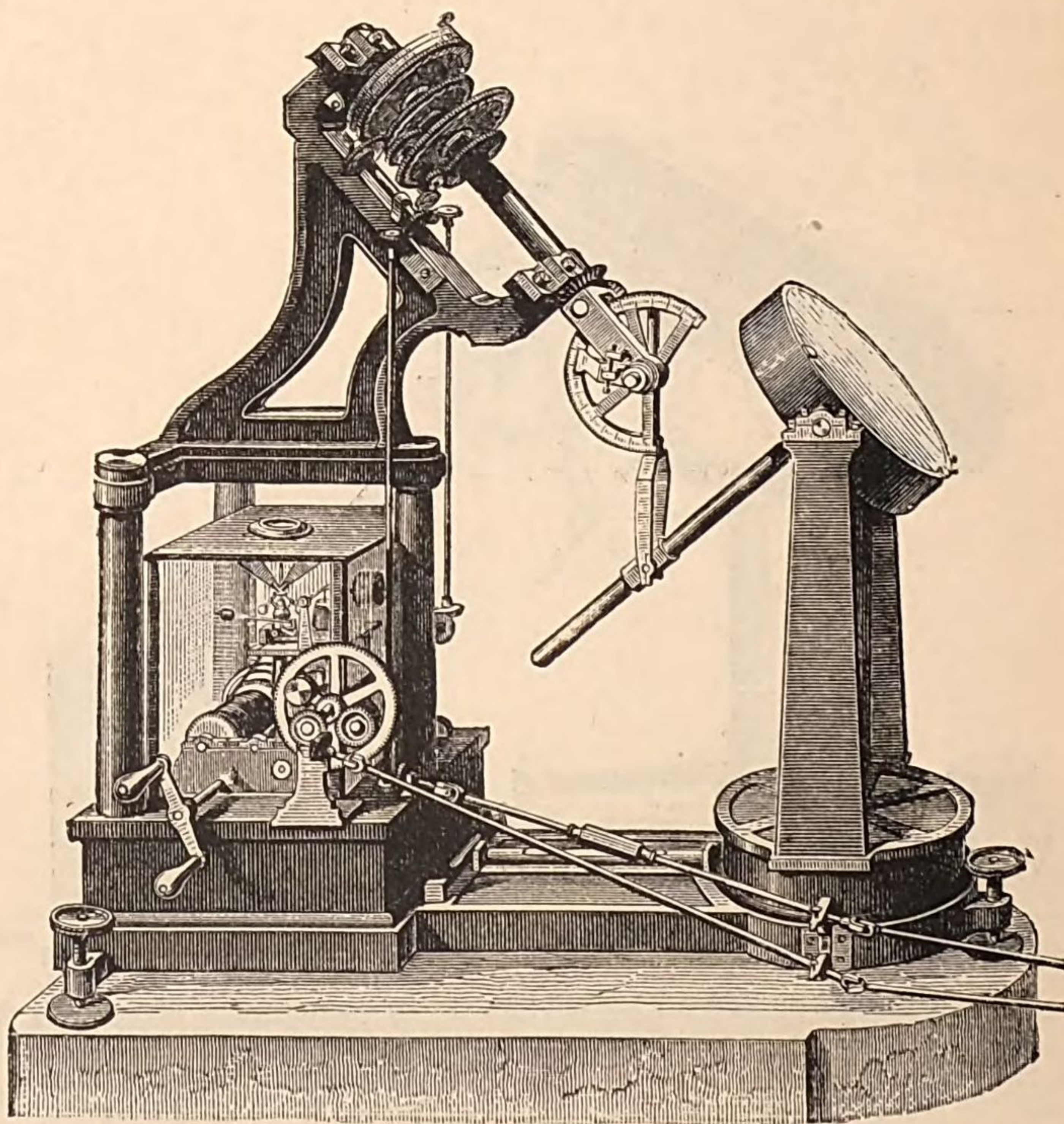


Fig. 198.

der nach dem Foucault'schen Verfahren von Martin hergestellt war.

Die der Astronomie von Brünnow entlehnte Fig. 198 stellt das Instrument dar; man unterscheidet in derselben den Spiegel und seine Fassung, die Polarachse und die Theile, welche die Polarachse mit dem Spiegel verbinden, endlich den Regulator. Der Spiegel wird in seiner Fassung durch Pflöcke und Federn gehalten, um jede Durchbiegung zu vermeiden; er kann sich um

¹⁾ Wolf, Compt. rend. 69, 1222 und 79, 455; 1869—1874.

eine horizontale und eine verticale Achse drehen, um letztere mittels eines Systems von Frictionsrädern, die im Fuss der Säulen untergebracht sind, welche die erstere Achse tragen. In der Mitte der Fassung ist senkrecht ein Stiel befestigt, der in einer Hülse gleitet, welche von einer am Ende der Polarachse durch ein Gelenk befestigten Gabel getragen wird. Diese Achse wird durch eine Gewichtsuhr mit isochronem Regulator in Rotation versetzt. Der Stiel des Spiegels stellt die Basis des Dreiecks von s'Gravesande dar, dessen beide einander gleiche Seiten durch die Gabel (Richtung des einfallenden Strahls) und durch die vom Ende der Polarachse nach dem Mittelpunkt des Spiegels gerichtete Linie (gleichbleibende Richtung des reflectirten Strahls) gebildet werden.

417. Parallele Spiegel. — Da die an einem ebenen Spiegel reflectirten Strahlen genau dieselbe Richtung haben, als wenn sie wirklich von dem durch den Spiegel entworfenen Bild ausgingen, so kann ein solches Bild in Bezug auf einen zweiten Spiegel als ein *virtueller Gegenstand* betrachtet werden, der in dem zweiten Spiegel ein neues Bild erzeugt, gerade so, als ob es wirklich existirte.

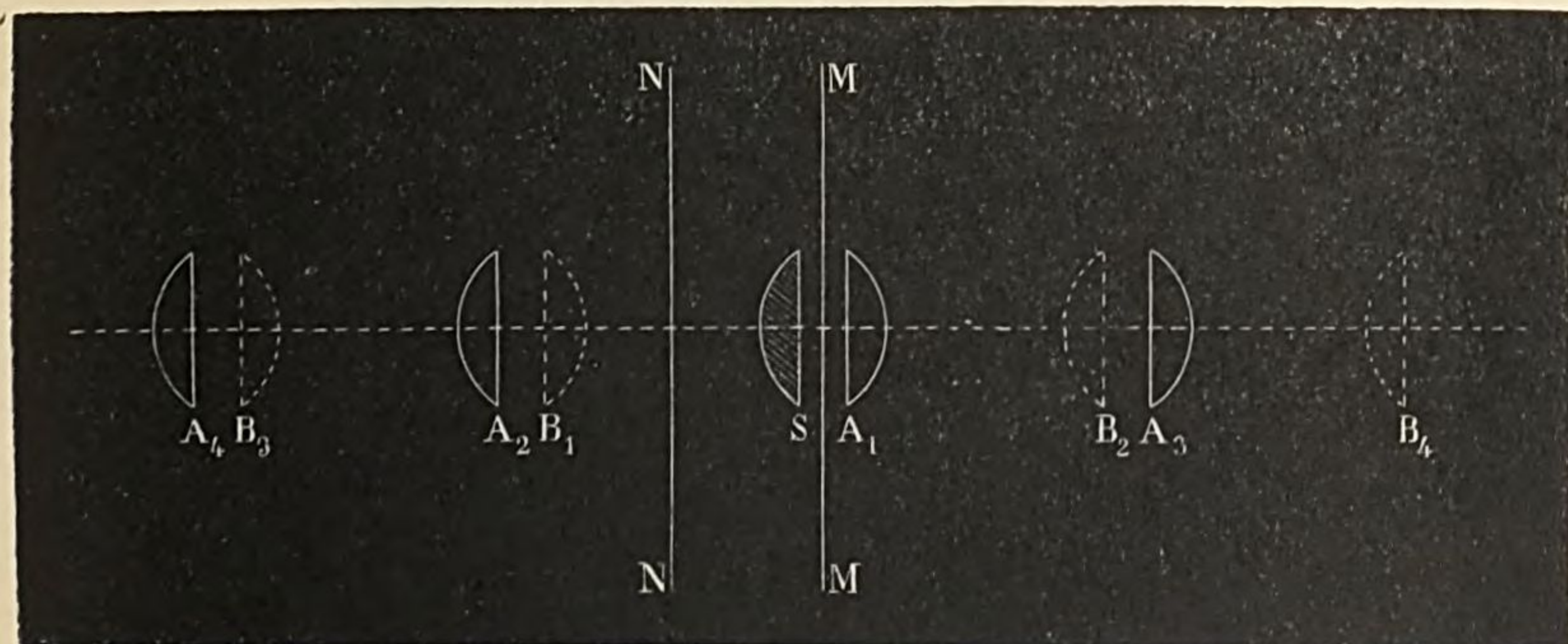


Fig. 199.

Dieses Princip erklärt ohne Weiteres die Entstehung von vielfachen Bildern in parallelen oder gegen einander geneigten Spiegeln.

Es seien z. B. zwei Spiegel *M* und *N* (Fig. 199) parallel zu einander aufgestellt. Ein zwischen ihnen befindlicher Gegenstand *S* erzeugt in dem Spiegel *M* ein erstes Bild *A*₁, dieses bewirkt die Entstehung eines Bildes *A*₂ im Spiegel *N*; von *A*₂ wird im Spiegel *M* wieder ein Bild *A*₃ entworfen u. s. w. Das Bild *B*₁ von *S* in dem

Spiegel N giebt ebenso Veranlassung zu einer zweiten Reihe von Bildern B_1, B_2, B_3 etc.

Diese aufrechten, virtuellen Bilder haben in jedem Spiegel zu dem Gegenstand abwechselnd eine symmetrische oder congruente Lage.

Sind a und b die Abstände von S von den Spiegeln M und N , so haben die Bilder in M von S folgende Entfernungen:

$$2a, \quad 2a + 2b, \quad 4a + 2b, \quad 4a + 4b, \quad 6a + 4b, \quad \dots,$$

und die Bilder in N sind von S entfernt um

$$2b, \quad 2b + 2a, \quad 4b + 2a, \quad 4b + 4a, \quad 6b + 4a, \quad \dots,$$

so dass der Abstand zweier auf einander folgender Bilder abwechselnd $2a$ und $2b$ ist.

Alle diese Bedingungen lassen sich dadurch verificiren, dass man sich zwischen zwei einander gegenüberliegende Spiegel stellt.

Sogar ein einziger Spiegel genügt dazu; denn ein solcher besitzt in der That zwei parallele reflectirende Oberflächen, nämlich die Spiegelfolie, die in erster Linie das Licht zurückwirft,

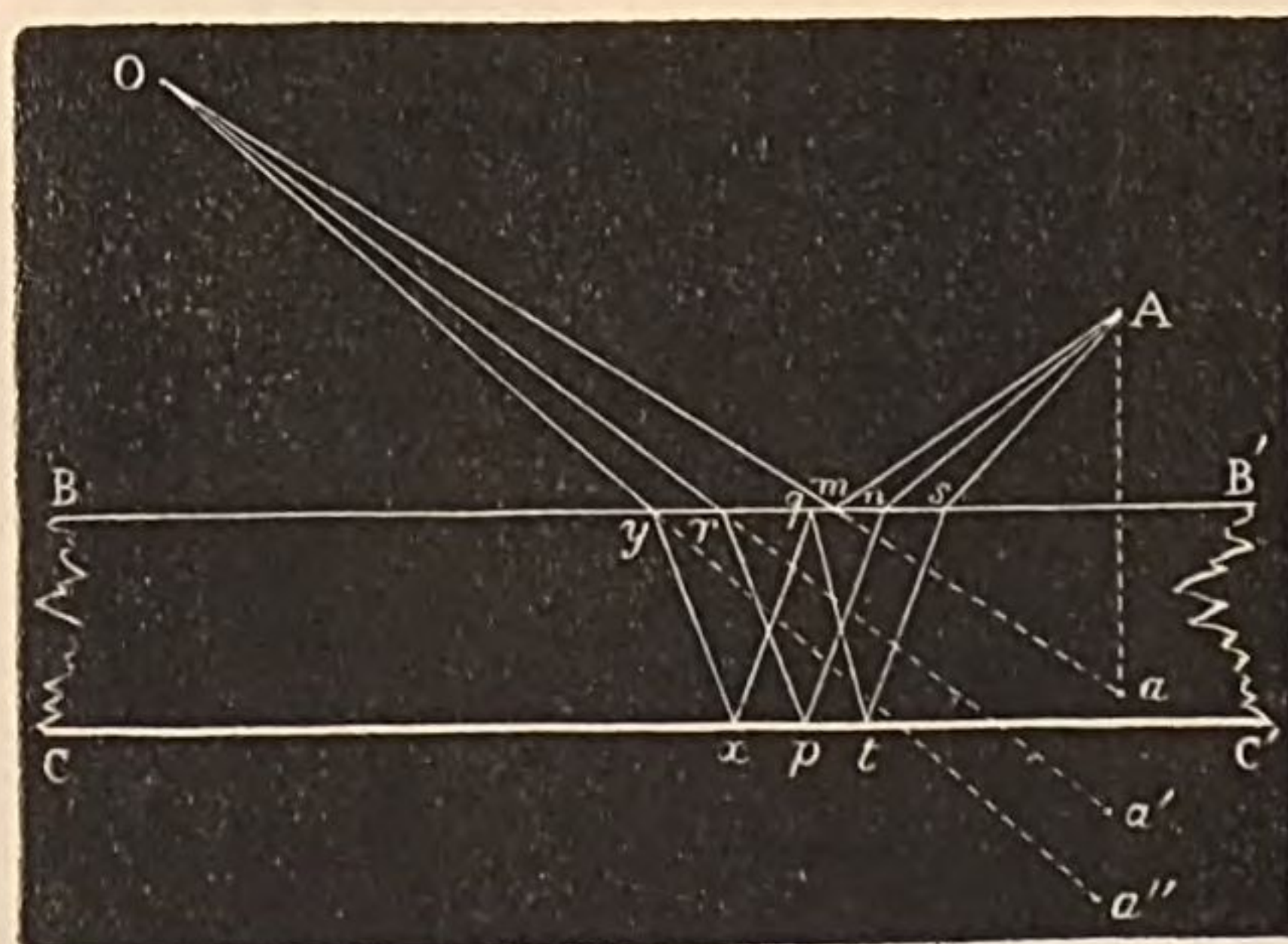


Fig. 200

und dann die vordere Fläche des Spiegels, die sowohl von vorne wie von der Rückseite her auffallende Strahlen reflectirt. Diese Reflexion an der vorderen Fläche wird gewöhnlich nicht bemerkt, da sie bei nahezu normaler Incidenz recht schwach ist; bei sehr schiefer Incidenz wird sie dagegen so beträchtlich, dass sie leicht beobachtet werden kann.

Der Versuch lässt sich in einfacher Weise mit einer Kerze A (Fig. 200) anstellen, die man einem Spiegel so nähert, dass die in das Auge O gelangenden Strahlen sehr schief zurückgeworfen werden. Ausser dem Hauptbild a' sieht man dann eine Reihe

anderer Bilder $a, a'', \dots$, deren Entstehung sich aus der Figur ohne Weiteres ergibt; zum Bild a'' gehört z. B. der Strahlengang $AstqxyO$; die von A ausgehenden und in das Glas eingedrungenen Strahlen werden also erst an der Folie, dann an der vorderen Fläche und schliesslich nochmals an der Folie reflectirt, ehe sie ins Auge O gelangen. Das durch eine einzige Reflexion an der Vorderfläche entstehende Bild a liegt allein auf der von A auf die Ebenen BB', CC' gefällten Senkrechten; alle übrigen durch gebrochene Strahlen entstehenden Bilder $a', a'', \dots$ bleiben zwar äquidistant, aber sie rücken um so mehr nach dem Auge hin, je schiefer das Licht auffällt.

Metallspiegel, zu denen man die auf der Vorderseite versilberten Glasspiegel rechnen muss, weisen den Übelstand mehrfacher Bilder, welcher bei optischen Instrumenten sehr störend wirken würde, nicht auf.

418. Winkelspiegel. — Betrachten wir jetzt den Fall zweier gegen einander geneigter Spiegel OM und ON .¹⁾ Ein im

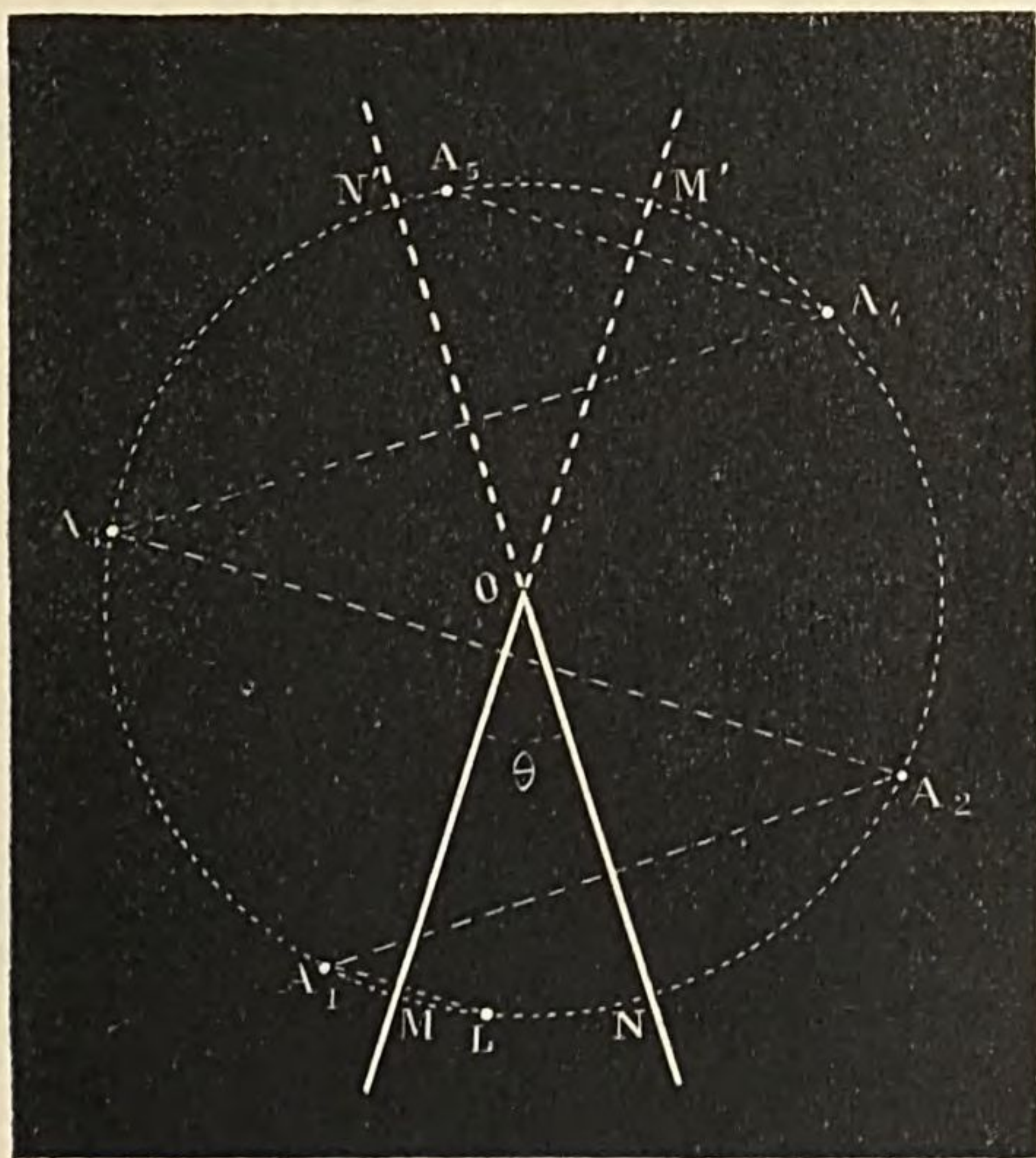


Fig. 201

Innern des Winkels MON gelegener leuchtender Punkt L liefert wie vorher zwei Reihen von Bildern, die sämtlich auf der Peri-

¹⁾ Vgl. Bertin, Ann. de chim. et de phys., (3) 29, 257; 1850, und Moutier, Cours de physique I, 648; Paris, Dunod, 1883.

pherie des um O mit dem Halbmesser OL beschriebenen Kreises liegen. Die eine (in der Figur allein abgebildete) Reihe hat ihren Ursprung in dem durch OM direct entworfenen Bild; die andere Reihe $B_1, B_2, B_3, \dots$ entsteht durch die zuerst in ON reflectirten Strahlen. Die Zahl dieser Bilder ist indessen nicht unendlich gross, sondern sie wird infolge des Umstandes eine begrenzte, dass ein reeller oder virtueller Gegenstand, der hinter einem Spiegel liegt, in diesem Spiegel kein Bild liefern kann. So giebt z. B. das Bild A_5 , das gleichzeitig hinter beiden Spiegeln liegt, zur Entstehung eines weiteren Bildes keinen Anlass mehr. Allgemein hört jede Reihe mit dem ersten Bild auf, das in den Scheitelswinkel $M'ON'$ der beiden spiegelnden Flächen fällt. Ohne Mühe lässt sich diese Bedingung mit Hülfe des folgenden Satzes mathematisch formuliren:

Der Winkelabstand zweier aufeinander folgender durch Reflexion in einem und demselben Spiegel entstandener Bilder derselben Reihe ist doppelt so gross wie der Winkel, den die Spiegel mit einander bilden.

Betrachten wir z. B. die beiden Bilder A_2 und A_4 . Der Winkel $A_2A_3A_4$, dessen Schenkel auf MO bzw. NO senkrecht stehen, ist gleich dem Winkel MON . Dem Centriwinkel MON , den wir mit Θ bezeichnen, gehört der Bogen MN zu. Der Peripheriewinkel $A_2A_3A_4$ wird durch die Hälfte des Bogens A_2A_4 gemessen; dieser Bogen A_2A_4 ist also gleich 2Θ .

Man hat folglich

$$\begin{array}{ll} LA_2 = 2\Theta & \text{und ebenso } LB_2 = 2\Theta \\ A_1A_3 = 2\Theta & B_1B_3 = 2\Theta \\ A_2A_4 = 2\Theta & B_2B_4 = 2\Theta \\ A_3A_5 = 2\Theta & B_3B_5 = 2\Theta \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \end{array}$$

Nimmt man nun als Anfang der Bogen abwechselnd die Punkte M und N und rechnet man immer von dem einen Spiegel aus nach dem anderen hin, so ergibt sich, wenn $ML = \alpha$ und $NL = \beta$ gesetzt wird ($\alpha < \beta$),

$$\begin{array}{ll} ML = \alpha & \text{und ebenso } NL = \beta \\ NA_1 = \Theta + \alpha & MB_1 = \Theta + \beta \\ MA_2 = 2\Theta + \alpha & NB_2 = 2\Theta + \beta \\ NA_3 = 3\Theta + \alpha & MB_3 = 3\Theta + \beta \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \end{array}$$

Jede Reihe endigt mit dem ersten Bogen, der grösser als 180° ist. Setzt man also

$$k\Theta + \alpha > 180, \quad (1)$$

so liefert uns die kleinste ganze Zahl, die dieser Ungleichung genügt, die Anzahl der Bilder A .

Die erste ganze Zahl k' , welche die Ungleichung

$$k'\Theta + \beta > 180 \quad (2)$$

befriedigt, giebt in derselben Weise die Anzahl der Bilder B .

Um diese Ungleichungen zu discutiren, schreiben wir

$$360 = p\Theta + \gamma,$$

wo γ den Rest bedeutet, der sich bei der Division von 360 durch Θ ergibt.

1. Angenommen, es sei $p = 2n$ und $\gamma = 0$, d. h. der Umfang sei in eine gerade Anzahl ($2n$) gleicher Theile von der Grösse Θ zerlegt; dann ist

$$180 = n\Theta$$

und die Ungleichung (1) lässt sich in der Form schreiben

$$k\Theta + \alpha > n\Theta.$$

Da α kleiner als Θ ist, so wird die kleinste ganze Zahl k , welche dieser Ungleichung genügt, n sein; folglich ist

$$k = n = \frac{p}{2}.$$

Ebenso ergibt sich

$$k' = n = \frac{p}{2}.$$

Jede Reihe besteht somit aus $\frac{p}{2}$ Bildern. Doch dabei ist zu bedenken, dass das letzte Bild der ersten Reihe mit dem letzten der zweiten Reihe sich deckt. Denn die in der oben erwähnten Weise gezählten Winkelabstände dieser Bilder von jedem der Spiegel sind

$$180 + \alpha \quad \text{und} \quad 180 + \beta;$$

ihre Summe, in welcher der Winkel Θ zweimal gezählt ist, ergibt sich zu

$$360 + \alpha + \beta = 360 + \Theta.$$

Die Summe ihrer Abstände von einem und demselben Punkt ist also 360° , und die beiden Bögen stossen genau zusammen; es sind somit nur $p - 1$ von einander verschiedene Bilder oder, den Gegenstand selbst mit gerechnet, p Bilder vorhanden.

2. Wenn p immer noch gleich $2n$, γ aber > 0 ist, so erhält die Ungleichung (1) die Form

$$k\Theta + \alpha > n\Theta + \frac{\gamma}{2}.$$

Die erste Reihe enthält also

$$n + 1 \text{ Bilder, wenn } \alpha < \frac{\gamma}{2},$$

$$\text{und } n \text{ Bilder, wenn } \alpha \geq \frac{\gamma}{2} \text{ ist.}^1)$$

Die Ungleichung

$$k'\Theta + \beta > n\Theta + \frac{\gamma}{2}$$

wird, da β (selbst für den Fall $\beta = \alpha = \frac{\Theta}{2}$) nothwendig grösser als $\frac{\gamma}{2}$ ist, immer durch die Beziehung $k = n$ befriedigt.

Zählt man das Object mit, so hat man folglich

$$\text{für } \alpha < \frac{\gamma}{2} \quad p + 2 \text{ Bilder,}$$

$$\text{für } \alpha \geq \frac{\gamma}{2} \quad p + 1 \text{ Bilder.}$$

3. Wenn Θ in dem Umfang eine ungerade Anzahl Male enthalten ist, d. h. für $p = 2n + 1$ und $\gamma = 0$ (dieser Fall ergibt sich aus dem vorigen, indem man dort $\gamma = \Theta$ setzt), so besteht die erste Reihe aus $n + 1$ Bildern, was im Ganzen $p + 1$ Bilder ergibt.²⁾

4. Wenn schliesslich $p = 2n + 1$ und $\gamma > 0$ ist, so liefert die Ungleichung (1)

$$k\Theta + \alpha > n\Theta + \frac{\Theta}{2} + \frac{\gamma}{2},$$

und da $\alpha \geq \frac{\Theta}{2}$, so muss k immer gleich $n + 1$ sein.

¹⁾ Wir zählen in dem Fall $\alpha = \frac{\gamma}{2}$ nur n Bilder, da dann das $n + 1$ te mit dem n ten zusammenfällt.

²⁾ Für $\alpha = \beta$ fallen das $(n + 1)$ te Bild der ersten Reihe und das n te der zweiten Reihe zusammen, wodurch sich die Zahl der von einander verschiedenen Bilder auf p reducirt.

Für die Ungleichung (2)

$$k' \Theta + \beta > n \Theta + \frac{\Theta}{2} + \frac{\gamma}{2}$$

können zwei Fälle eintreten:

$$\beta \geq \frac{\Theta}{2} + \frac{\gamma}{2}, \text{ dann ist } k' = n,$$

oder

$$\beta < \frac{\Theta}{2} + \frac{\gamma}{2}, \text{ dann ist } k' = n + 1.$$

Nach der ersten Voraussetzung ist die Gesamtzahl der Bilder gleich $p + 1$, nach der zweiten gleich $p + 2$.

Alle diese Bilder sind nothwendig virtuell, aufrecht und dem Gegenstand an Grösse gleich. Indessen haben wir wie oben zu unterscheiden zwischen congruenten und symmetrischen Bildern. Jeder Spiegel liefert beide Arten von Bildern, und zwar entstehen die symmetrischen durch eine ungerade Zahl von Reflexionen, deren erste in dem betrachteten Spiegel erfolgt; die congruenten Bilder werden durch eine gerade Zahl von Reflexionen erzeugt, deren erste an dem zweiten Spiegel erfolgt. Im Spiegel OM sind z. B. die symmetrischen Bilder $A_1, A_3, A_5, \dots$, und die congruenten $B_2, B_4, B_6, \dots$.

Unter Benutzung des grundlegenden Satzes ergibt sich leicht, dass die in der Richtung MA_1 gezählten Winkelabstände dieser Bilder von dem Spiegel OM betragen

für die erste Art $\alpha, 2\Theta + \alpha, 4\Theta + \alpha, 6\Theta + \alpha, \dots$

für die zweite Art $2\Theta - \alpha, 4\Theta - \alpha, 6\Theta - \alpha, \dots$

Kaleidoskop. — In dem Kaleidoskop ($\kappa\alpha\lambda\acute{o}\varsigma$ schön, $\epsilon\acute{\iota}\delta\omicron\varsigma$ die Gestalt, $\sigma\kappa\omicron\pi\acute{\epsilon}\omega$ ich sehe) sind die Eigenschaften der Winkelspiegel benutzt. Dieser kleine, von Brewster¹⁾ herrührende Apparat besteht aus zwei langen und schmalen, in einem Winkel von 60° gegen einander geneigten Spiegel; dieselben sind in einer cylindrischen Röhre befestigt, deren Achse der Kante des durch die beiden Spiegel gebildeten Flächenwinkels parallel ist. Das an dem einen Ende der Röhre befindliche Auge betrachtet durch ein enges Loch kleine Gegenstände (Stückchen von farbigem Glas, von Spitzen, vom Bart einer Feder u. s. w.), die sich am anderen Ende befinden, sammt den von ihnen in beiden Spiegeln ent-

¹⁾ Brewster, Gilbert's Annalen 59, 317; 1818. Dasselbe Princip war schon von Bradley verwandt worden: New improvements of planting and gardening; London 1710.

worfenen Bildern. In Folge der Anordnung des Apparats haben die nach dem Auge hin reflectirten Strahlen die Oberfläche der Spiegel (deren Rückseite geschwärzt ist) fast unter streifender Incidenz getroffen; die Lichtstärke des Bildes ist somit ziemlich bedeutend. Man sieht in dem Apparat eine sternförmige Zeichnung, deren Anblick sich bei der geringsten Erschütterung in ungeahnter, oft bizarrer, manchmal aber auch auffallend zierlicher Weise ändert, so dass das Instrument von Musterzeichnern nicht selten mit Erfolg verwandt wird. Der Winkel von 60° kann

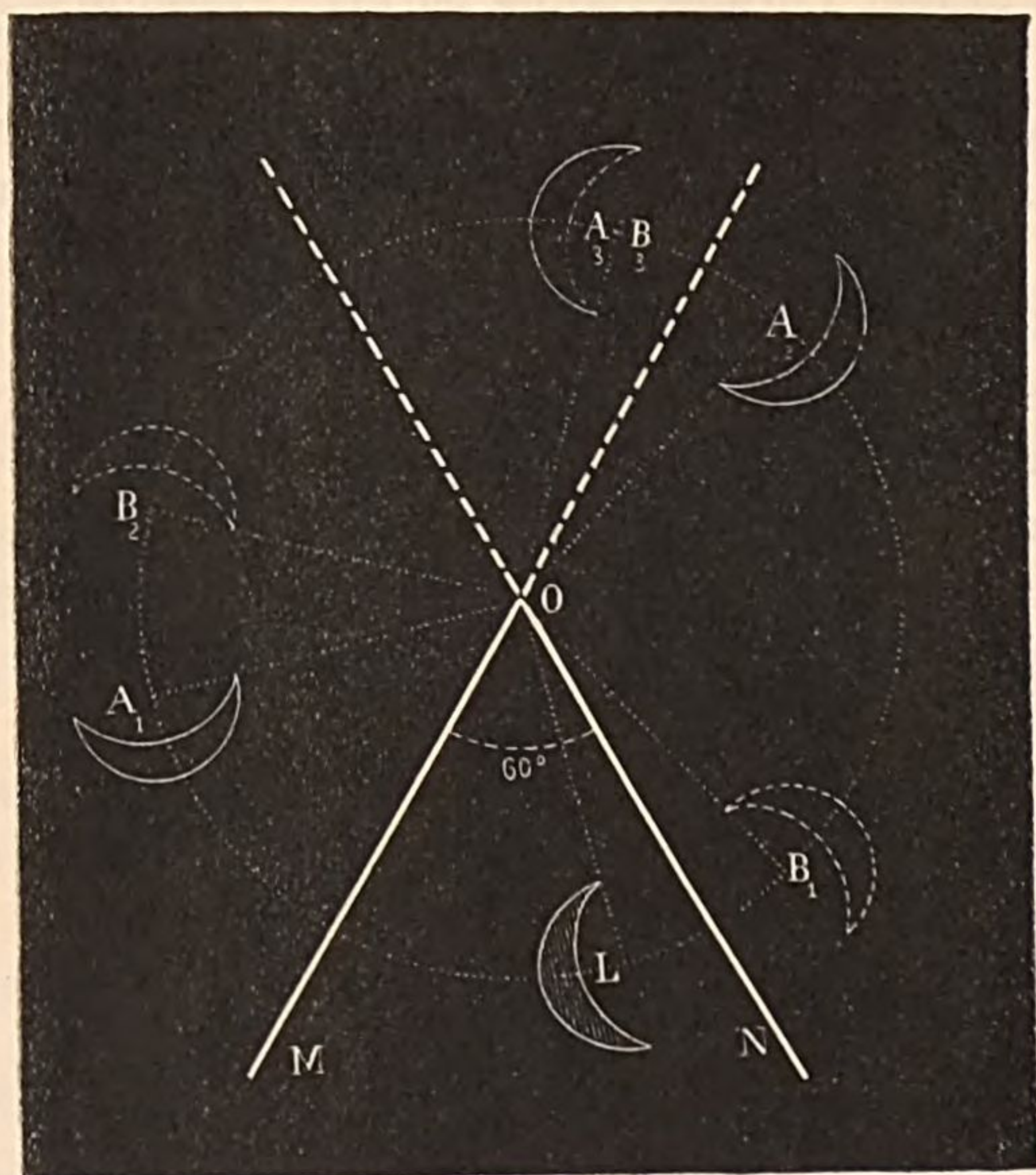


Fig. 202.

durch jeden anderen ersetzt werden, welcher im Umfang eine gerade Anzahl Male enthalten ist; doch nur diese Kategorie von Winkeln ($N = 2n$) ist verwendbar, da nur in diesem Fall die Figur deutlich und regelmässig ist.¹⁾

Spiegelkammern. — Solche Spiegelkammern enthalten eine gewisse Anzahl regelmässig angeordneter Spiegel, welche die in

¹⁾ In dem zweiten oben betrachteten Fall greifen offenbar, wenn man es mit einem Gegenstand von einiger Ausdehnung zu thun hat, die n^{ten} Bilder jeder Reihe eines in das andere über und das $(n+1)^{\text{te}}$ der ersten Reihe, welches nur einen Theil des Gegenstandes abbildet, überdeckt zum Theil das n^{te} Bild derselben Reihe.

ihrem Innern enthaltenen Gegenstände vervielfachen, indem sie dieselben auf einen beträchtlichen Raum zu vertheilen scheinen.

In einem reich beleuchteten Festsaal gewähren derart angeordnete Spiegel einen ausserordentlich prächtigen Anblick.¹⁾

III. Sphärische Spiegel.

419. Eigenschaften der sphärischen Spiegel. — *Reflexion an einer krummen Oberfläche.* — Da die Reflexion in jedem Flächenelement einer krummen Oberfläche nach dem Grundgesetz vor sich geht, so erzeugt ein einfallendes Strahlenbüschel ein System zurückgeworfener Strahlen, das geometrisch vollkommen bestimmt ist.

Definitionen. Unter den gekrümmten Spiegeln sind die einfachsten und zugleich wichtigsten die Kugelspiegel. Sie haben gewöhnlich die Form einer innen oder aussen polirten Kugelcalotte; in dem ersten Fall spricht man von einem *Concav-(Hohl-)Spiegel*, im zweiten von einem *Convex-Spiegel*. *Hauptachse* heisst die von dem *Scheitel (Pol) O* (Fig. 203) durch den *Krümmungsmittelpunkt C* des Spiegels gezogene unendlich lange Gerade. Den Winkel MCN der Randstrahlen CM , CN eines beliebigen Meridianschnittes nennt man die *Öffnung* des Spiegels; dieser Winkel ist bei der praktischen Ausführung stets klein.

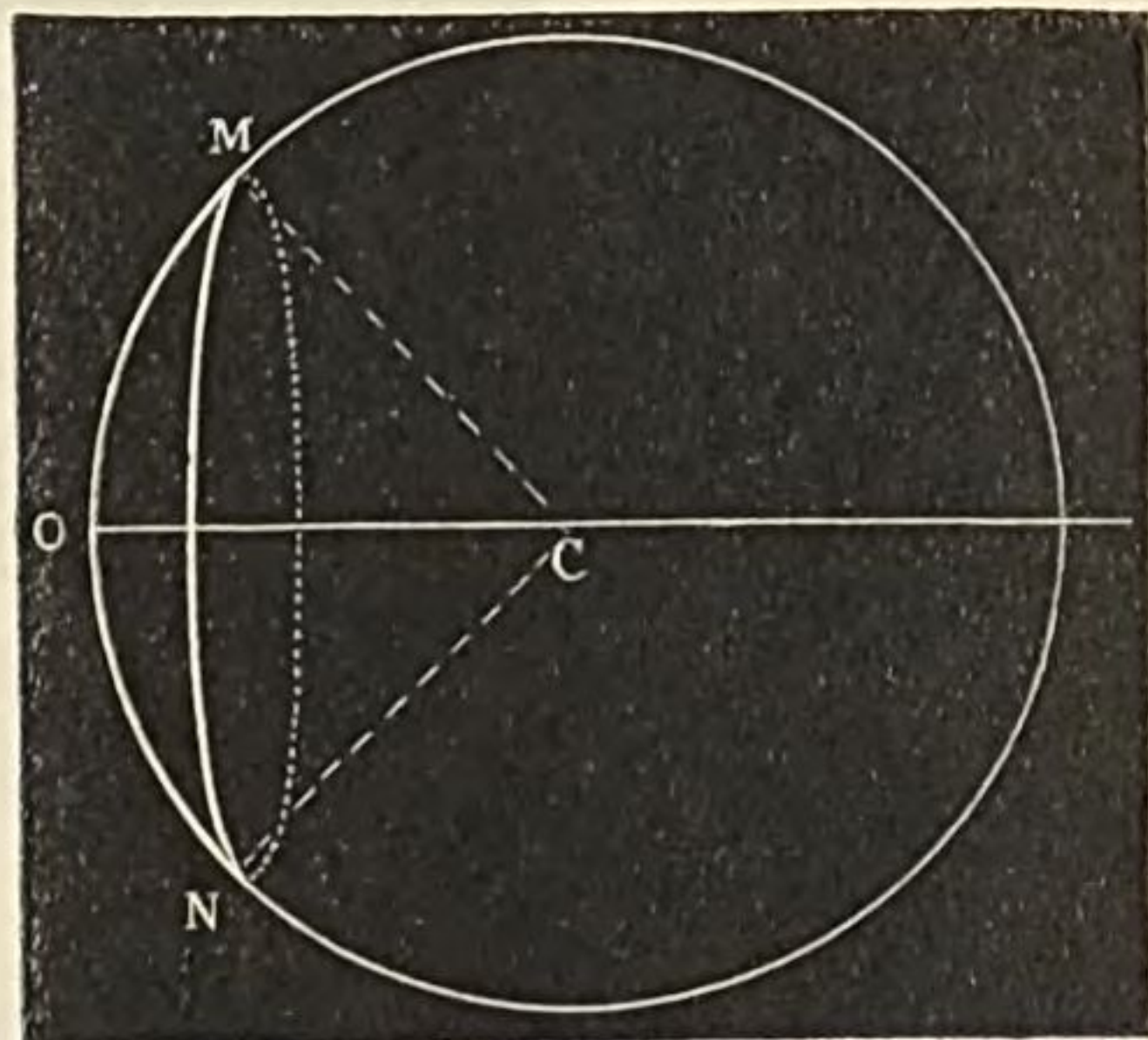


Fig. 203.

Bild eines Punktes. — *Gewöhnliche Formel.* Wir wollen zunächst die Hohlspiegel studiren und zuerst den Fall betrachten, dass die Strahlen von einem auf der Hauptachse gelegenen Punkt P ausgehen. Es sei PI (Fig. 204) einer dieser Strahlen; wir ziehen im Einfallspunkt die Spiegelnormale CI und auf der anderen Seite von CI in der Ebene PIC die Gerade IP' , so

¹⁾ Im Anschluss an den Abschnitt II „Ebene Spiegel“ sei noch auf die wichtige Anwendung hingewiesen, welche die Spiegelung von Sonnenstrahlen mittels des von Gauss erfundenen Heliotropen in der Geodäsie zur Sichtbarmachung ferner Punkte findet. Näheres findet man bei Jordan, Handbuch der Vermessungskunde III, 32ff.; Stuttgart 1896, J. B. Metzler. Zur Geschichte des Heliotrops vgl. Repsold, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1897, 1. — L.

dass $\sphericalangle r = \sphericalangle i$ ist. IP' ist dann die Richtung des reflectirten Strahls.

Nach einer bekannten Eigenschaft der Halbierungslinie eines Winkels im Dreieck ergibt sich für das Dreieck PIP'

$$\frac{CP'}{CP} = \frac{IP'}{IP}.$$

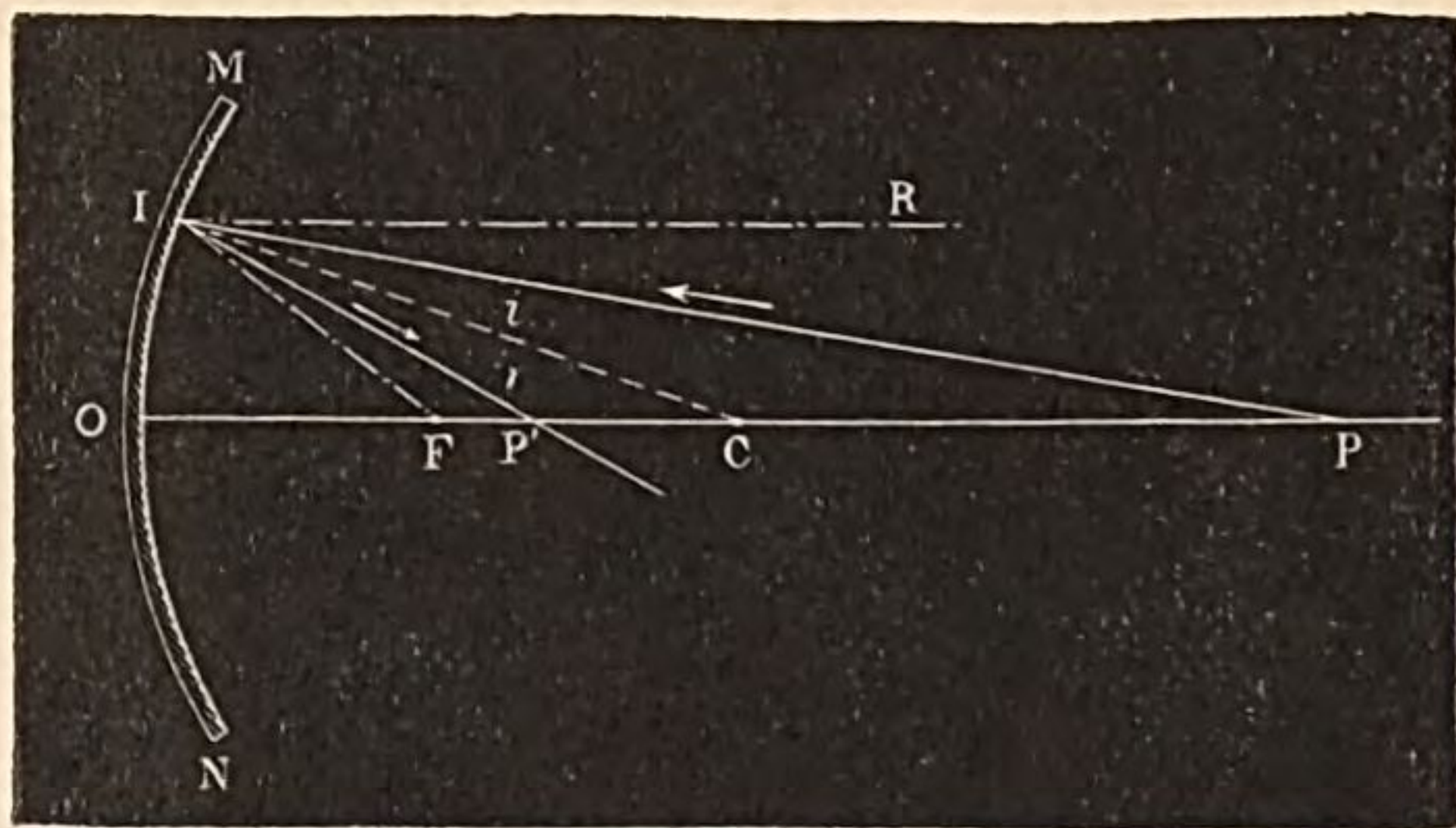


Fig. 204.

Wenn nun der Spiegel eine sehr kleine Öffnung hat, so unterscheidet sich IP' nur wenig von OP' und IP wenig von OP ; man darf also mit grosser Annäherung schreiben¹⁾

$$\frac{CP'}{CP} = \frac{OP'}{OP},$$

oder, wenn $OP = p$, $OP' = p'$ und $OC = R$ gesetzt wird,

$$\frac{R - p'}{p - R} = \frac{p'}{p},$$

oder

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{R}.$$

Da diese Gleichung von der Lage des Punktes I unabhängig

¹⁾ Ist T der Punkt, wo die Tangente in I die Hauptachse trifft, dann lautet die genaue Gleichung

$$\frac{CP'}{CP} = \frac{TP'}{TP},$$

oder, indem man $OT = \varepsilon$ setzt

$$\frac{R - p'}{p - R} = \frac{p' + \varepsilon}{p + \varepsilon},$$

oder

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{R} + \frac{\varepsilon}{pp'R} (p + p' - 2R).$$

ist, so folgt daraus, dass alle von P ausgehenden und von dem Spiegel MM' reflectirten Strahlen sich nahezu in einem einzigen Punkt P' vereinigen. P' ist also das wirkliche Bild von P , das man im Hinblick auf die in P' erfolgende Concentration sowohl der Wärme- wie der Lichtstrahlen kurz den *Brennpunkt*, genauer den zu P *conjugirten* Brennpunkt nennt, weil die Gleichung in Beziehung auf p und p' symmetrisch ist.

Wenn $p = \infty$ ist, d. h. wenn die Strahlen parallel zur Achse einfallen, so ist $p' = \frac{R}{2}$. Die reflectirten Strahlen gehen dann nahezu alle durch einen Punkt F , der in der Mitte der Strecke OC liegt. Dies ist der *Hauptbrennpunkt* und die Länge $OF = \frac{R}{2}$ heisst die *Hauptbrennweite*;¹⁾ bezeichnen wir sie mit f , so lässt sich die obige Gleichung schreiben

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}.$$

Diese für eine bestimmte Lage der Punkte P , P' und C abgeleitete Beziehung trifft in allen Fällen zu, unter der Bedingung, dass man die Strecken p , p' und R bzw. f vom Scheitel O aus nach dem Medium hin, in dem sich das Licht bewegt (von der spiegelnden Fläche nach vorn), positiv rechnet und negativ in der umgekehrten Richtung.

Die verschiedenen Fälle der Reflexion an Hohlspiegeln lassen sich aus der vorstehenden Gleichung einfach ableiten, der man für die Discussion am besten die Form giebt

$$p' = \frac{pf}{p - f} \quad \text{oder} \quad p' = \frac{f}{1 - \frac{f}{p}}.$$

Man erhält so die folgenden Resultate:

$p = \infty$	$p' = f$	} reeller Brennpunkt.
$p > 2f$	$f < p' < 2f$	
$p = 2f$	$p' = 2f$	
$2f > p > f$	$2f < p'$	
$p = f$	$p' = \infty$	} virtueller Brennpunkt.
$f > p > 0$	$p' < 0$	
$p = 0$	$p' = 0$	
$0 > p$	$0 < p' < f$	
		} reeller Brennpunkt.

¹⁾ Roger Bacon hat zuerst die genaue Lage des Brennpunktes eines Hohlspiegels in seinem Clemens IV. gewidmeten Buche *Opus majus*, 1267, angegeben.

In dem letzten Fall, in welchem die einfallenden Strahlen nach einem hinter dem Spiegel gelegenen Punkte zu convergiren, kann man annehmen, dass sie von einem virtuellen leuchtenden Punkte ausgehen. Die Figur 205, welche den umgekehrten Fall eines reellen, zwischen Brennpunkt und Scheitel gelegenen Licht-

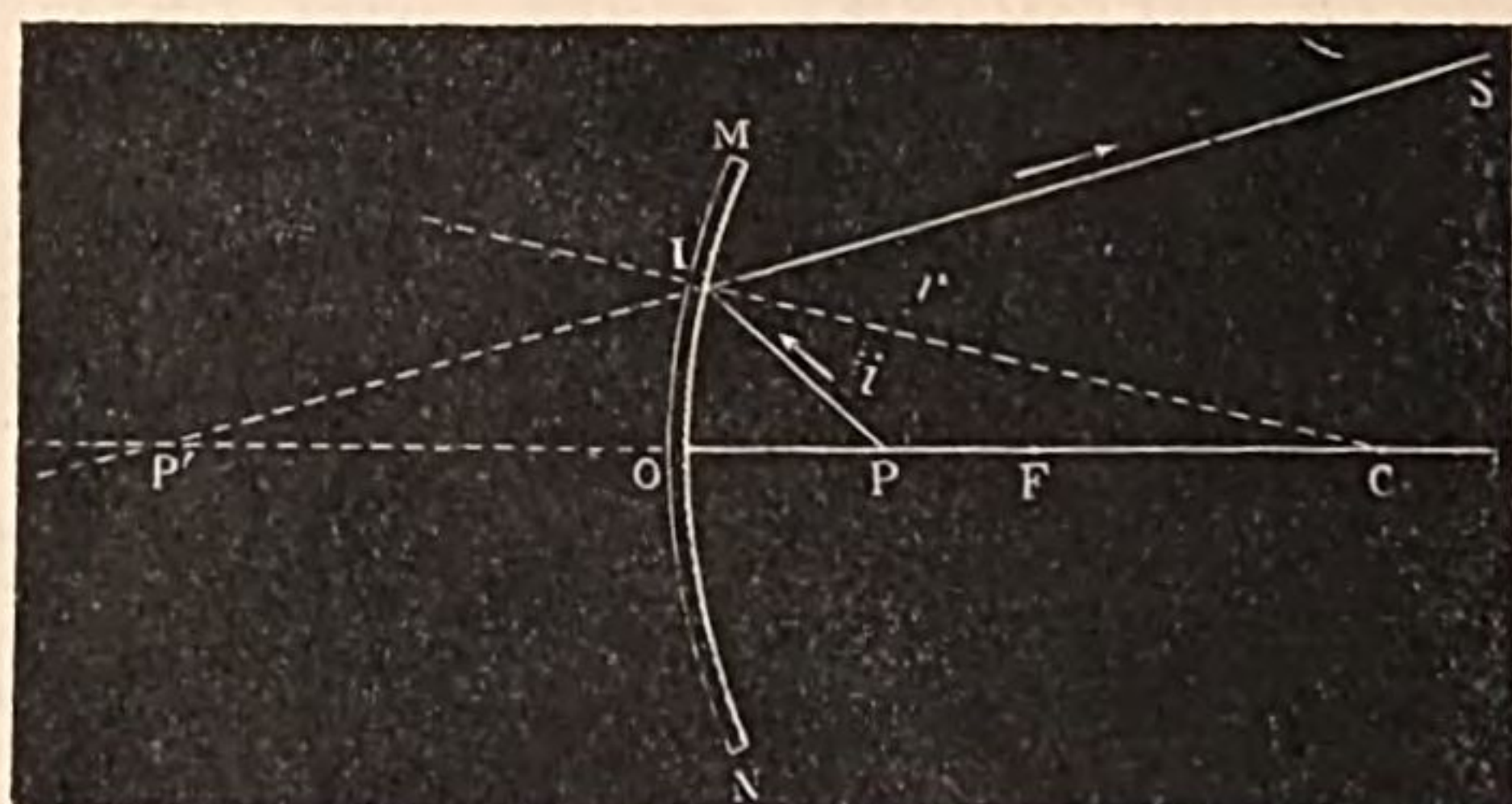


Fig. 205.

punktes mit virtuellem Bild darstellt, passt auch hier, wenn man nur unter P' den leuchtenden Punkt und unter P den Bildpunkt versteht.

Für einen Convexspiegel ist R negativ zu zählen; setzt man, um das Zeichen hervortreten zu lassen, $R = -\bar{R}$, so erhält man die Gleichung

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = -\frac{2}{\bar{R}},$$

oder, indem man die Entfernung des (virtuellen) Hauptbrennpunktes vom Spiegel mit $-\bar{f}$ bezeichnet

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = -\frac{1}{\bar{f}}.$$

Zur Discussion schreiben wir diese Formel wieder in der Form

$$p' = -\frac{p\bar{f}}{p + \bar{f}} \quad \text{oder} \quad p' = -\frac{\bar{f}}{1 + \frac{\bar{f}}{p}}$$

und erhalten die Resultate

$p = \infty$	$p' = -\bar{f}$	} virtueller Brennpunkt.
$p > 0$	$-\bar{f} < p' < 0$	
$p = 0$	$p' = 0$	
$0 > p > -\bar{f}$	$0 < p'$	} reeller Brennpunkt.
$p = -\bar{f}$	$p' = \infty$	
$-\bar{f} > p > -2\bar{f}$	$p' < -2\bar{f}$	} virtueller Brennpunkt.
$p = -2\bar{f}$	$p' = -2\bar{f}$	
$-2\bar{f} > p$	$-2\bar{f} < p' < -\bar{f}$	

Bemerkung liefert eine sehr einfache Construction des Punktes P').¹⁾ Man hat also, wenn man die Entfernungen FP und FP' des Lichtpunktes und seines Bildes vom Hauptbrennpunkt mit ω und ω' bezeichnet

$$\omega \omega' = f^2,$$

eine Beziehung, die man übrigens auch durch eine einfache Änderung des Coordinatensystems erhalten kann. Nehmen wir nämlich den Punkt F zum Anfangspunkt, so geht die Gleichung

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f},$$

wenn wir die verschiedenen Grössen gemäss einer früher gemachten Bemerkung mit den passenden Vorzeichen versehen, über in

$$\frac{1}{\omega + f} + \frac{1}{\omega' + f} = \frac{1}{f}$$

oder

$$\omega \omega' = f^2.$$

Diese von Newton²⁾ herrührende Formel ist allgemein gültig;

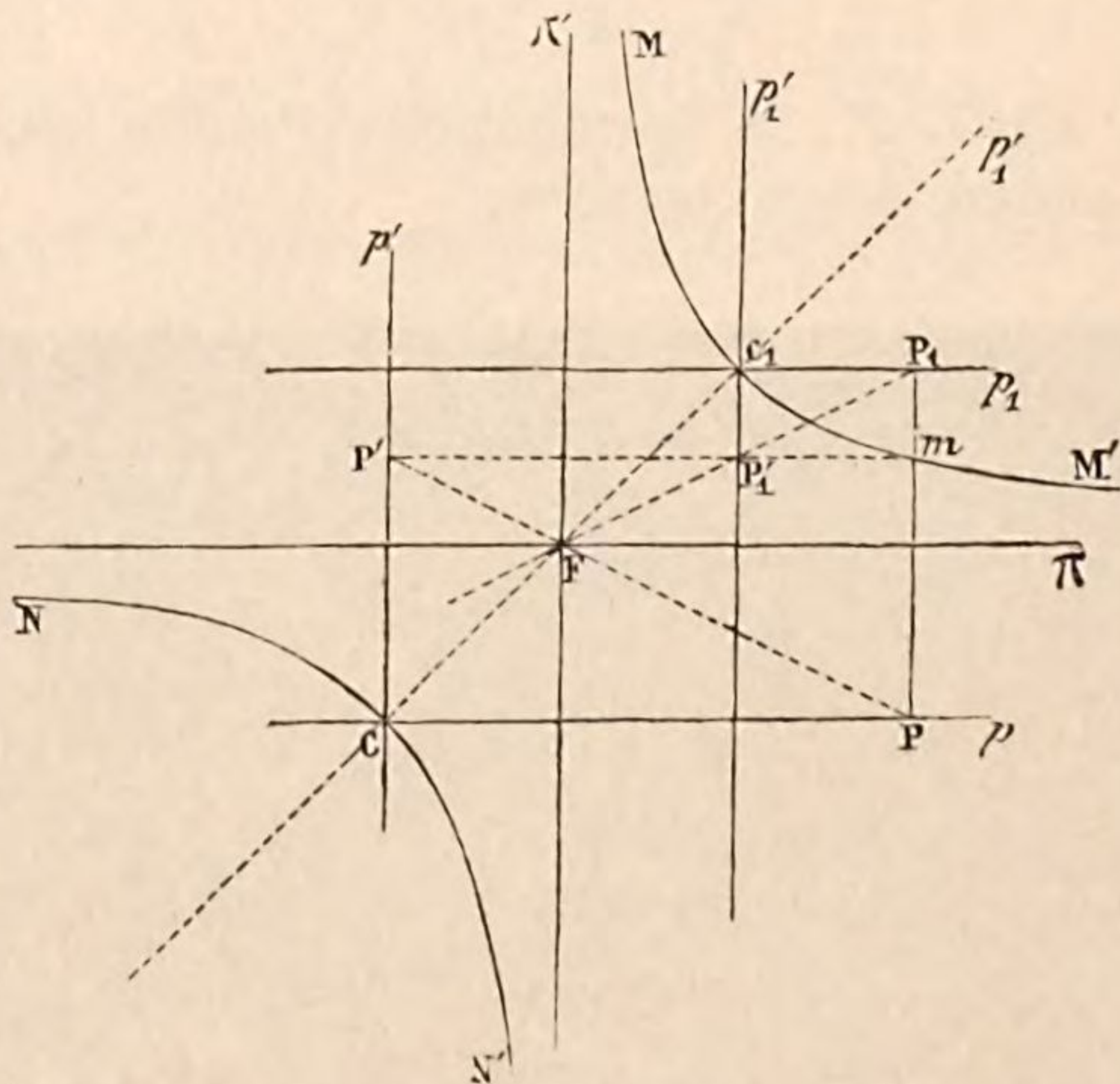


Fig. 208.

sie zeigt, dass Lichtpunkt und Bildpunkt immer auf derselben Seite des Hauptbrennpunktes liegen. Durch Discussion der Formel

¹⁾ Vgl. Lebourg, Journal de physique 6, 305; 1877.

²⁾ Newton, Optics, lib. I; London, 1704.

würde man die oben ausgesprochenen Sätze wieder finden; sie ist indessen besonders geeignet für eine geometrische Interpretation, da sie eine auf ihre Asymptoten bezogene gleichseitige Hyperbel darstellt. Wir wollen diese Hyperbel zeichnen, indem wir den Brennpunkt F zum Ursprung und die Grössen ω und ω' zu Coordinaten wählen. Für einen Hohlspiegel stellt C_1 den Krümmungsmittelpunkt und C den Scheitel dar; der Zweig MM' entspricht dann dem Fall, wo Lichtpunkt und Bildpunkt beide reell sind, der Zweig NN' dem Fall, wo der eine (derjenige, dessen Coordinate, absolut genommen, grösser als f ist) reell, der andere virtuell ist. Bei einem Convexspiegel vertauschen C und C_1 ihre Rollen; der Zweig NN' stellt dann den Fall dar, wo Lichtpunkt und Bild beide reell sind, der Zweig MM' denjenigen, wo der eine (ebenso wie vorher bestimmte) reell, der andere virtuell ist.

Da man von der einen Gleichung auf die andere durch eine einfache Änderung des Coordinatensystems übergehen kann, so braucht man diese Änderung in Fig. 208 nur auszuführen, um eine graphische Darstellung der Beziehung

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

zu erhalten; die neuen Achsen sind Cp und Cp' . Bringt man für einen Convexspiegel das Vorzeichen von f zum Ausdruck in der Form

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = -\frac{1}{f},$$

so ist die Hyperbel auf die Achsen C_1p_1 , $C_1p'_1$ bezogen.

Die Discussion der auf diese neuen Achsen bezogenen Curven lässt sich leicht ausführen. Sie kann noch mit Hülfe der folgenden von Lissajous¹⁾ herrührenden Bemerkung vereinfacht werden, der daraus eine sehr einfache Construction der conjugirten Brennpunkte abgeleitet hat. Die Gerade PP' nämlich, welche die Projectionen eines Punktes der Hyperbel auf die Achsen Cp und Cp' mit einander verbindet, geht durch den Punkt F .

Bezeichnet man nun mit x und y die laufenden Coordinaten und mit p und p' die Abscisse und Ordinate des Punktes m , so lautet die Gleichung der Geraden PP'

¹⁾ Lissajous, Unveröffentlichte Vorlesungen, gehalten am Lyceum Saint-Louis.

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{p'} = 1;$$

sie wird durch $x = y = f$ erfüllt.

Wählt man folglich zu Coordinatenachsen die Hauptachse Cx eines Hohlspiegels und die auf derselben im Scheitel C errichtete Senkrechte Cy (Fig. 209) und construirt den Punkt F ($x = y = f$), so braucht man, um zu einer gegebenen Länge p die conjugirte p' zu finden, nur den Punkt P ($x = p$) mit dem Punkt F zu verbinden; die Gerade FP trifft die y -Achse in P' ($y = p'$), und um den zu P conjugirten Brennpunkt an seine richtige Stelle zu bringen, hat man nur noch den Punkt P' nach Q auf die Hauptachse Cx zu übertragen. Die Übertragung geschieht nach rechts, wenn P' oberhalb, und nach links, wenn P' unterhalb Cx liegt.

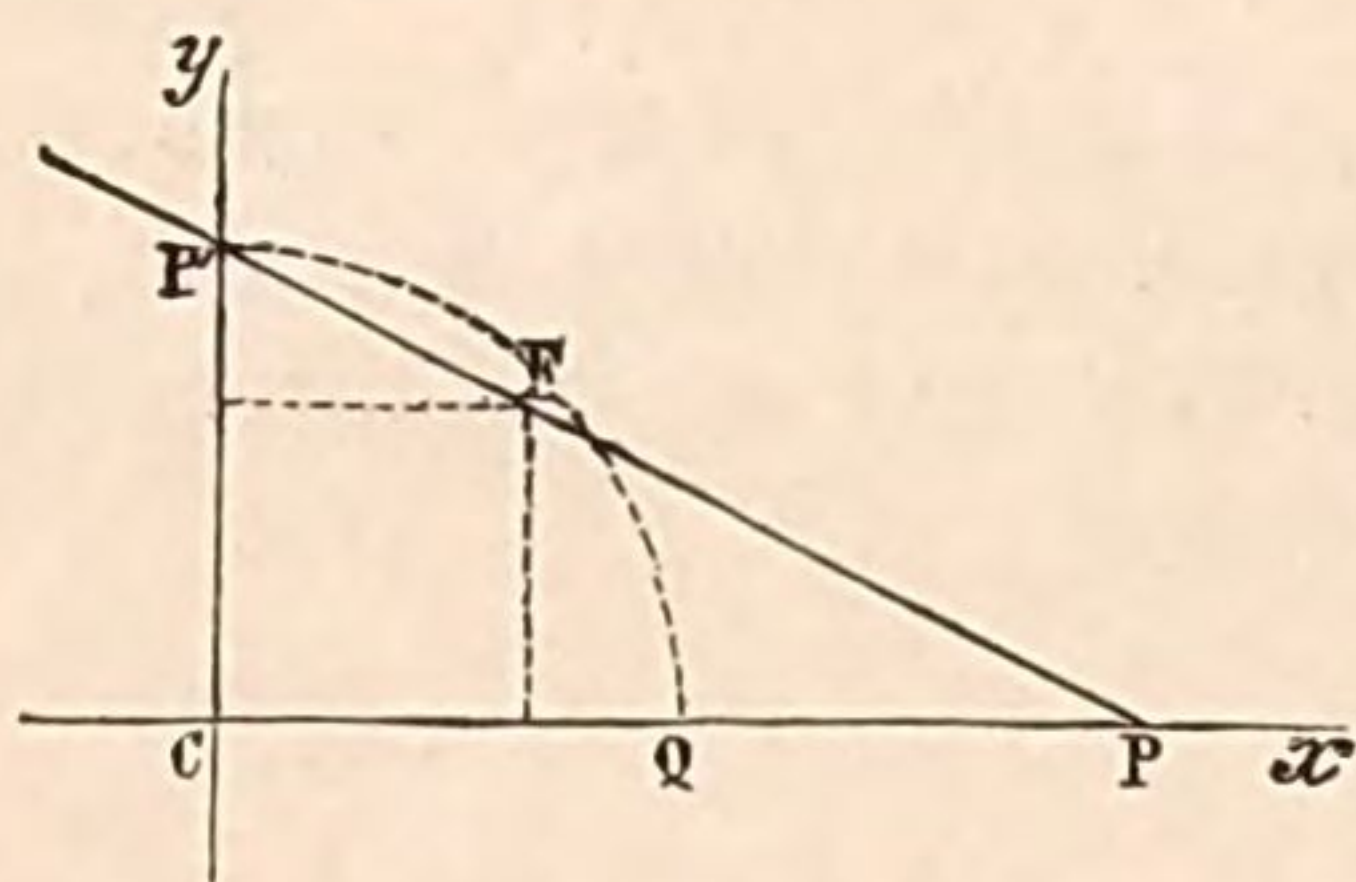


Fig. 209.

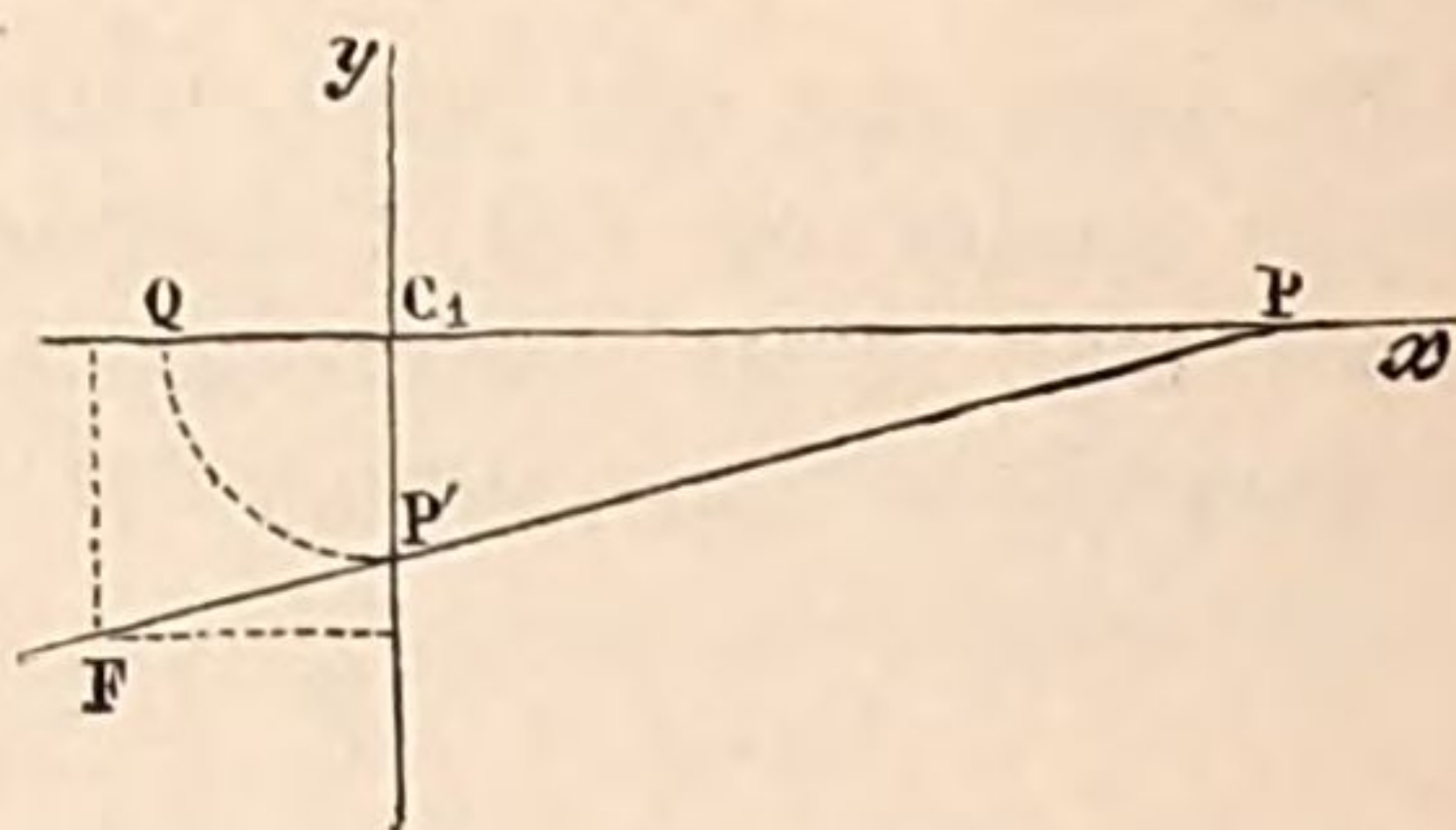


Fig. 210.

In Fig. 210 ist dieselbe Construction für einen Convexspiegel ausgeführt, dessen Hauptbrennpunkt F hinter dem Spiegel liegt; Q ist der zu P conjugirte Punkt.

Punkte ausserhalb der Hauptachse. — Bis jetzt haben wir nur

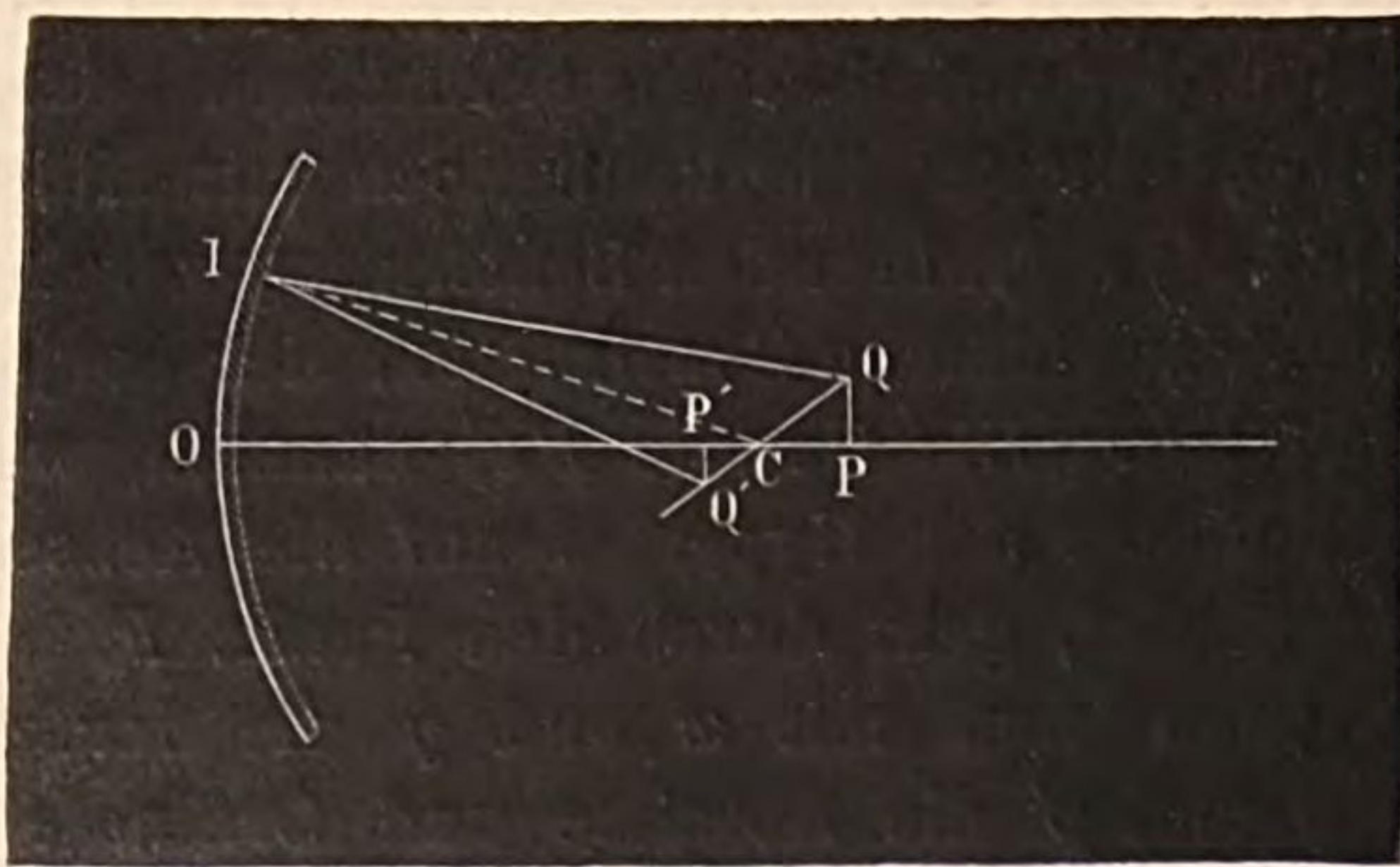


Fig. 211.

Punkte betrachtet, die auf der Hauptachse liegen. Die dabei erhaltenen Resultate treffen auch für jeden Punkt Q zu, der von

dieser Achse nur wenig entfernt ist¹⁾ (d. h. der vom Scheitel des Spiegels in einer von der Achse nur wenig abweichenden Richtung gesehen wird). Ein sphärischer Spiegel liefert von diesem Punkt ein Bild Q' , das auf dem Durchmesser oder der *secundären* (*Neben-*)*Achse* CQ gelegen ist. Ist nämlich QI ein einfallender, IQ' der reflectirte Strahl, der die Achse QC in Q' schneidet, so hat man nach dem bereits erwähnten Satz über die Halbierungslinie des Winkels die Beziehung

$$\frac{CQ'}{CQ} = \frac{IQ'}{IQ}.$$

Wir fällen von Q und Q' die Senkrechten QP und $Q'P'$ auf die Hauptachse; die linke Seite der Gleichung können wir dann durch das Verhältniss $\frac{CP'}{CP}$ ersetzen, während die rechte Seite genähert gleich $\frac{OP'}{OP}$ ist.

Man hat also mit einer Annäherung von der gleichen Ordnung wie oben

$$\frac{CP'}{CP} = \frac{OP'}{OP},$$

also genau die früher gefundene Beziehung; da in derselben I nicht vorkommt, so muss die Lage des Punktes Q' auf der Neben-

¹⁾ Die Bedingung dafür, dass ein vom Krümmungsmittelpunkt C einigermaassen entfernter Punkt einen geringen Abstand von der Hauptachse hat, ist gleichbedeutend mit jener, dass er auf einer Nebenachse

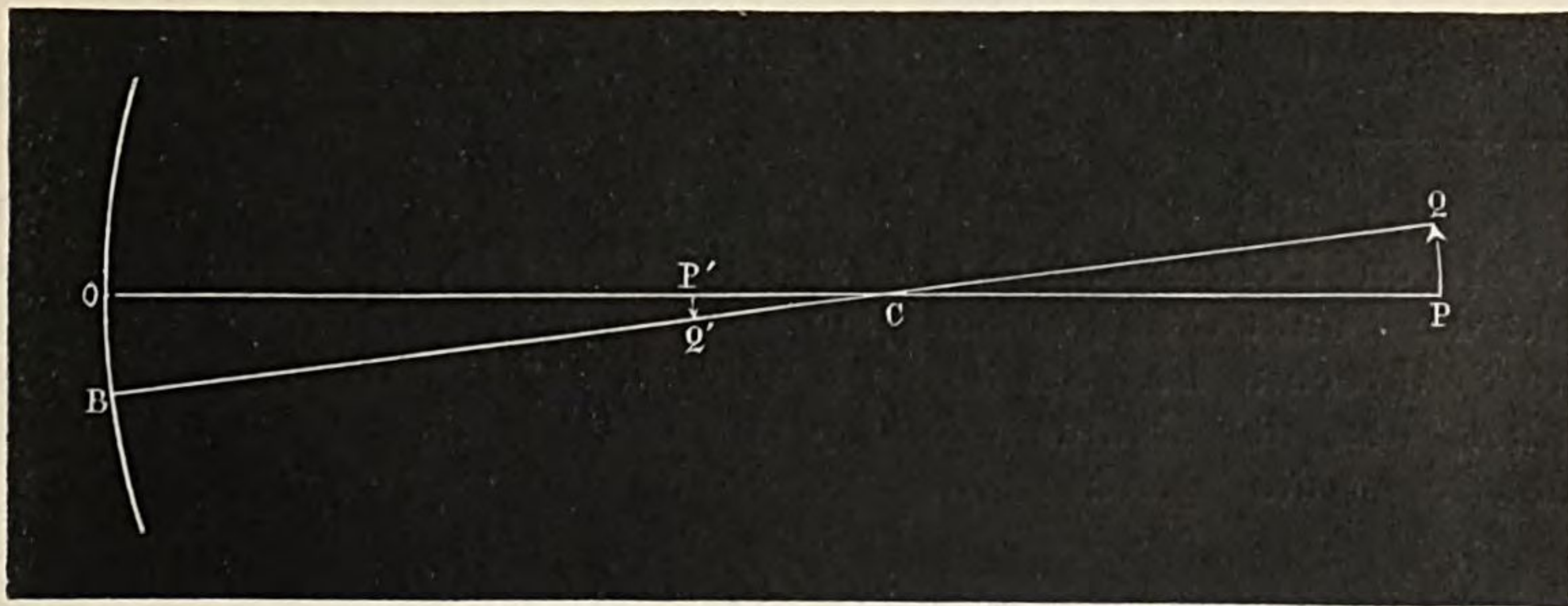


Fig. 212.

liegt, welche gegen die Hauptachse nur wenig geneigt ist; die Behauptung ist dann ohne Weiteres verständlich, da sich der Spiegel in Bezug auf eine Nebenachse offenbar gerade so verhält wie in Bezug auf die Hauptachse, so lange nur die auf die neue Achse bezogene Öffnung hinreichend klein bleibt.

achse QC von der Richtung des einfallenden Strahles unabhängig sein; Q' ist somit das Bild von Q , ebenso wie P' dasjenige von P ist.

Bild einer geraden Linie. — Formel für die Vergrößerung. — Stärke. Aus dem Vorhergehenden folgt, dass das Bild der zur Hauptachse senkrechten, kleinen (d. h. einem kleinen Winkel gegenüberliegenden) Strecke PQ durch die auf der Hauptachse ebenfalls senkrechte Strecke $P'Q'$ ¹⁾ dargestellt wird, deren Lage durch die Gleichung

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f},$$

und deren Grösse durch die Beziehung

$$\frac{-I}{O} = \frac{p'}{p}$$

gegeben ist, wo O die Grösse des Gegenstandes und I die des Bildes bezeichnet; die letztere wird positiv gerechnet, wenn das Bild aufrecht steht und negativ, wenn es umgekehrt ist.²⁾ Man hat nämlich

$$\frac{P'Q'}{PQ} = \frac{CP'}{CP} = \frac{OP'}{OP},$$

das heisst

$$\frac{-I}{O} = \frac{p'}{p},$$

oder

$$\frac{-I}{O} = \frac{f}{p-f} = \frac{p'-f}{f} = \frac{2f-p'}{p-2f},^3)$$

oder schliesslich, nach der Bezeichnungsweise von Newton,

¹⁾ Das Bild einer unbegrenzten Geraden in einem sphärischen Spiegel von kleiner Öffnung ist ein Kegelschnitt, dessen einer Brennpunkt der Punkt C und dessen eine Achse die von C auf die Gerade gefällte Senkrechte ist. Sei d die Länge dieser Senkrechten und α der Winkel, den der Radius Vector ϱ mit der Verlängerung dieser Linie bildet, so ist die Gleichung des Kegelschnitts

$$\varrho = \frac{f}{1 + \frac{f}{d} \cos \alpha}.$$

²⁾ Das Bild steht aufrecht oder auf dem Kopfe, je nachdem die conjugirten Punkte auf derselben oder auf verschiedenen Seiten des Krümmungsmittelpunktes liegen.

³⁾ Die Figur 212 giebt unmittelbar diese Beziehung $\frac{-I}{O} = \frac{2f-p'}{p-2f}$.

$$\frac{-I}{O} = \frac{f}{\omega} = \frac{\omega'}{f};$$

diese Gleichung ist, unter Berücksichtigung der über die Vorzeichen getroffenen Übereinkunft, ebenfalls allgemein gültig.

In jedem Falle lässt sich so das Bild einer zur Hauptachse senkrechten kleinen Strecke bestimmen.¹⁾

Betrachten wir zunächst einen Hohlspiegel.

Bei sehr grosser Entfernung des Gegenstandes liegt das Bild in der *Hauptbrennebene* (der den Hauptbrennpunkt enthaltenden, zur Achse senkrechten Ebene); es ist reell, umgekehrt und sehr klein ($-I = \frac{O}{p} f$).

Es hat nur dann sichtbare Dimensionen, wenn der Gegenstand selbst einen merklichen scheinbaren Durchmesser hat: Das Bild der Sonne, deren scheinbarer Durchmesser $\frac{O}{p} = 0,009$ ist, besteht in einer Scheibe von $0,009 f$ Durchmesser. Die Concentration der Strahlen ist somit um so energischer, je kleiner die Brennweite ist. In Folge davon nennt man den reciproken Werth der Brennweite die *Stärke* des Spiegels

$$S = \frac{1}{f}.$$

Nähert sich der Gegenstand, so entfernt und vergrössert sich das Bild, indem es immer reell und umgekehrt bleibt. Im Krümmungsmittelpunkt fallen Gegenstand und Bild örtlich zusammen

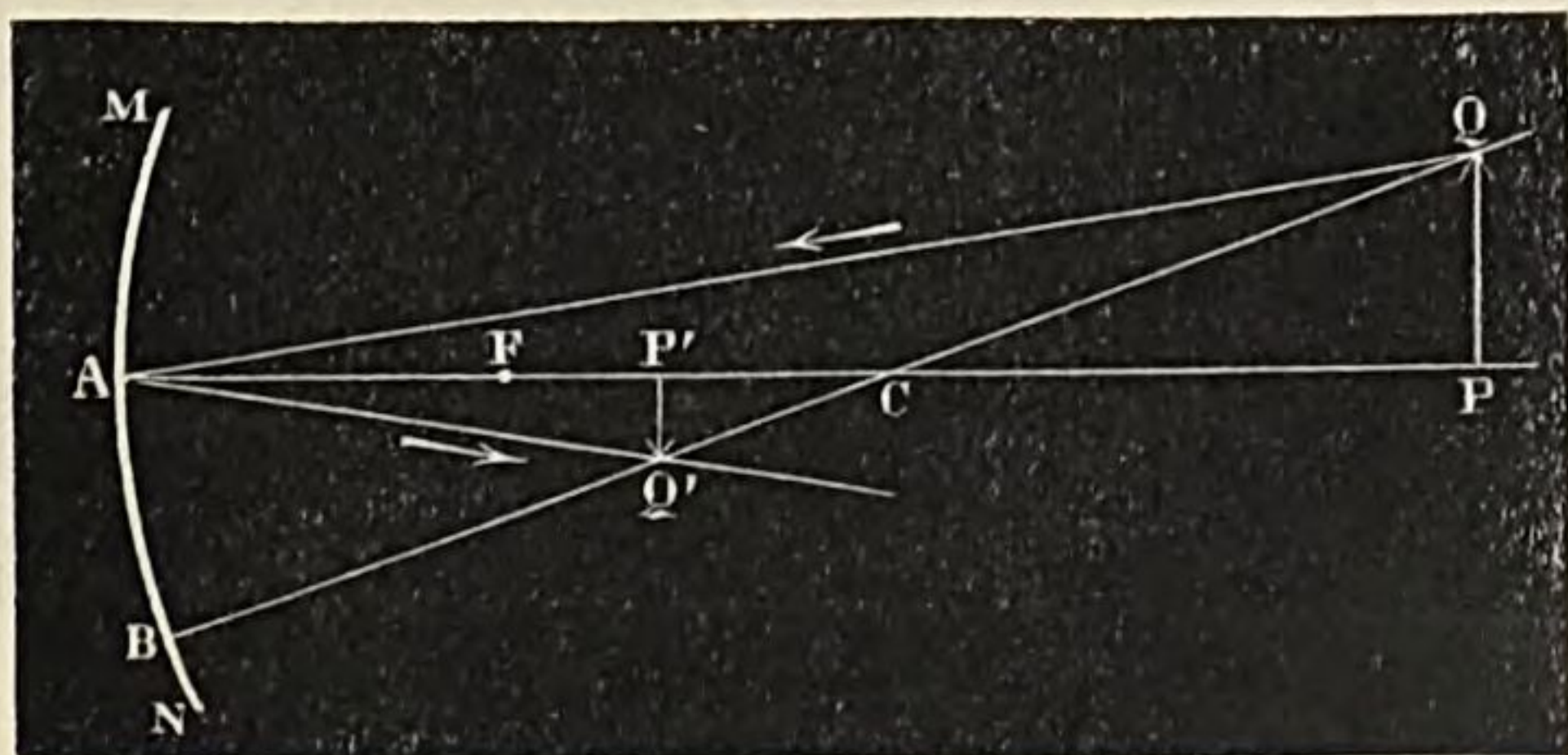


Fig. 213.

und sind von gleicher Grösse; dann entfernt sich das Bild und wird immer grösser, um im Unendlichen unendlich gross zu werden, wenn nämlich der Gegenstand im Brennpunkt angelangt ist.

¹⁾ Das Bild einer kleinen Strecke und folglich das eines kleinen ebenen Gegenstandes, der zur Hauptachse senkrecht steht, ist dem Gegenstand ähnlich; in jedem anderen Falle findet eine Deformation statt.

Rückt der Gegenstand noch näher an den Spiegel heran, so tritt das stets im umgekehrten Sinne sich bewegende Bild hinter den Spiegel. Es ist jetzt virtuell und aufrecht, im Unendlichen unendlich gross und nimmt bei der Annäherung an den Spiegel an Grösse ab, bis Gegenstand und Bild im Scheitel vollständig sich decken.

Ist schliesslich der Gegenstand virtuell, so wird das Bild wieder reell und ist kleiner als der erstere.

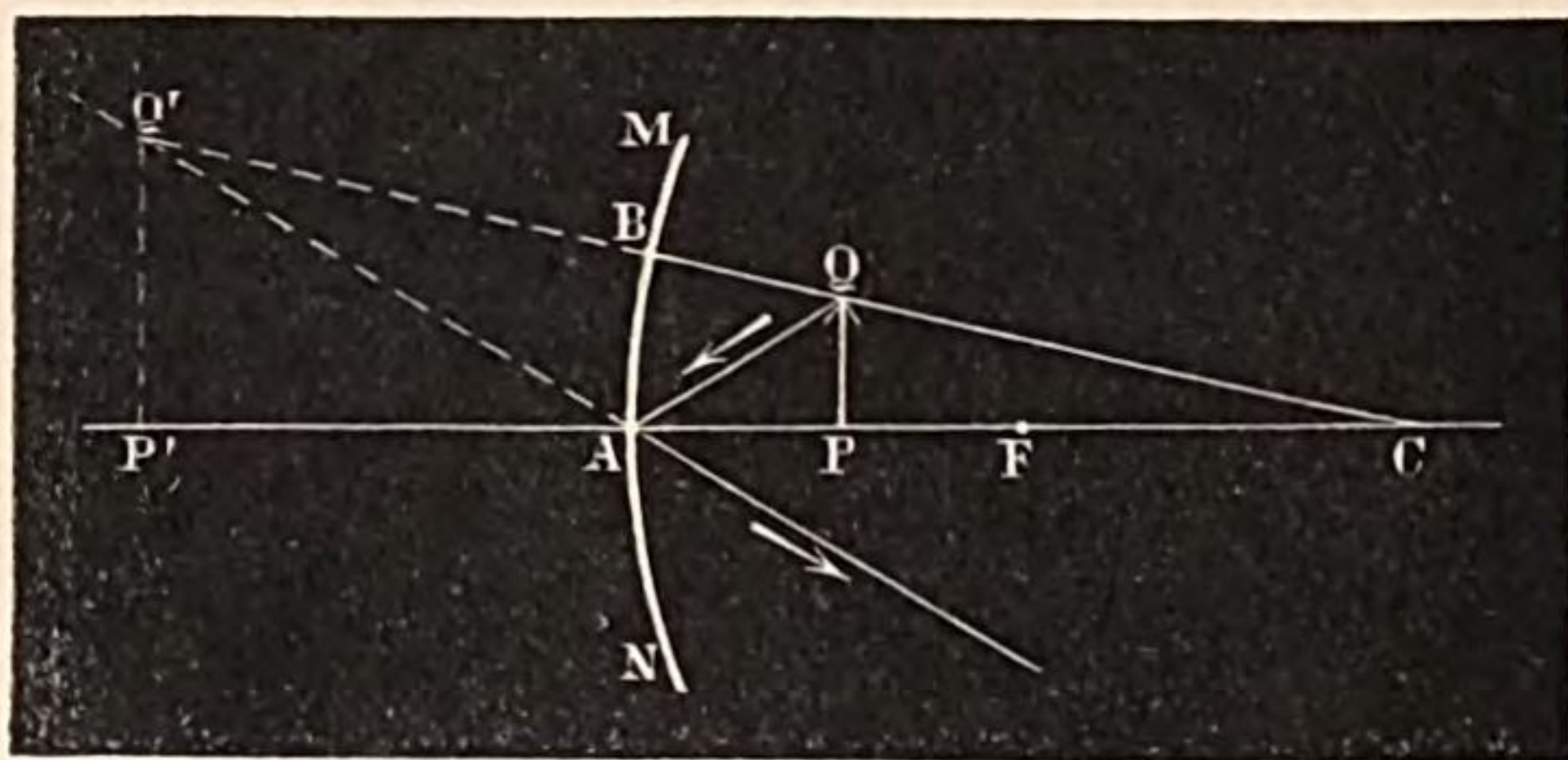


Fig. 214.

Die Figuren 213 und 214, die sich auf die beiden verschiedenen Fälle beziehen, welche bei Hohlspiegeln eintreten können, erläutern die gegenseitige Lage, Grösse und Richtung von Bild und Gegenstand.¹⁾

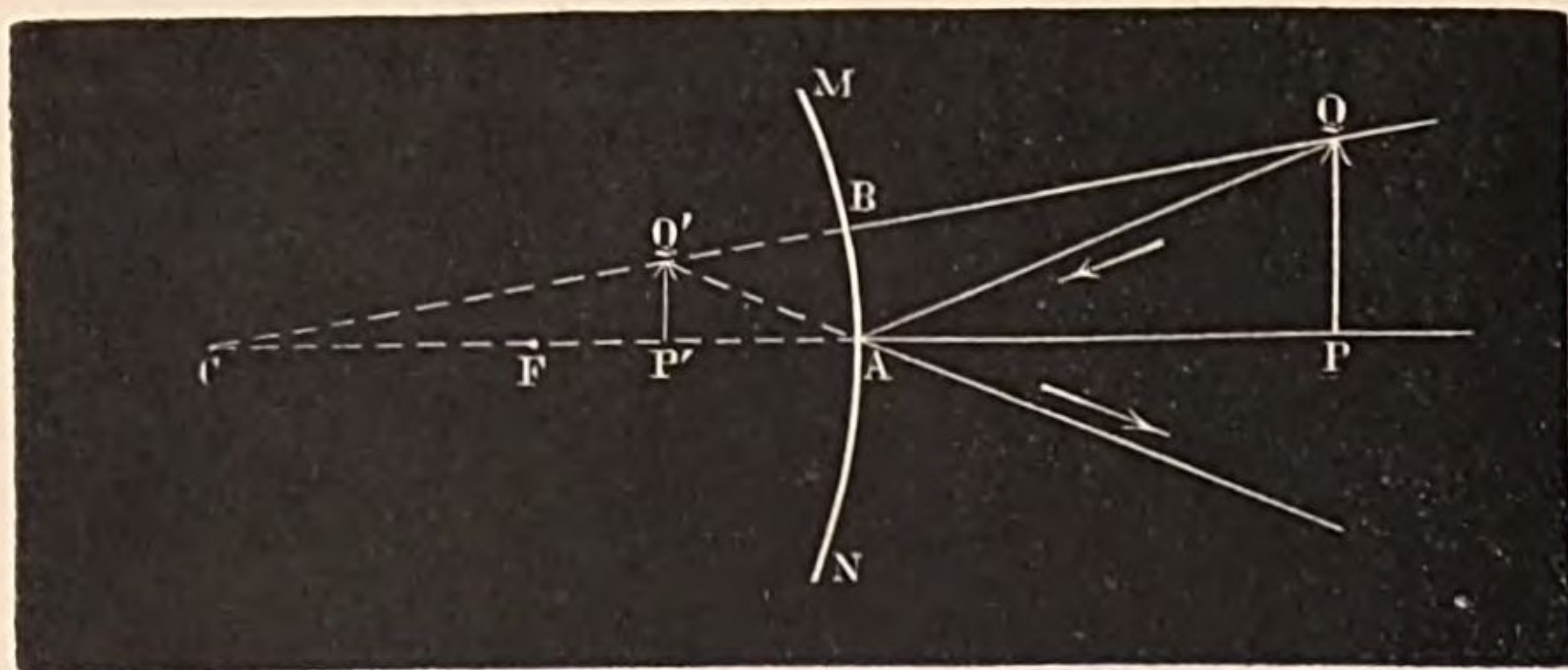


Fig. 215.

In einem Convexspiegel liefert ein reeller Gegenstand immer ein virtuelles, aufrechtes Bild, das kleiner als der Gegenstand ist und zwischen Brennpunkt und Scheitel des Spiegels liegt. Andererseits liefert ein zwischen Spiegel und Brennpunkt befind-

¹⁾ Da die Winkel bei A einander gleich sind, so ergeben die rechtwinkligen Dreiecke PQA und $P'Q'A$ wieder ohne Weiteres die oben abgeleitete Beziehung $\frac{-I}{O} = \frac{p'}{p}$.

licher virtueller Gegenstand ein reelles und aufrechtes Bild, das den Gegenstand an Grösse übertrifft und in dem Maasse wächst, als es sich vom Spiegel ins Unendliche entfernt. Rückt der virtuelle Gegenstand hinter dem Spiegel über den Brennpunkt hinaus, so tritt das Bild ebenfalls hinter den Spiegel; es ist virtuell, umgekehrt und zunächst grösser als der Gegenstand, dann ihm an Grösse gleich, wenn sie sich beide im Krümmungsmittelpunkt treffen. Schliesslich wird es kleiner, wenn der Gegenstand über den Mittelpunkt hinaus die Lagen einnimmt, in denen sich vorher das Bild befunden hatte.

Geometrische Construction. — In den vorhergehenden Figuren hatten wir den conjugirten Brennpunkt eines ausserhalb der Hauptachse gelegenen Punktes dadurch gefunden, dass wir die

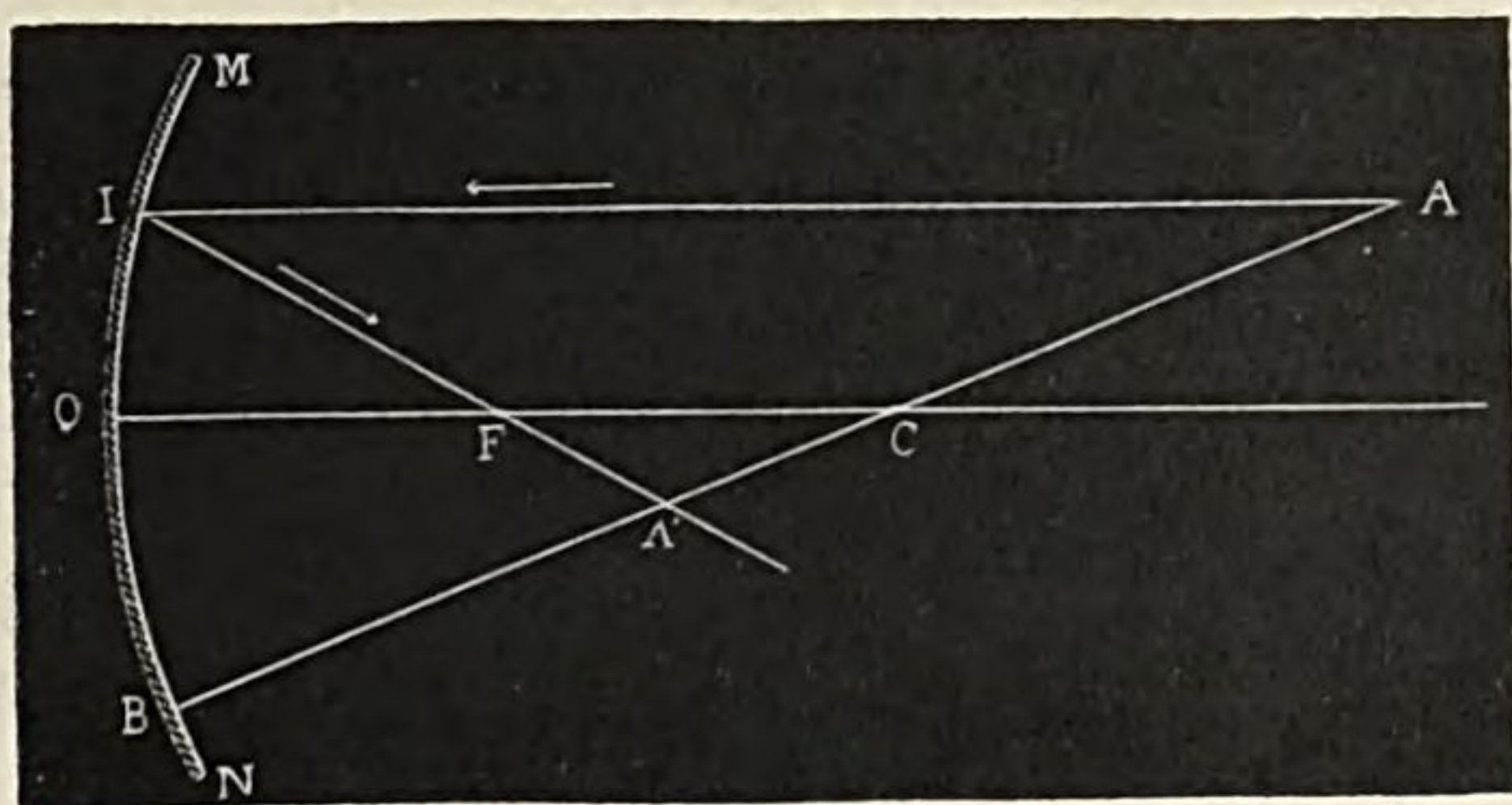


Fig. 216.

zu dem Punkt gehörige secundäre Achse mit einem reflectirten Strahl zum Schnitt brachten; der letztere ergab sich, indem wir an der im Einfallspunkt errichteten Spiegelnormalen den Einfallswinkel auf der anderen Seite antrugen. Wenn wir den einfallenden Strahl passend wählen, so können wir von den Winkeln vollkommen absehen.

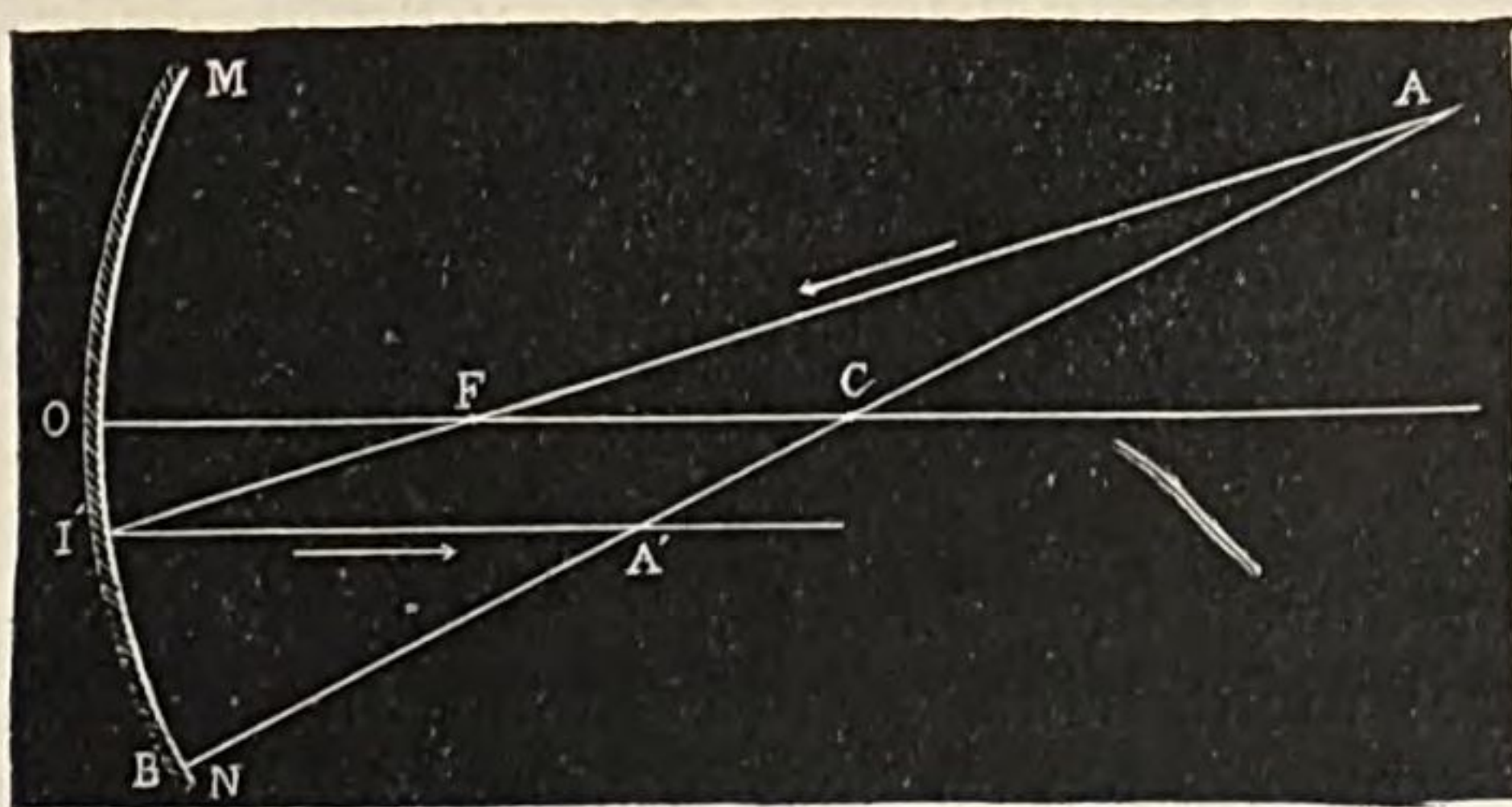


Fig. 217.

Wir wählen als einfallenden Strahl den zur Hauptachse parallelen AI ; der reflectirte Strahl muss dann durch den Brenn-

punkt F gehen, und schneidet folglich die Nebenachse in dem gesuchten Punkt A' (Fig. 216).

Ziehen wir umgekehrt den durch den Brennpunkt gehenden Strahl AF , so wird dieser parallel zur Hauptachse reflectirt und trifft die Nebenachse AC in A' .

Es ergibt sich auf diese Weise ein doppelter Weg, um zu einem Punkt den conjugirten Brennpunkt zu finden und somit das Bild einer Geraden zu construiren; das erste Verfahren ist das üblichere.¹⁾

In Fig. 218 ist die Construction des Bildes $A'B'$ einer Geraden AB ausgeführt und es ist ersichtlich, dass, wenn die Gerade AB

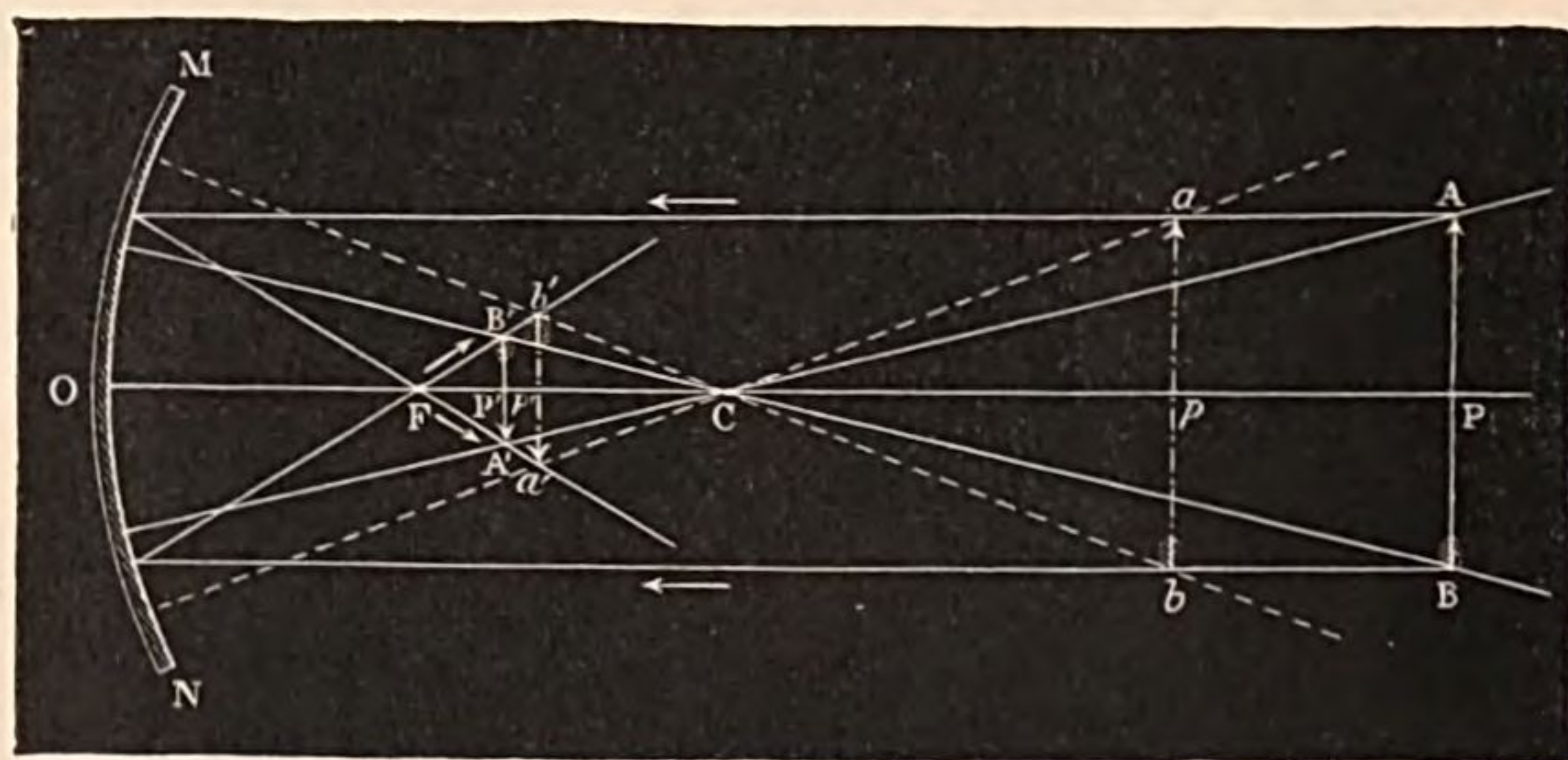


Fig. 218.

sich dem Krümmungsmittelpunkt bis nach ab nähert, das Bild ebenfalls nach diesem Punkte hin nach $a'b'$ rückt und an Grösse zunimmt.

Natürlich lassen sich auf diese Weise alle die oben angegebenen Resultate nochmals ableiten.

Experimentelle Bestätigung. — Die experimentelle Bestätigung ist leicht zu liefern. Auf einem Schirm kann man das reelle Bild auffangen, das ein Hohlspiegel von einem leuchtenden Körper (einem Licht, einer Glühlampe) oder von einem passend beleuchteten Gegenstand entwirft, sobald derselbe jenseits des Brennpunktes liegt (Fig. 219). Man kann das reelle Bild sogar direct

¹⁾ Wenn der durch den Punkt A parallel zur Hauptachse gezogene Strahl den Spiegel nicht trifft, so muss man die Hauptachse durch eine Nebenachse ersetzen, die einem beliebigen, den Spiegel treffenden Strahl parallel ist. Die einzige Bedingung hierbei ist, dass man als Brennpunkt denjenigen Punkt auf dieser Nebenachse nimmt, der in der Hauptbrennebene liegt.

Der gleiche Kunstgriff gestattet, den conjugirten Brennpunkt zu einem auf der Hauptachse gelegenen Punkte zu construiren.

sehen, wenn die reflectirten Strahlen das Auge jenseits ihres Schnittpunktes treffen.

Ein schöner, hierher gehöriger Versuch ist der folgende. Unter einem hohlen, schwarz angestrichenen Postament, auf dem eine leere Vase steht, ist ein Blumenstrauss am Stiel aufgehängt. Be-
findet sich das Postament vor einem Hohlspiegel in der durch

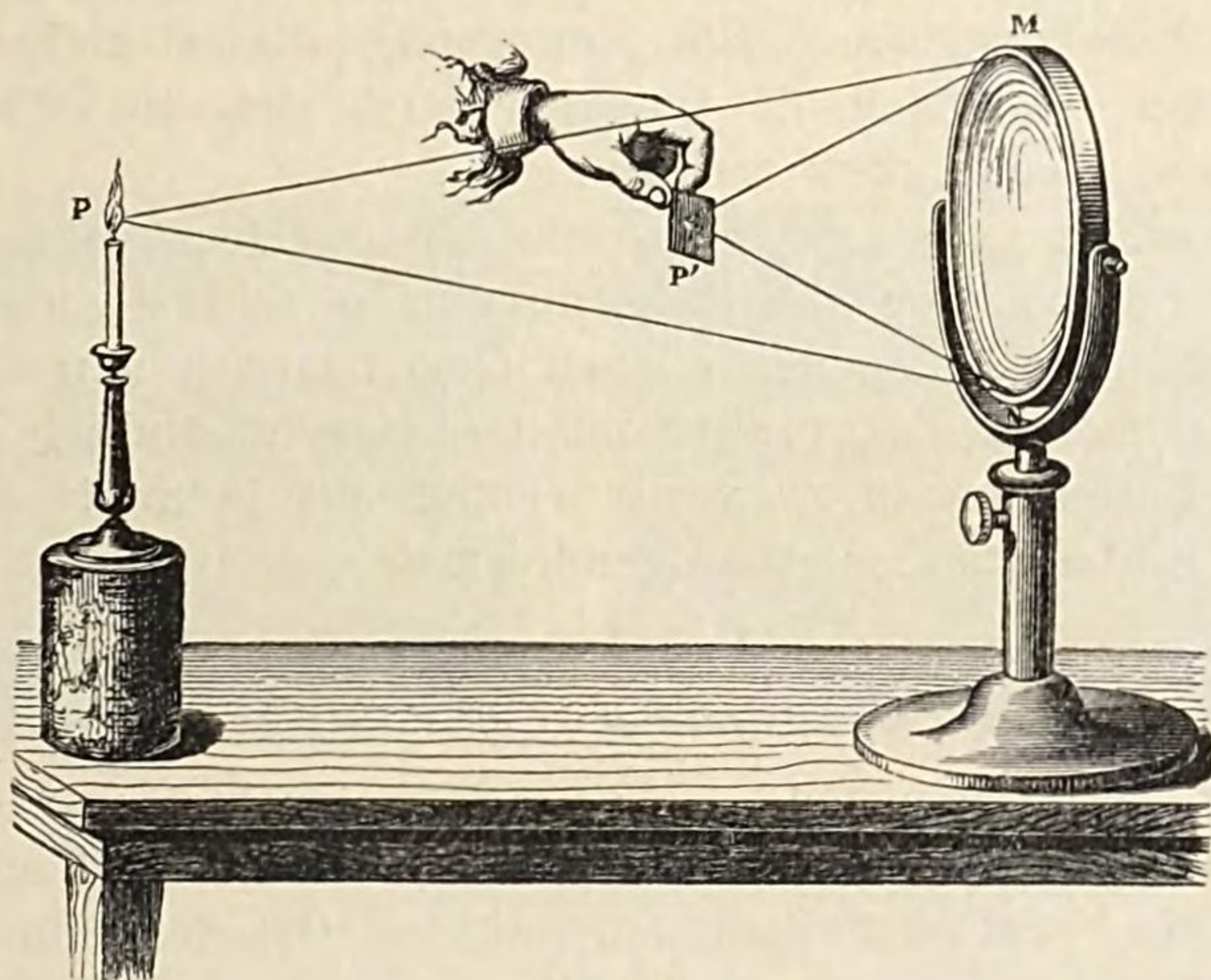


Fig. 219.

dessen Mittelpunkt gehenden Verticalebene, so scheint für einen jenseits des Postaments befindlichen Beobachter der Strauss in der Vase zu stecken.

Bringt man einen Gegenstand direct in den Brennpunkt eines Hohlspiegels, so bleibt das im Unendlichen befindliche Bild, das gleichzeitig unendlich gross ist, unter einem endlichen Winkel sichtbar, sowohl für das unbewaffnete, auf unendlich accomodirte Auge, als auch für ein astronomisches, ebenfalls auf unendlich eingestelltes Fernrohr, das die von dem Spiegel reflectirten Strahlen an einer beliebigen Stelle auffängt.

Wir wollen noch die Verwendung der Hohlspiegel als Rasirspiegel erwähnen. Das virtuelle, aufrechte Bild, das sie von einem zwischen dem Brennpunkt und dem Spiegel befindlichen Gesicht liefern, ist nothwendigerweise etwas verzerrt, indem die vorspringende Nase weniger stark vergrössert wird als die Wangen.

Die entgegengesetzte Wirkung haben Convexspiegel. Nähert man einer spiegelnden Kugel, wie man sie häufig in Gärten antrifft, einen Finger, so erscheint er als eine an ihrem Ende verdickte Keule.

Jeder convexe, genügend spiegelnde Gegenstand reflectirt das auf ihn fallende Licht in einem schmalen, glänzenden Bild, welches das Relief des Gegenstandes stark hervortreten lässt.

*Messung der Brennweite eines sphärischen Spiegels.*¹⁾ a) *Hohlspiegel.* Das einfachste Mittel, um die Hauptbrennweite eines Hohlspiegels zu bestimmen, besteht darin, ihn den Sonnenstrahlen auszusetzen und mittels eines Stückchens matt geschliffenen Glases das Sonnenbild aufzusuchen. Die Entfernung dieses kleinen Bildes vom Spiegel ist gleich f . Indessen lässt sich auf diese Weise keine grosse Genauigkeit erzielen.

Man erhält andererseits ein sehr genaues Resultat, indem man von dem Spiegel aus die Entfernungen p und p' eines jenseits des Brennpunkts gelegenen ebenen Gegenstandes und des Bildes dieses Gegenstandes sorgfältig misst (selbstverständlich thut man gut, die Entfernung p zu variiren) und auf je zwei zusammengehörige Beobachtungen die Grundformel

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

anwendet. Als Gegenstand (der stark beleuchtet werden muss) wählt man ein Fadenkreuz, oder den Rand eines Loches oder eines Spaltes, während man den genauen Ort des Bildes mittels eines Mikroskops aufsucht, das man so lange verschiebt, bis man das Bild möglichst deutlich sieht. Die Entfernung des letzteren vom Objectiv bestimmt man dann dadurch, dass man den Ort aufsucht, wohin man ein beliebiges Object bringen muss, um es deutlich im Mikroskop zu sehen.

b) *Convexspiegel.* — Auch bei den Convexspiegeln kann man das Sonnenlicht zu Hülfe nehmen; da aber der Brennpunkt kein reeller ist, muss man eines der beiden folgenden Verfahren anwenden.

1. Man stellt vor den Spiegel einen mit zwei kleinen Löchern A und A' versehenen Schirm (Fig. 220) und bringt ihn in eine solche Lage, dass die Entfernung RR' der durch die reflectirten Strahlen gebildeten Lichtscheibchen R und $R' = 2AA'$ ist; dann hat man $OP = OF = \bar{f}$.

2. Man fängt die Sonnenstrahlen zuerst durch einen grossen Hohlspiegel $M'N'$ von bekannter Brennweite f' ab (Fig. 221) und bringt den Spiegel MN in eine solche Lage, dass das reelle Bild S des virtuellen Gegenstandes F' zwischen die Scheitel O und O' fällt.

¹⁾ Es ist hier nur von den optischen Methoden die Rede, welche bequemer sind als die mechanischen Verfahren (114 und 118), die indessen keineswegs ausser Acht gelassen werden dürfen.

Ist die Entfernung $OS = a$ und $OO' = d$ bekannt, so lässt sich $\bar{f}$ aus der Gleichung berechnen

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{f' - d} = -\frac{1}{\bar{f}}.$$

Diese Methode liefert eine beträchtliche Genauigkeit, sobald der virtuelle Gegenstand gut definirt ist und das Bild dieses Gegenstandes durch ein Mikroskop (mittels eines in O' befindlichen Loches) betrachtet wird.

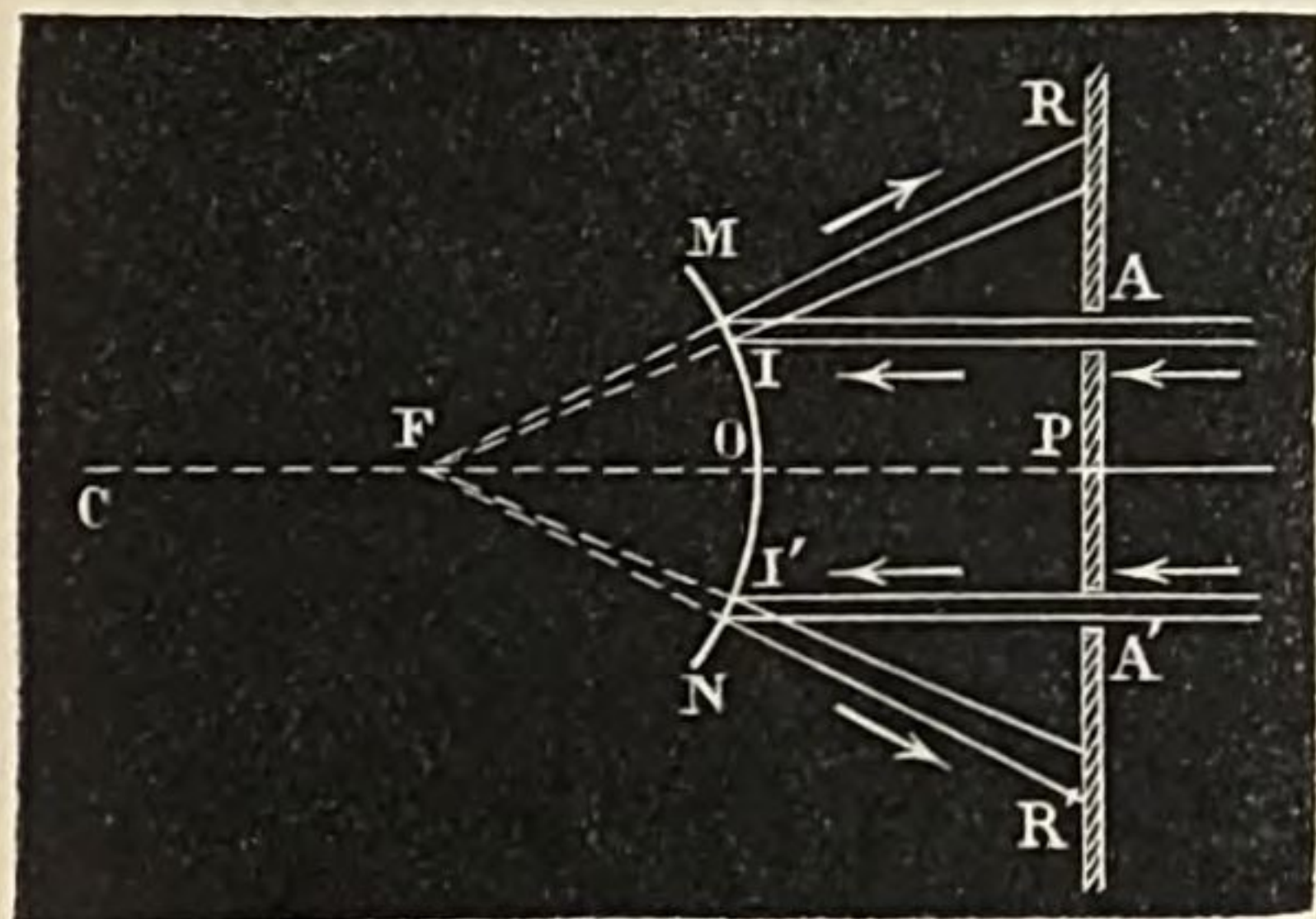


Fig. 220.

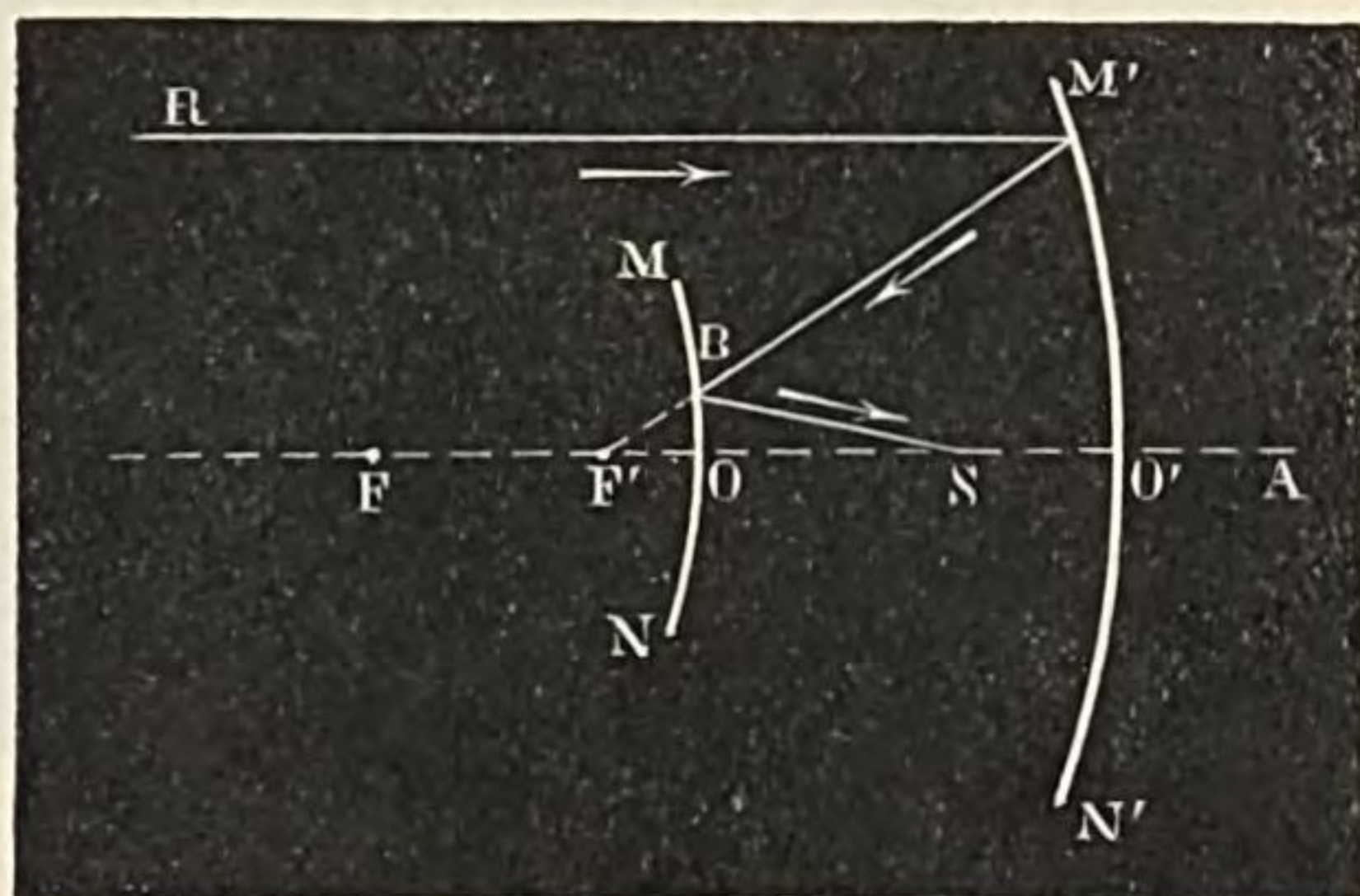


Fig. 221.

Noch einfacher kann man auch das virtuelle Bild eines reellen Gegenstandes, der vor dem Spiegel in einer Entfernung $p > 0$ gelegen ist, in einem astronomischen Fernrohr anvisiren. Die Bildebene ergibt sich, wie oben, dadurch, dass man die Stelle sucht, wo man ein Probeobject (die bedruckte Seite eines Buches) aufstellen muss, um es deutlich zu sehen; hieraus ergibt sich p' und folglich auch $\bar{f}$.¹⁾

Aberration. — Wir haben bis jetzt die Oeffnung des Spiegels als hinreichend klein vorausgesetzt, damit die nahe am Rand reflectirten Strahlen (die Randstrahlen) nach demselben Punkt hin convergiren, wie die nahe am Scheitel einfallenden (die centralen Strahlen). Indessen ist diese Bedingung im Allgemeinen nicht erfüllt.

Es entstehen *Abweichungen* (*Aberrationen*) und man nennt *Längenabweichung* die Entfernung des Brennpunktes der Randstrahlen von dem der centralen Strahlen und *Seitenabweichung* den Radius des Kreises, welcher durch den Schnitt der centralen Brennebene mit dem Kegel der Randstrahlen entsteht. Die Grösse dieser Abweichungen hängt von der Lage des leuchtenden Punktes ab. Wir werden indessen allein den Fall berücksichtigen, dass der leuchtende Punkt im Unendlichen liegt. Die Abweichungen werden

¹⁾ Vgl. auch Kohlrausch, Leitfaden d. prakt. Physik, 8. Aufl., S. 200 ff. — L.

dann *Hauptabweichungen* genannt. Bedeutet F (Fig. 222) den Brennpunkt der centralen Strahlen,¹⁾ F_1 denjenigen der Randstrahlen und FH die Normale auf FF_1 in F bis zum Schnitt mit dem Randstrahl MF_1 verlängert, so stellt $CF_1 - CF$ die *Haupt-Längenabweichung* λ und FH die *Haupt-Seitenabweichung* ϱ dar.

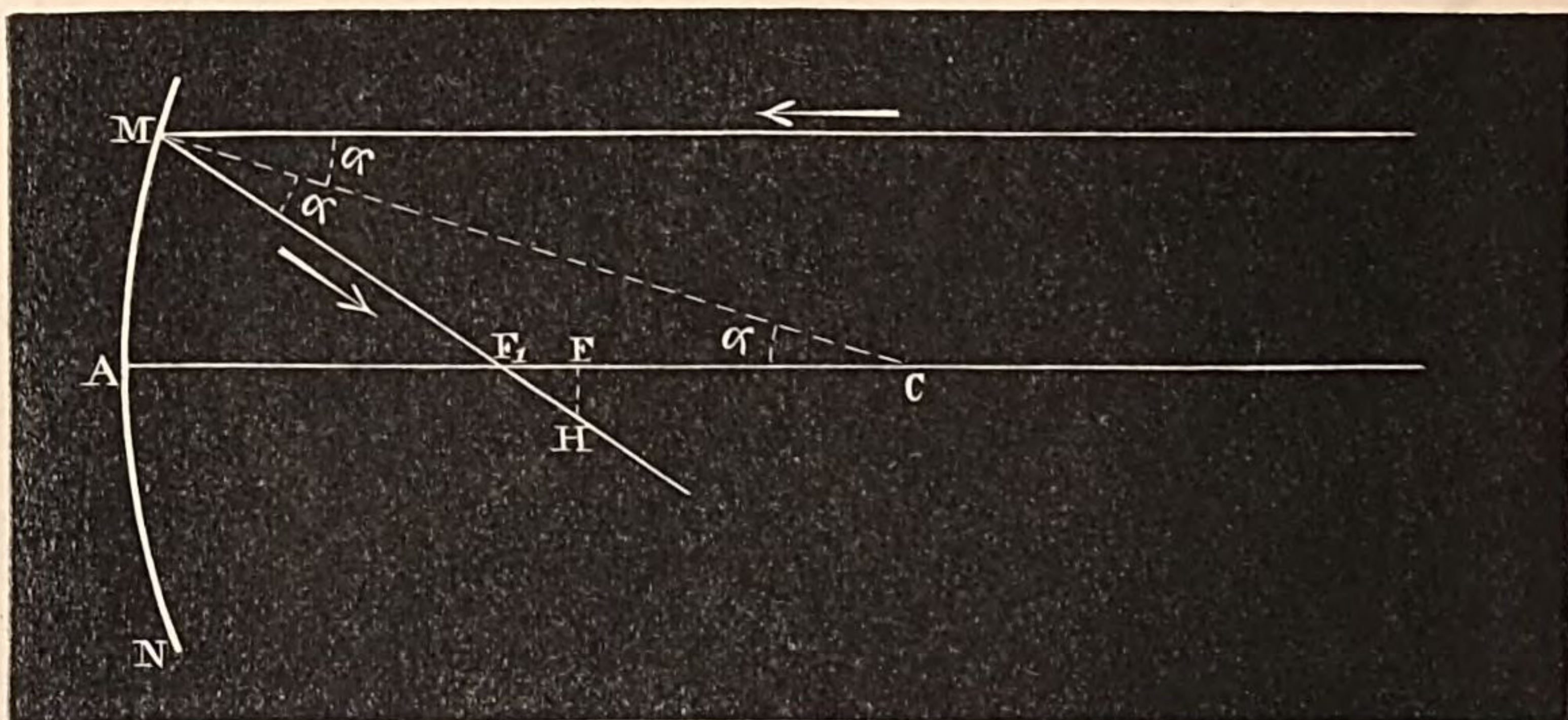


Fig. 222.

Das Dreieck CF_1M ist gleichschenkelig und der Winkel FF_1H gleich der Oeffnung 2α des Spiegels; folglich ergibt sich unmittelbar

$$\lambda = f \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right) \quad \text{und} \quad \varrho = \lambda \operatorname{tg} 2\alpha.$$

Gewöhnlich ist α hinreichend klein, dass man die Glieder vierten Grades vernachlässigen kann; man erhält so die Näherungswerte

$$\lambda = \frac{1}{2} f \alpha^2 \quad \text{und} \quad \varrho = f \alpha^3,$$

oder, wenn man vorzieht, den Krümmungsradius $CM = R$ und den Radius der Oeffnung $AM = r$ einzuführen,

$$\lambda = \frac{r^2}{4R} \quad \text{und} \quad \varrho = \frac{r^3}{2R^2}.$$

Die hauptsächlich in Betracht kommende Seitenabweichung nimmt sehr rasch mit der Oeffnung ab. Immerhin hat man im Fall von $R = 200$ cm und $r = 5$ cm noch $\varrho > 0,0015$ cm. Man sollte es deshalb für unmöglich halten, mit einem Teleskop scharfe Bilder zu erzeugen, die eine starke Vergrößerung vertragen. Es ist indessen zu bedenken, dass die Strahlen sich nach dem Centrum

¹⁾ In Fig. 222 müsste der Punkt F eigentlich die Strecke AC halbiren; der Deutlichkeit wegen ist er etwas nach C hin verschoben. — L.

des Aberrationskreises hin derart concentriren, dass der wirksame Theil dieses Kreises auf eine sehr kleine Fläche zusammenschrumpft.

Die Concentration der Strahlen im Brennpunkt selbst erhellt unmittelbar aus der Betrachtung der Brennfläche.¹⁾

Brennflächen. Man nennt *Reflexions-Brennfläche* den geometrischen Ort der successiven Schnittpunkte der Strahlen, die von einem durch einen leuchtenden Punkt bestrahlten Spiegel reflectirt werden. Malus hat gezeigt, dass dieser Ort eine zweischalige Oberfläche ist. Im Falle eines sphärischen Spiegels reducirt sich eine dieser Schalen auf den Durchmesser, der durch den leuchtenden Punkt geht; die andere ist eine Rotationsfläche, deren Meridianschnitt die Curve ist, welche durch die in einer Meridianebene

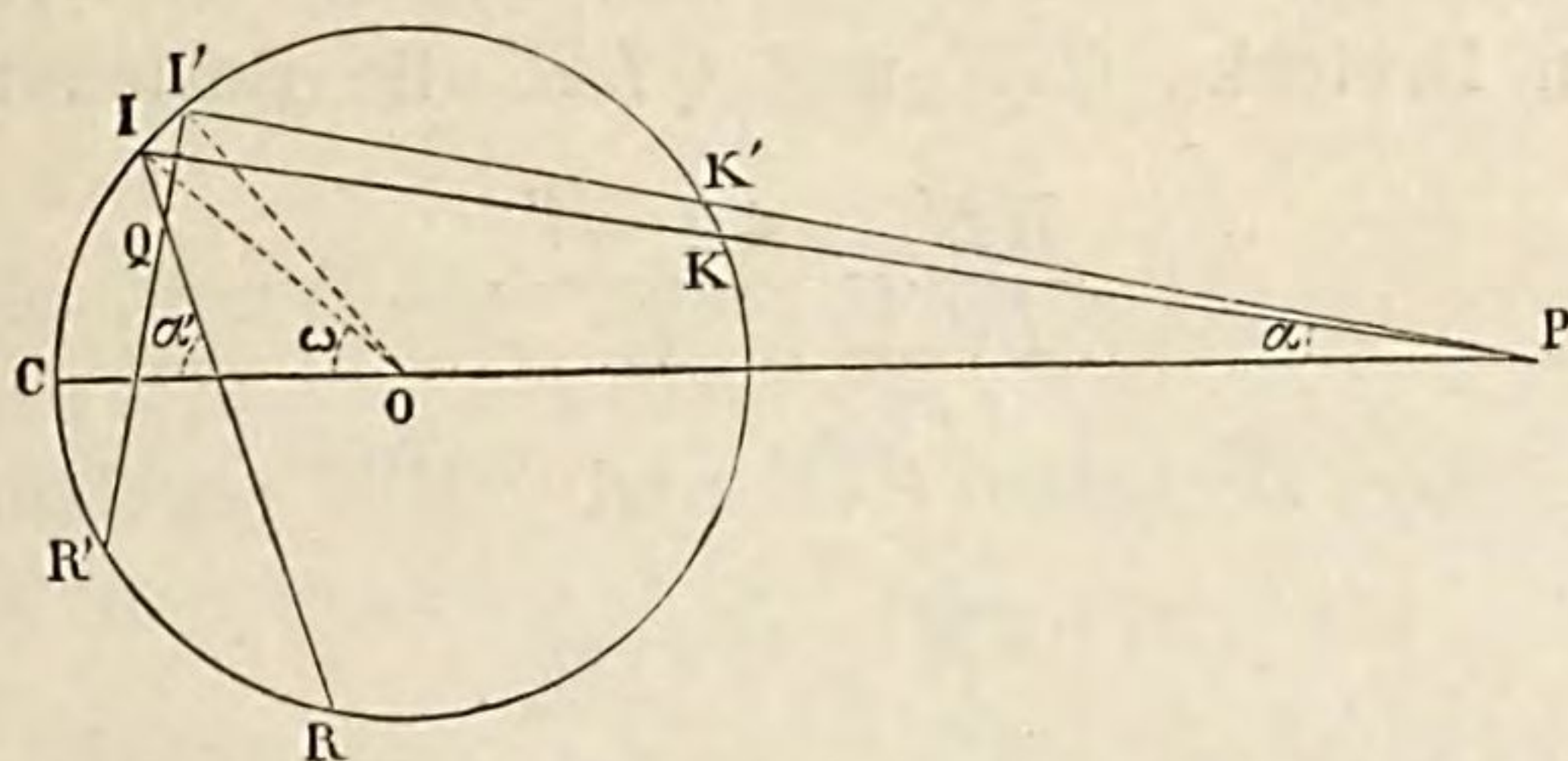


Fig. 223.

des Spiegels gelegenen successiven Schnittpunkte der reflectirten Strahlen entsteht. Um diesen geometrischen Ort zu finden, ziehen wir zwei unendlich benachbart einfallende Strahlen PI und PI' (Fig. 223). Die zugehörigen zurückgeworfenen Strahlen schneiden

¹⁾ Diese Betrachtung rührt von dem Mathematiker Tschirnhausen (Acta eruditorum 364; 1682) her. De la Hire studirte (Mémoires de l'ancienne Académie des sciences 9, 448; 1690) die Brennfläche, die von einem Bündel paralleler Strahlen nach der Reflexion an einem sphärischen Spiegel erzeugt wird. Joh. Bernoulli (Opera I, 52; 1692) und L'Hôpital (Analyse des infiniment petits; 1696) beschäftigten sich ebenfalls mit den Brennflächen, während Smith (System of Optics, 1738) die Helligkeit auf denselben zu bestimmen suchte. Petit construirte die Brennfläche Punkt für Punkt (Correspondance sur l'École polytechnique, publiée par Hachette II, 353; 1812). Der Gegenstand wurde wieder aufgenommen und eingehender behandelt von Malus (Traité d'optique, in den Mémoires présentés à l'Institut des sciences par divers savants II, 214; 1811); Dupin (Ann. de chim. et de phys. (2) 5, 85; 1817); Quételet (Nouv. Mém. de l'Acad. de Bruxelles 3, 15 und 4, 79; 1822); Sturm (Ann. de Gergonne 15, 205; 1824); Gergonne (Ann. de Gergonne passim; 1823—1826). — Betreffs der weiteren Litteratur vgl. die ausführliche Zusammenstellung in Verdet, Wellentheorie des Lichts, deutsch von K. Exner, 1, S. 7; Braunschweig 1881 und Winkelmann, Handbuch der Physik, 2, S. 32; 1894.

sich in dem Punkt Q , der auf der Curve liegt; sind α , α' und ω die Winkel, welche der einfallende Strahl PI , der reflectirte IR und das Einfallslot IO mit der Achse PC bilden, so liefert das Grundgesetz der Reflexion unmittelbar die Beziehung

$$\alpha + \alpha' = 2\omega,$$

und folglich auch

$$d\alpha + d\alpha' = 2d\omega,$$

oder, wenn man die Winkel durch ihre Bögen auf dem Kreise mit dem Halbmesser OI misst,

$$RR' - KK' = 2II'.^1)$$

Setzen wir $IP = l$, $IQ = l'$ und $IR = IK = 4a$, so liefern die ähnlichen Dreiecke QII' und QRR' die Beziehung

$$\frac{RR'}{II'} = \frac{4a - l'}{l'},$$

und die ähnlichen Dreiecke PII' und $PK'K$ ergeben

$$\frac{KK'}{II'} = \frac{l - 4a}{l}.$$

Aus diesen drei Gleichungen folgt

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{l'} = \frac{1}{a},$$

eine Formel, die der oben hergeleiteten Grundformel vollständig ähnlich ist und leicht construiert werden kann.

Wenn der leuchtende Punkt im Unendlichen liegt, also für $l = \infty$, reducirt sich die Gleichung auf

$$l' = a,$$

das heisst, $IQ = \frac{IR}{4}$. Der auf dem reflectirten Strahl IR gelegene Punkt Q der Curve ist also der Fusspunkt der von H ,

¹⁾ Diese Beziehung ergibt sich, wenn man in Fig. 223 von O aus Radien nach den Punkten R' , R , K und K' zieht. Die zu den Bögen RR' , KK' und II' gehörigen Centriwinkel sind dann der Reihe nach $\frac{3d\alpha' - d\alpha}{2}$, $\frac{d\alpha' - 3d\alpha}{2}$ und $d\omega$; die Differenz der beiden ersteren Winkel ist aber $d\alpha + d\alpha'$ oder $2d\omega$, womit die obige Gleichung als richtig nachgewiesen ist. Vgl. auch betreffs der Construction der Brennflächen den Aufsatz von Schellbach in der Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterr. 1. 186; 1887. — L.

der Mitte von OI , auf diesen Strahl IR gefällten Senkrechten HQ (Fig. 224). Mit anderen Worten, der Punkt Q ist der Schnittpunkt von IR mit dem über IH als Durchmesser beschriebenen Kreis, der in I und H die mit den Radien OI und OH construirten Kreise

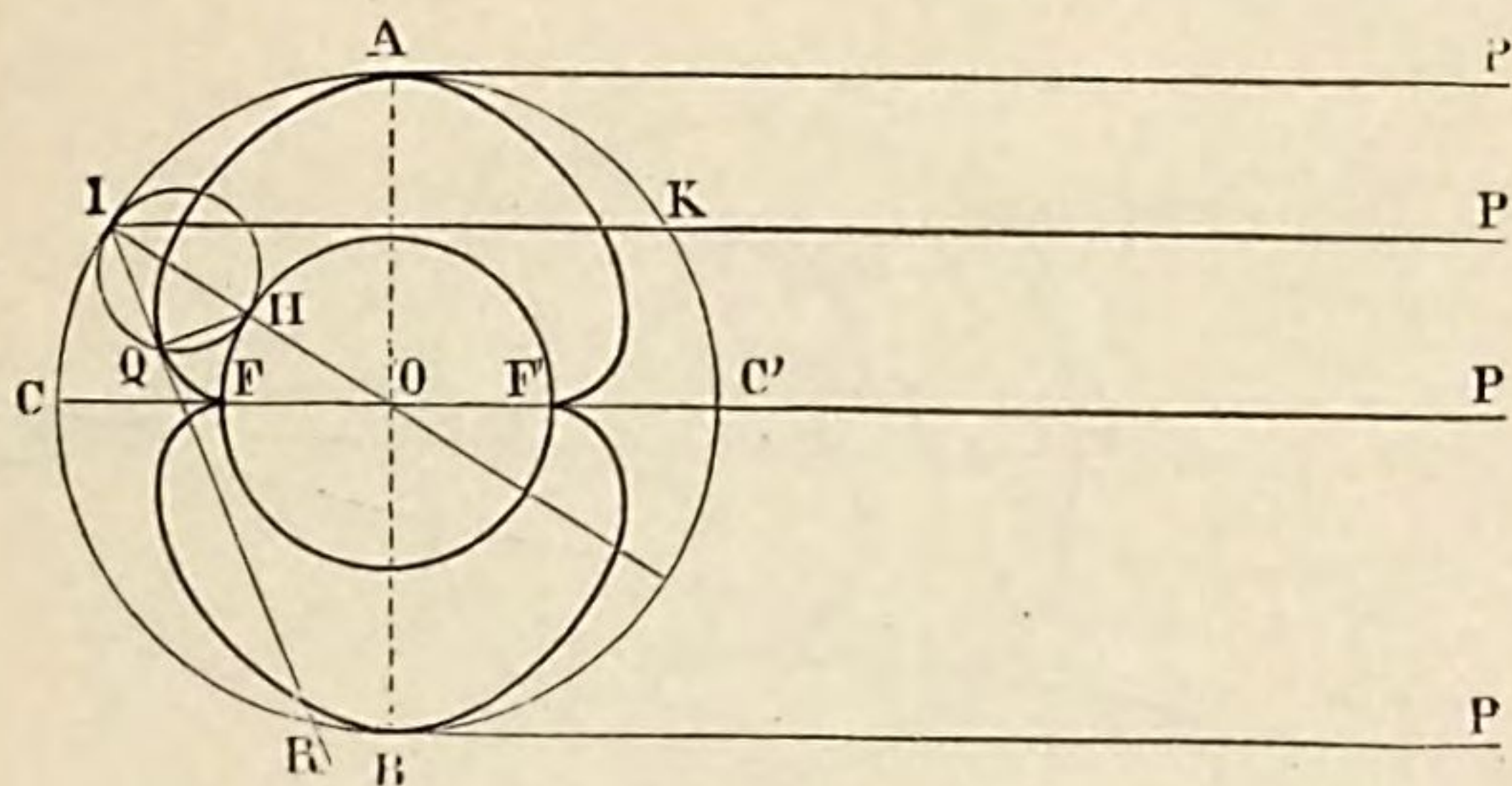


Fig. 224.

berührt. Da ferner die beiden gleichen Winkel HIQ und HOC als Maass $\frac{\text{arc } QH}{IH}$ und $\frac{\text{arc } FH}{OH}$ haben, so folgt $\text{arc } QH = \text{arc } FH$.

Der Ort des Punktes Q ist also die von einem Punkt des Kreises IH (Halbmesser $\frac{R}{4}$) beschriebene Epicykloide, wenn dieser Kreis auf dem Kreise OH (Halbmesser $\frac{R}{2}$) abrollt. Der Theil AFB der Curve ist die Enveloppe der von dem Hohlspiegel ACB reflectirten Strahlen, während der Theil $AF'B$ virtuell den von dem Convexspiegel $AC'B$ reflectirten Strahlen entspricht; die einfallenden Strahlen werden in beiden Fällen durch PP dargestellt. Die Hauptbrennpunkte FF' befinden sich an der Stelle, wo sich die beiden Theile der Brennfläche schneiden.

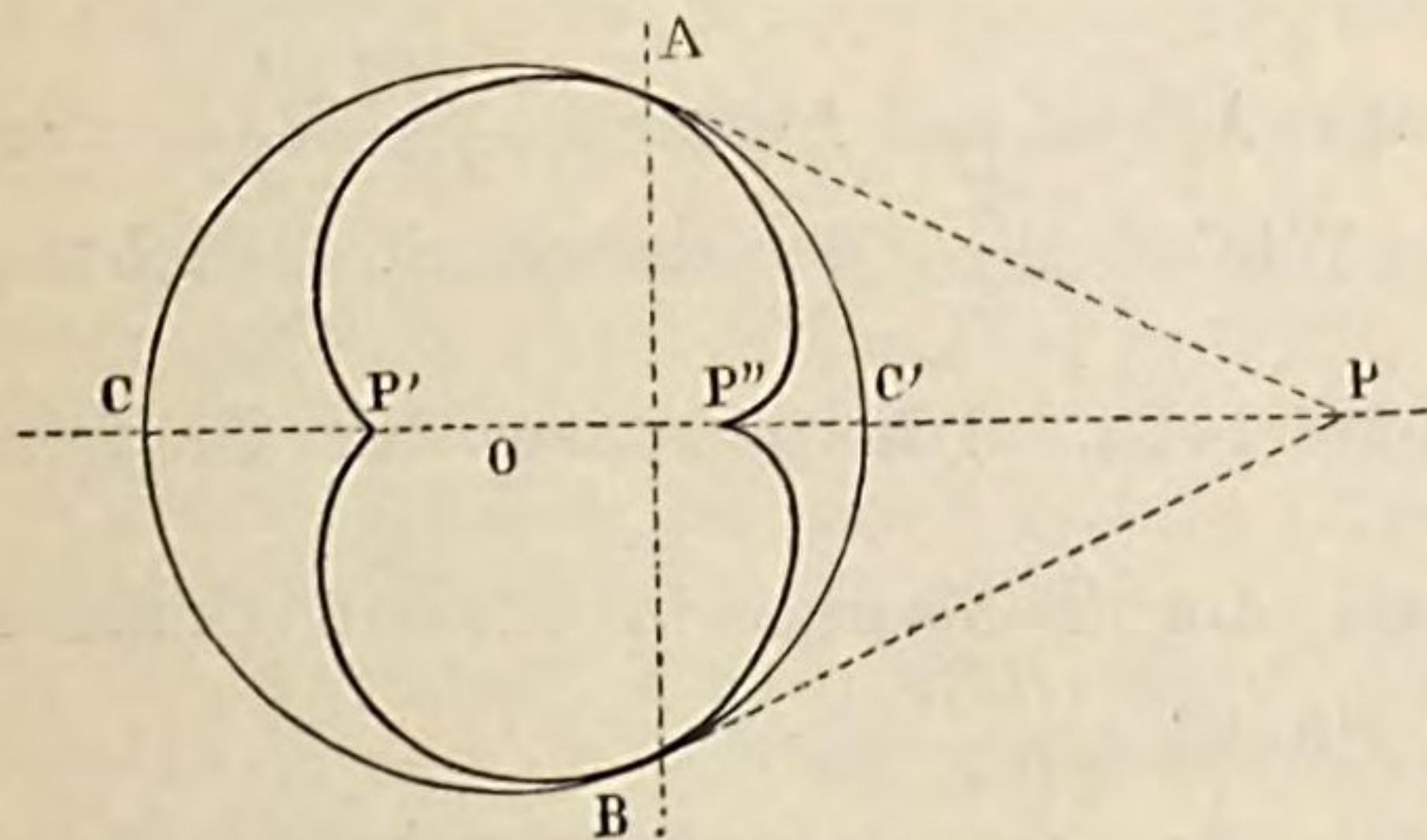


Fig. 225.

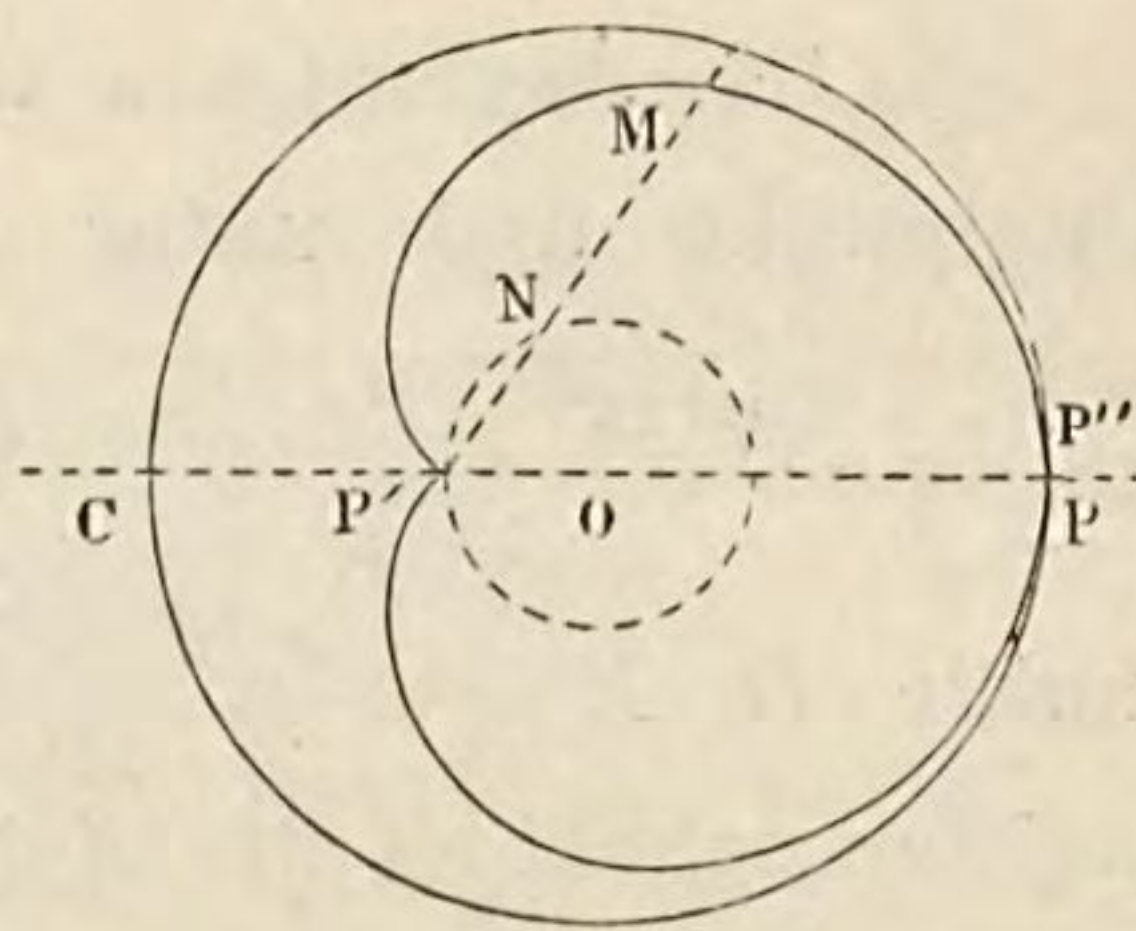
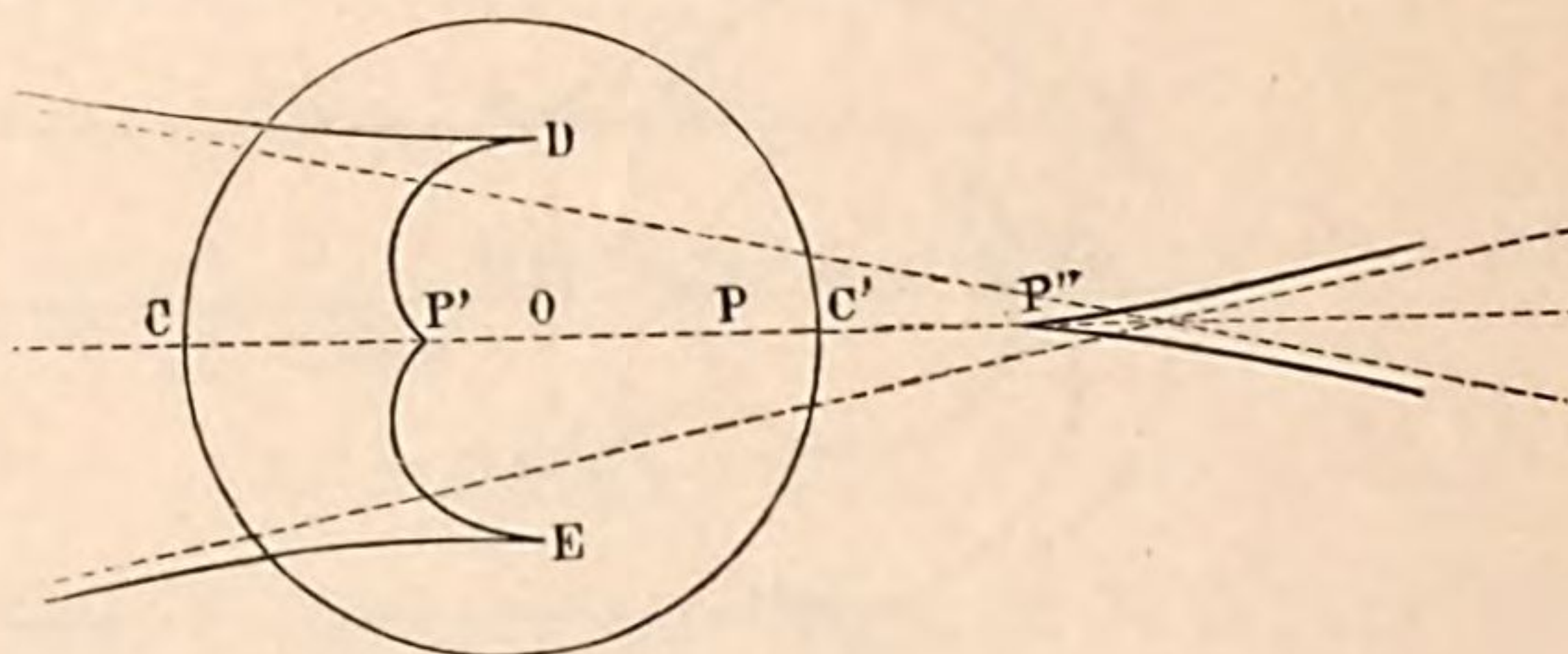


Fig. 226.

Die Curve AFB lässt sich sehr leicht beobachten, indem man einen blanken, auf einem Blatt Papier liegenden Metallring nahezu

tangential den Sonnenstrahlen aussetzt; man kann auch die obere Kante eines mit einer dunklen Flüssigkeit gefüllten Glases benutzen oder schliesslich das Licht von einem cylindrisch gebogenen Stück Weissblech reflectiren lassen; der Punkt F tritt dann besonders stark leuchtend hervor.

Fig. 227.¹⁾

Wenn der Punkt P sich mehr und mehr dem Spiegel nähert, so ändert die Brennnlinie ihre Form und ihre Lage, wie aus den

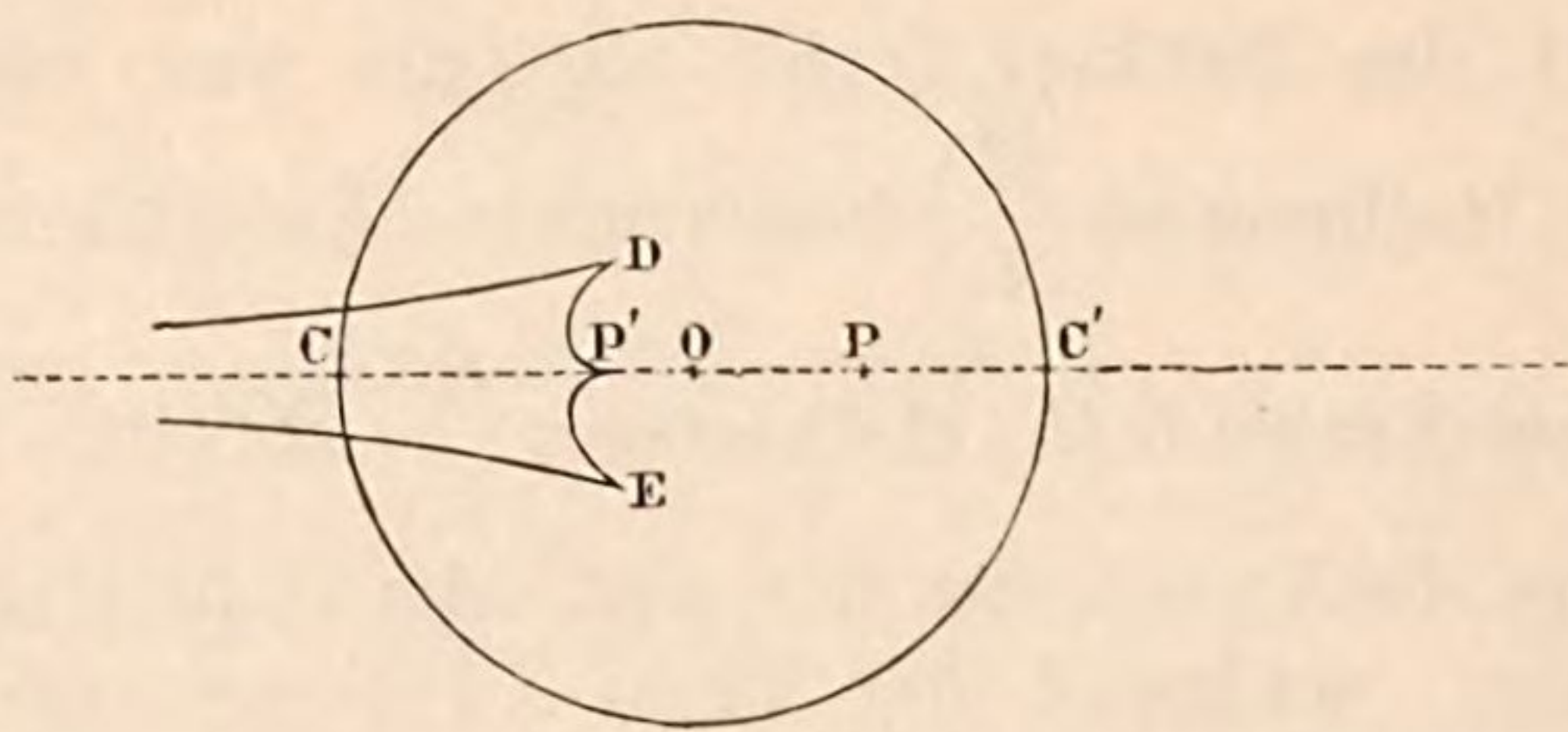


Fig. 228.

Figuren 225 bis 229 ersichtlich ist,²⁾ bis sie sich auf einen Punkt reducirt, wenn der leuchtende Punkt in den Mittelpunkt rückt.

¹⁾ Die Asymptoten treffen die Achse im Abstand $\frac{3lR^2}{4l^2 - R^2}$ vom Mittelpunkt und unter einem Winkel $\frac{V}{2}$, der durch die Gleichung $\operatorname{tg} \frac{V}{2} = \frac{2\sqrt{(R^2 - l^2)(4l^2 - R^2)}}{8l^2 + R^2}$ definirt ist. Die Abscisse der Umkehrpunkte D, E ist $\frac{l(R^2 - 2l^2)}{R^2}$ und die Tangente in diesen Umkehrpunkten schneidet die Achse im Punkt $\frac{lR^2}{2l^2 - R^2}$.

²⁾ Beachtenswerth ist der Fall, wo der leuchtende Punkt auf dem Kreise in P sich befindet (Fig. 226). Die Brennnlinie ist dann eine Pascal'sche Schneckenlinie. Zu ihrer Construction hat man den Kreis OP' mit dem Radius $\frac{R}{3}$ zu zeichnen und den Radius Vector $P'N$ um $\frac{2R}{3}$

Man nennt einen Spiegel *aplanatisch* (α privativum, $\pi\lambda\acute{\alpha}\nu\eta$, Fehler), wenn er von einem Punkt auch ein punktförmiges Bild liefert. Ein sphärischer Spiegel ist also nur in Bezug auf seinen Mittelpunkt aplanatisch.¹⁾

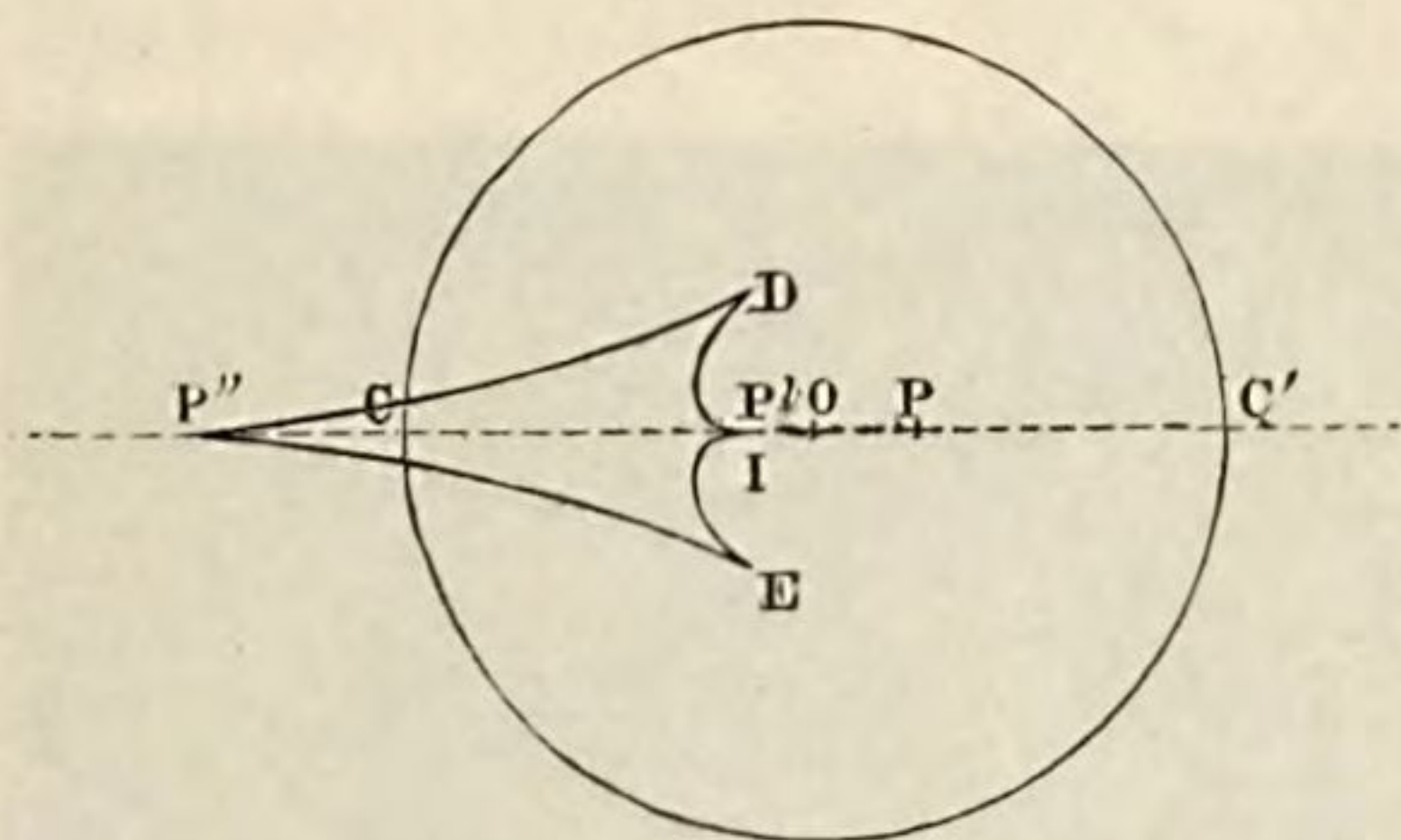


Fig. 229.

Mängel der vorhergehenden Betrachtungen. — Wir wollen das geometrische Studium der sphärischen Spiegel nicht weiter fortsetzen, weil dasselbe, wie nützlich es auch in den hier behandelten Grenzen sein mag, doch mit einem grundlegenden Fehler behaftet ist, der hervortritt, sowie man sich näher damit beschäftigt. Wir werden nämlich später in der physikalischen Optik sehen, dass das Bild eines Punktes in einem aplanatischen Spiegel nicht etwa ein Punkt ist, sondern ein mit ziemlich gleichförmiger Helligkeit leuchtender Kreis, der von farbigen Ringen umgeben ist, deren Intensität mit wachsender Entfernung von der Mitte rasch abnimmt.

Wir wollen nur noch die Bemerkung hinzufügen, dass die Form der Brennfläche eine Erklärung liefert für die Verzerrung von Bildern, die man schief in einem sphärischen Spiegel sieht.

zu verlängern. Es ist ebenfalls die Epicykloide, die dadurch entsteht, dass ein Kreis vom Halbmesser $\frac{R}{3}$ aussen auf dem Kreise OP' abrollt.

¹⁾ Eine aplanatische Oberfläche ist offenbar eine Rotationsfläche, deren Rotationsachse durch die Linie gebildet wird, welche den leuchtenden Punkt und sein Bild verbindet. Da übrigens die Normale der Meridiancurve den Winkel der nach jenen beiden Punkten gezogenen Radien Vektoren halbieren muss, so ist diese Curve nothwendiger Weise ein Kegelschnitt, der um seine Hauptachse rotirt. Die Oberfläche eines aplanatischen Spiegels ist also ein Rotationsellipsoid (concav, wenn der Lichtpunkt und sein Brennpunkt beide reell sind, convex, wenn beide virtuell sind) ein Rotationsparaboloid (wenn der eine von beiden Punkten im Unendlichen liegt) oder ein zweischaliges Rotationshyperboloid (wenn der eine Punkt reell, der andere virtuell ist). Als specielle Fälle ergeben sich die Kugel und die Ebene; die letztere ist, unabhängig von der Lage des leuchtenden Punktes, immer aplanatisch.

Ein in U (Fig. 230) befindliches Auge sieht nämlich das Bild des Punktes A zwischen den Punkten A' und α , die den beiden Schalen der Brennfläche von A angehören. Das so gesehene Bild fällt nicht mit demjenigen zusammen, das man auf einem Schirm auffangen würde.

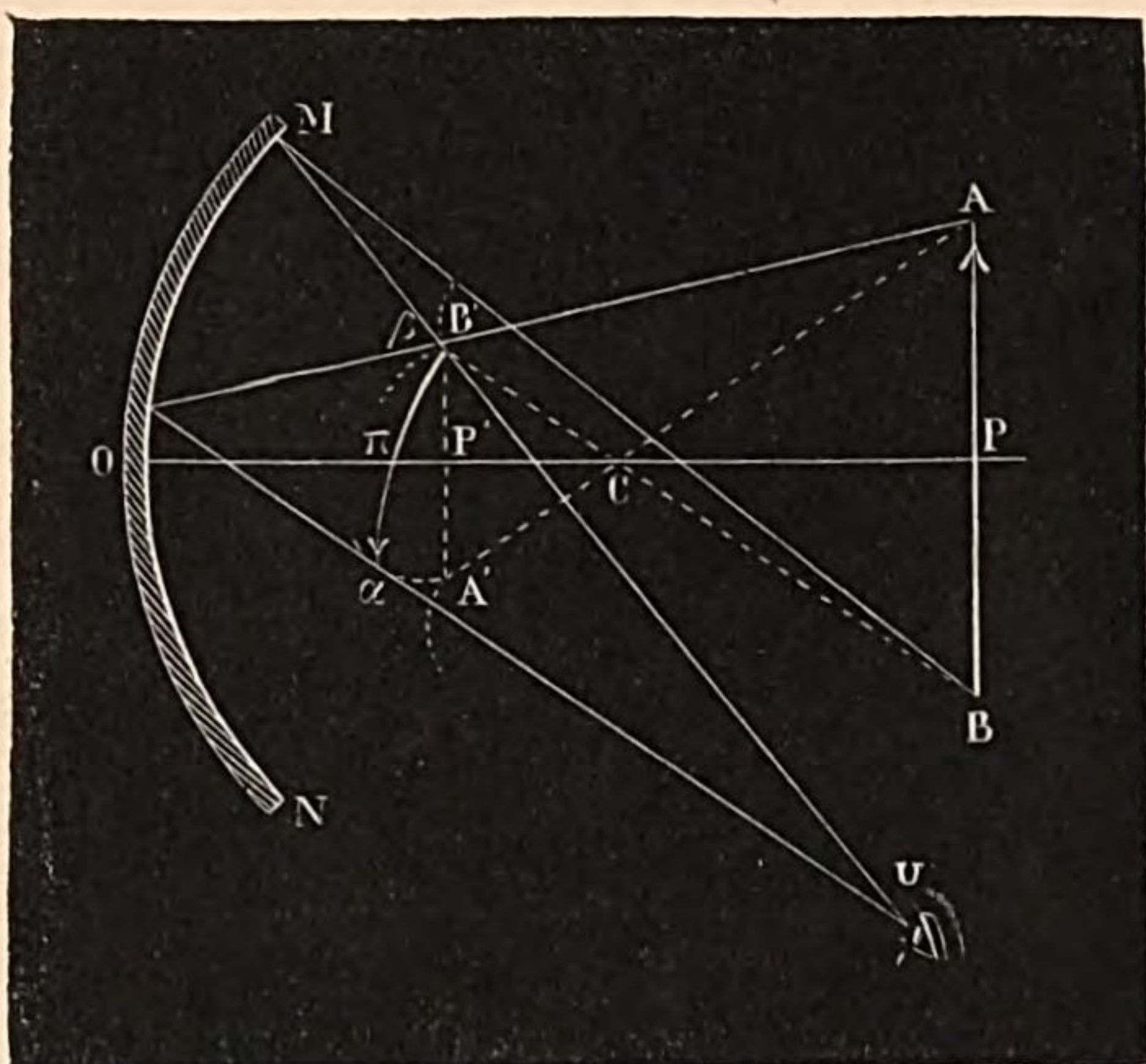


Fig. 230.

420. Parabolische Spiegel. — Nach einer wohlbekannten Eigenschaft der Parabel ist es klar, dass ein parabolischer Spiegel in der Brennebene ein besonders scharfes Bild eines Gegenstandes geben muss, der bei geringer Winkelgrösse sich in grosser Entfernung auf der Achse befindet. Die Herstellung eines Spiegels von genau parabolischer Form ist also für die Astronomie von grosser Wichtigkeit. Schon im Jahr 1777 hatte ein englischer Optiker Mudge die sphärischen Spiegel dadurch bedeutend verbessert, dass er sie nach dem Scheitel hin ganz wenig hohl schliff, um auf diese Weise die Krümmung an dieser Stelle zu vergrössern und dadurch den Brennpunkt der centralen Strahlen demjenigen der Randstrahlen zu nähern. Die zunehmende Schärfe des Bildes war das einzige Kriterium bei diesem Verfahren, das von Lord Ross, Lassell und anderen Astronomen angewandt wurde; immerhin lief man so Gefahr, das gesteckte Ziel zu überschreiten. Ausserdem konnte man die Schärfe des Bildes nicht anders prüfen, als dass man den Spiegel jedesmal im Teleskop montirte.

*Verfahren von Foucault.*¹⁾ — Foucault machte einen grossen

¹⁾ Foucault, Compt. rend. **44**, 339; **47**, 205 und 958; **49**, 85; **54**, 1; 1857—1862 und Annales de l'Observatoire de Paris **5**, 197; 1859.

Fortschritt, indem er bei der Bearbeitung eine Prüfungs-Methode einführte, die ohne die Montage des Spiegels zu benöthigen, gestattete, sich der geometrischen Form mit Sicherheit zu nähern. Ausserdem ersetzte er das Spiegelmetall, das die Nachteile eines grossen Gewichts mit Zerbrechlichkeit und Veränderlichkeit durch atmosphärische Einflüsse verband, durch versilbertes Glas. Der metallische Belag, der auf chemischem Weg in ausserordentlich dünner Schicht niedergeschlagen wird, lässt sich beliebig erneuern, ohne dass der Spiegel von Neuem polirt, das heisst die Arbeit von Grund auf wiederholt zu werden braucht.

Bei der Herrichtung des Spiegels handelt es sich nämlich um sehr kleine Grössen, da sich der bei der Verwendung wirklich in Betracht kommende Theil des herzustellenden Rotationsparaboloids nur äusserst wenig von einer Kugelcalotte unterscheidet. Es sei (Fig. 231) OB die Parabel

$$y^2 = 4f(2f + x)$$

und OA der Berührungskreis im Scheitel

$$x^2 + y^2 = 4f^2.$$

Der Radius CA unterscheidet sich von der Normalen der Parabel im Punkt B nur sehr wenig; die Dicke e der Substanz, die am Rand entfernt werden muss, ist also mit grosser Annäherung gleich $CB - CA$. Man hat somit

$$\begin{aligned} e &= \sqrt{\left(\frac{y^2}{4f} - 2f\right)^2 + y^2} - 2f \\ &= 2f \left(\frac{y^4}{128f^4} - \frac{y^8}{32768f^8} + \dots \right). \end{aligned}$$

Bei dem grossen Spiegel von Lord Ross, für den $f = 54$ englische Fuss (16,46 m) und $y = 3$ Fuss (0,91 m) war, berechnet sich e auf kaum $2,5 \mu$. Bei den grössten Spiegeln hat man also zur Erzielung der parabolischen Gestalt nicht mehr Substanz zu entfernen, als durch das Poliren hinweggenommen wird.

Zunächst sucht man dem Spiegel eine möglichst vollkommene Kugelgestalt zu geben. Es sei AB (Fig. 232) ein mit dem Sphärometer geprüfter, sphärischer Spiegel, wie sie ohne Mühe industriell hergestellt werden. In der durch den Mittelpunkt gehenden Ebene stellt man einen Schirm auf, der von zwei in sehr geringem

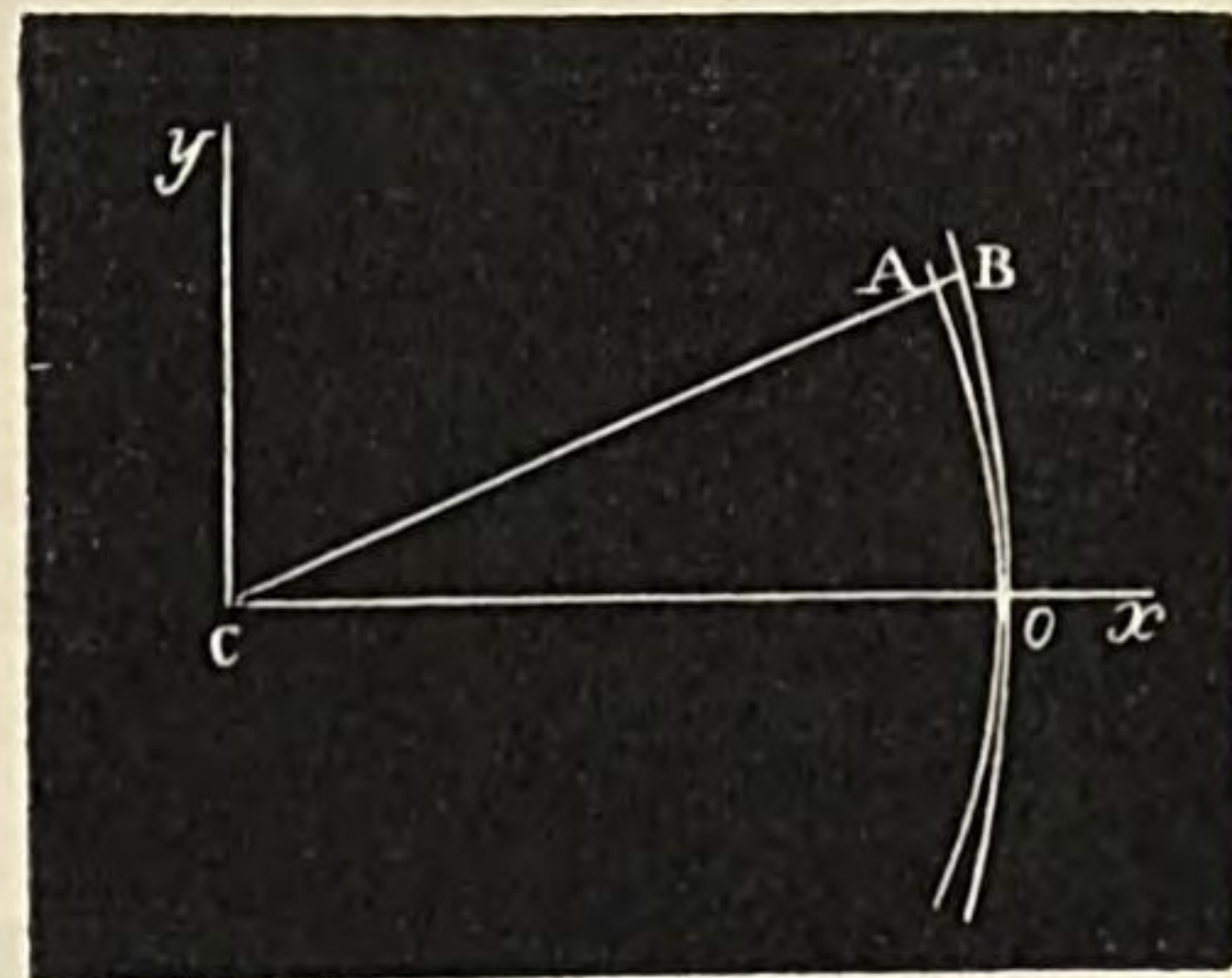


Fig. 231.

Abstand vom Centrum O' und symmetrisch zu demselben gelegenen Löchern C und C' durchbohrt ist. Da ein sphärischer Spiegel in Bezug auf seinen Krümmungsmittelpunkt vollkommen aplanatisch ist, so wird dies auch noch mit grosser Annäherung

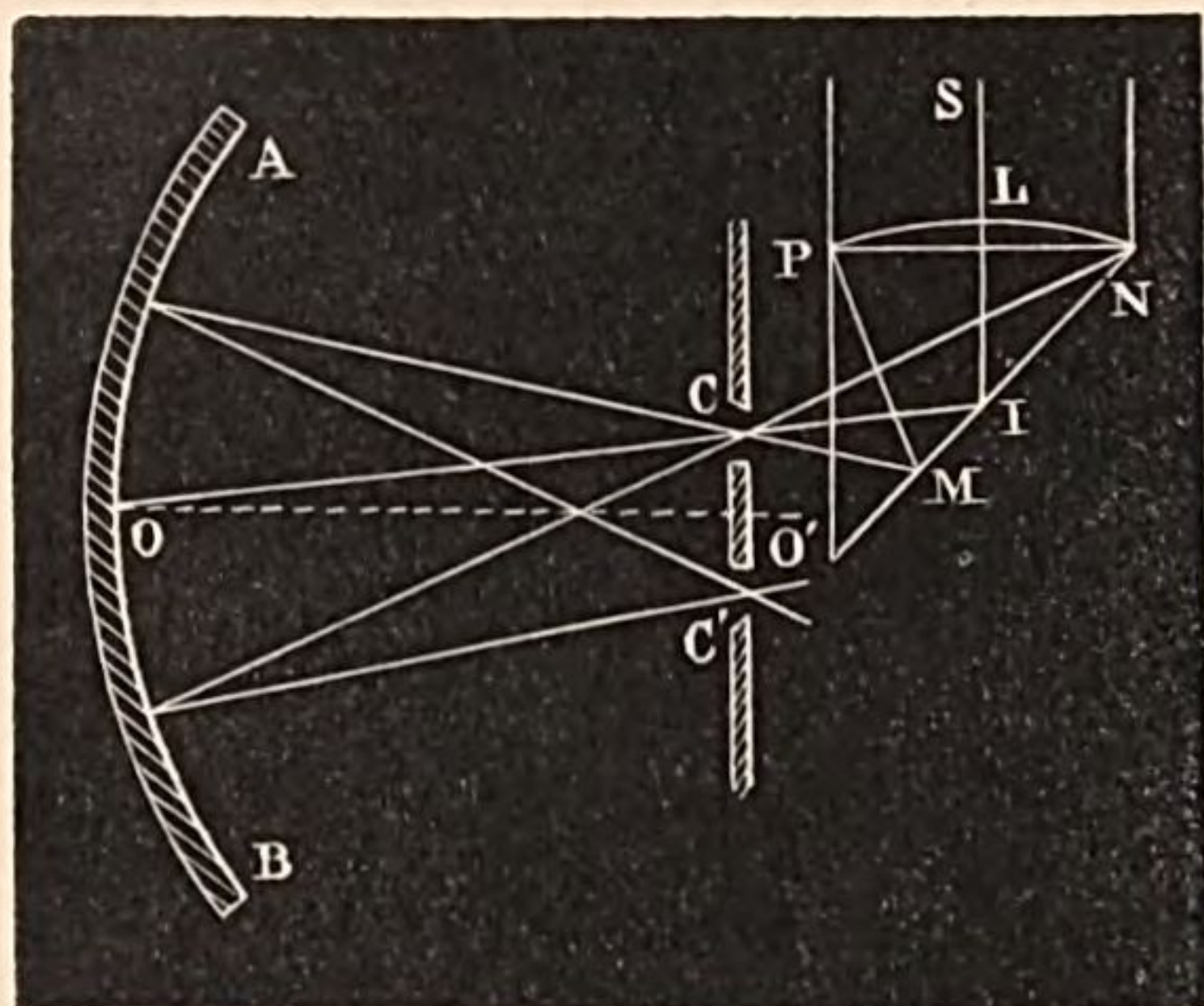


Fig. 232.

für die Löcher C und C' gelten. Wenn man also mittels der Linse L und des totalreflectirenden Prismas MNP auf die kleine Öffnung C das Licht einer Lichtquelle S fallen lässt, so dass in C ein leuchtender Punkt entsteht, dann wird ein mit einer Lupe bewaffnetes Auge in C' einen weissen Fleck sehen, der von Ringen umgeben ist; die Ringe werden vollkommen regelmässig sein, wenn die Oberfläche eine Rotationsfläche um die Achse OO' dar-

stellt. Zeigt sich eine Deformation, so ist dies ein Anzeichen für einen Mangel an Symmetrie, den man durch passendes Schleifen des Glases auf seinem Schleifkissen beseitigt.

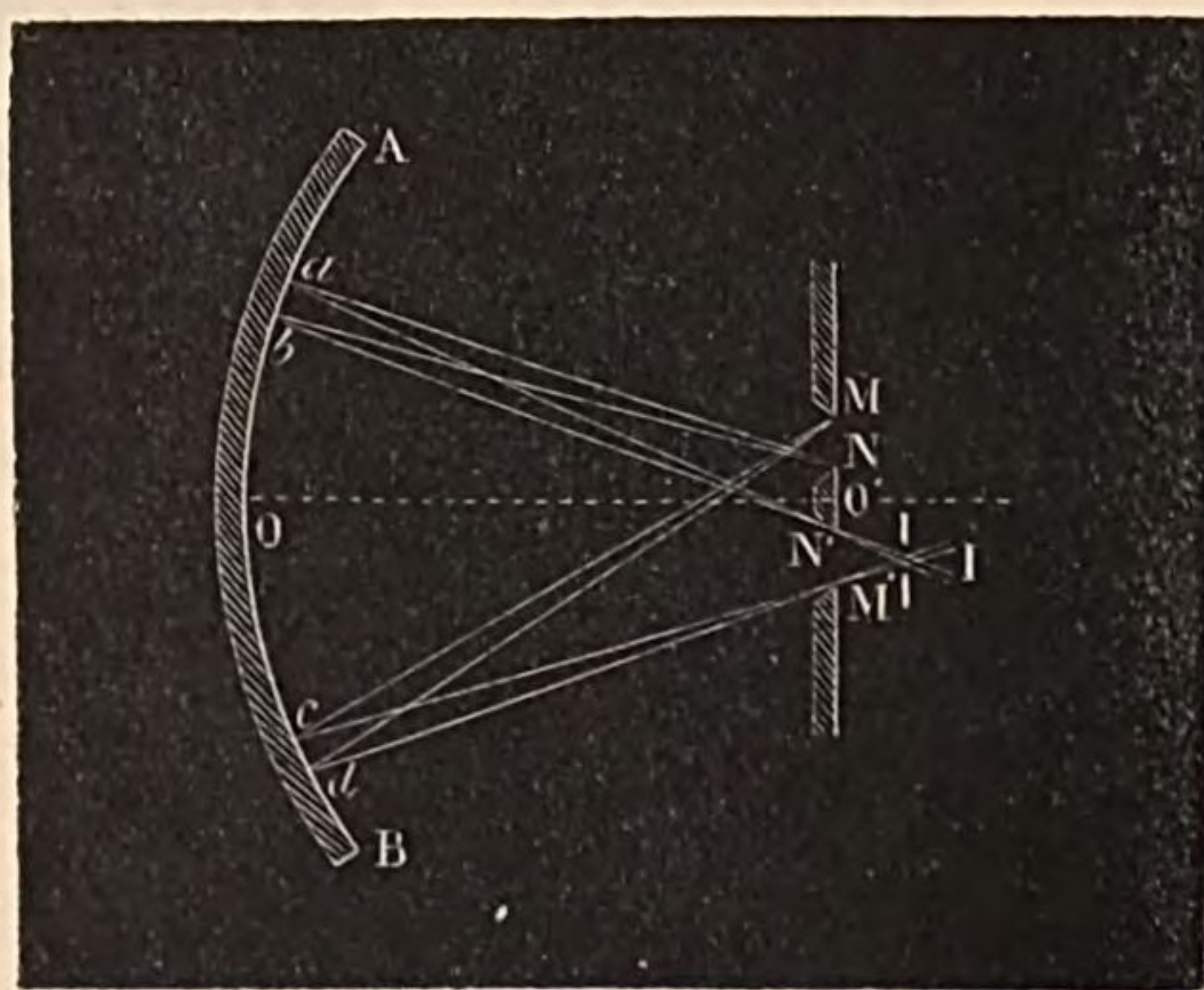


Fig. 233.

Wenn diese erste Bedingung erfüllt ist, stellt man in MN (Fig. 233) ein kleines Netz mit rechteckigen Maschen auf, das man wie vorher beleuchtet; das Bild desselben betrachtet man mittels eines vor $M'N'$ aufgestellten Mikroskops, vor dessen Objectiv sich ein Diaphragma I mit sehr enger Oeffnung befindet; das Bild des Theiles M des Netzes rührt also von den an der Stelle cd des Spiegels reflectirten Strahlen her, während das Bild der Partie N von den an dem kleinen Stück ab zurückgeworfenen Strahlen

erzeugt wird. In Folge dieser Localisation der reflectirten Strahlen wird man aus den Fehlern, die gewisse Theile des Bildes zeigen, unmittelbar auf die Fehler von correspondirenden Theilen der Oberfläche schliessen können. Wenn der Spiegel vollkommen wäre, so würden Bild und Gegenstand identisch sein (Fig. 234).

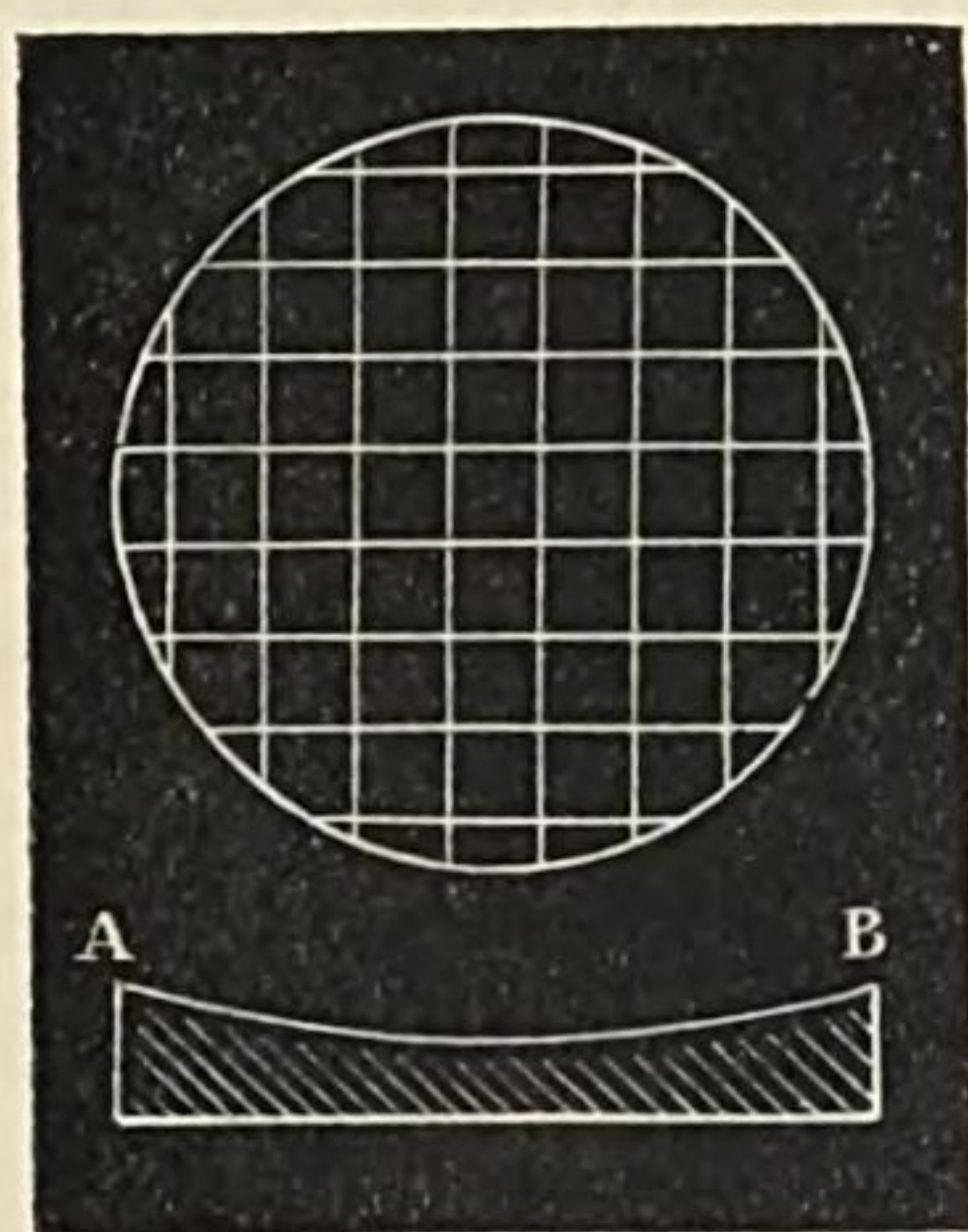


Fig. 234.

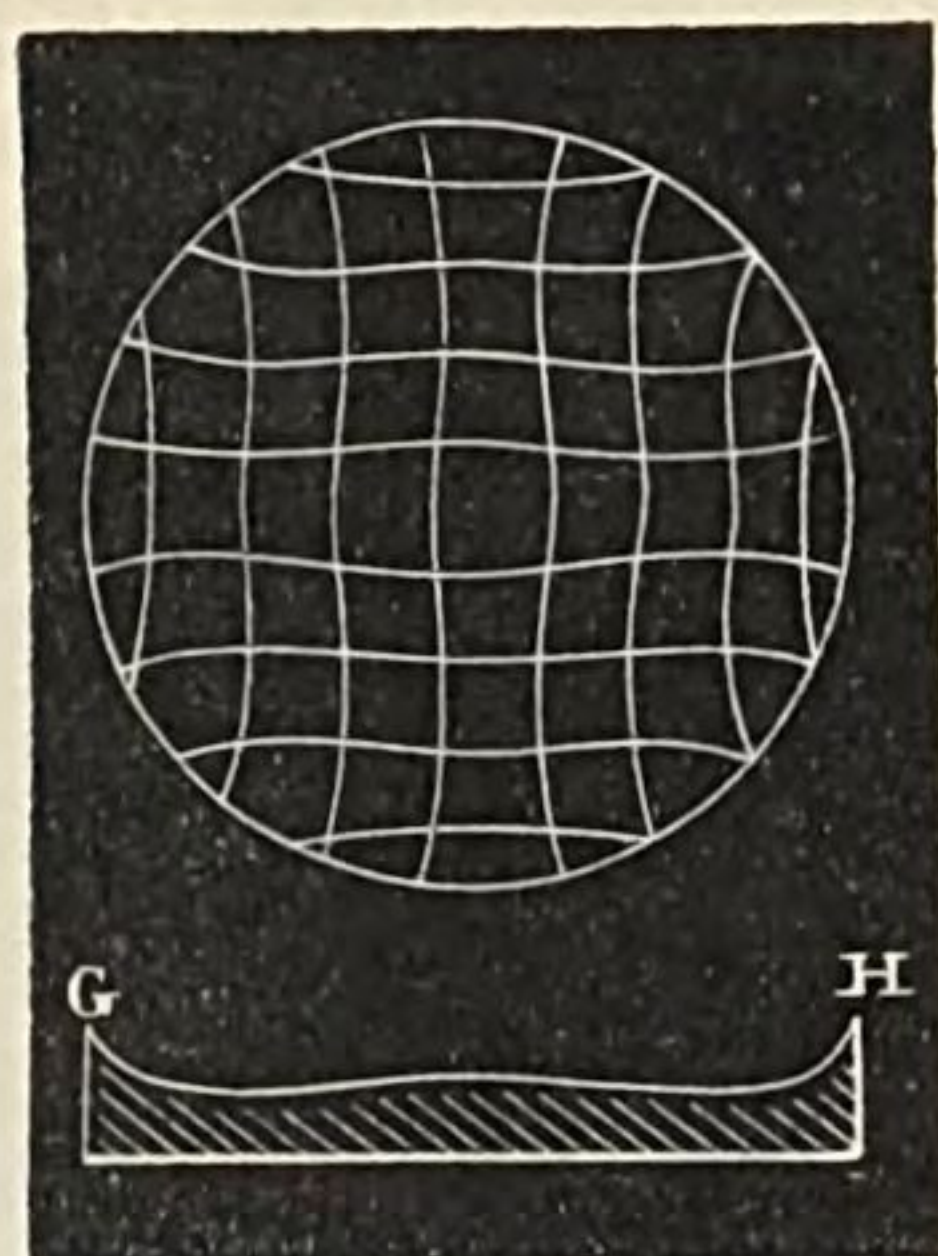


Fig. 235.

Ist der Spiegel dagegen fehlerhaft, so wird das Bild verzerrt sein (Fig. 235), indem die Maschen da vergrössert sind, wo der Krümmungsradius zu gross, und dort verengt, wo er zu klein ist. Die Grösse dieser Deformationen zeigt an, ob der Spiegel nochmals auf das Schleifkissen zurückgebracht werden muss, oder ob er durch die geniale Foucault'sche *Methode der localen Verbesserung* corrigirt werden kann.

Man ändert zu diesem Zweck die Art der Prüfung ab, indem man den leuchtenden Punkt in das Centrum O' (Fig. 236) bringt. Die reflectirten Strahlen werden ein in demselben Punkt gelegenes Bild erzeugen, das man mit dem Schirm DO' verdeckt. Das hinter dem Schirm befindliche Auge darf also durch keinen regelmässig reflectirten Strahl getroffen werden; es muss die Oberfläche durch das diffuse Licht, das auch bei der besten Politur nicht verschwindet, gleichmässig erleuchtet sehen.

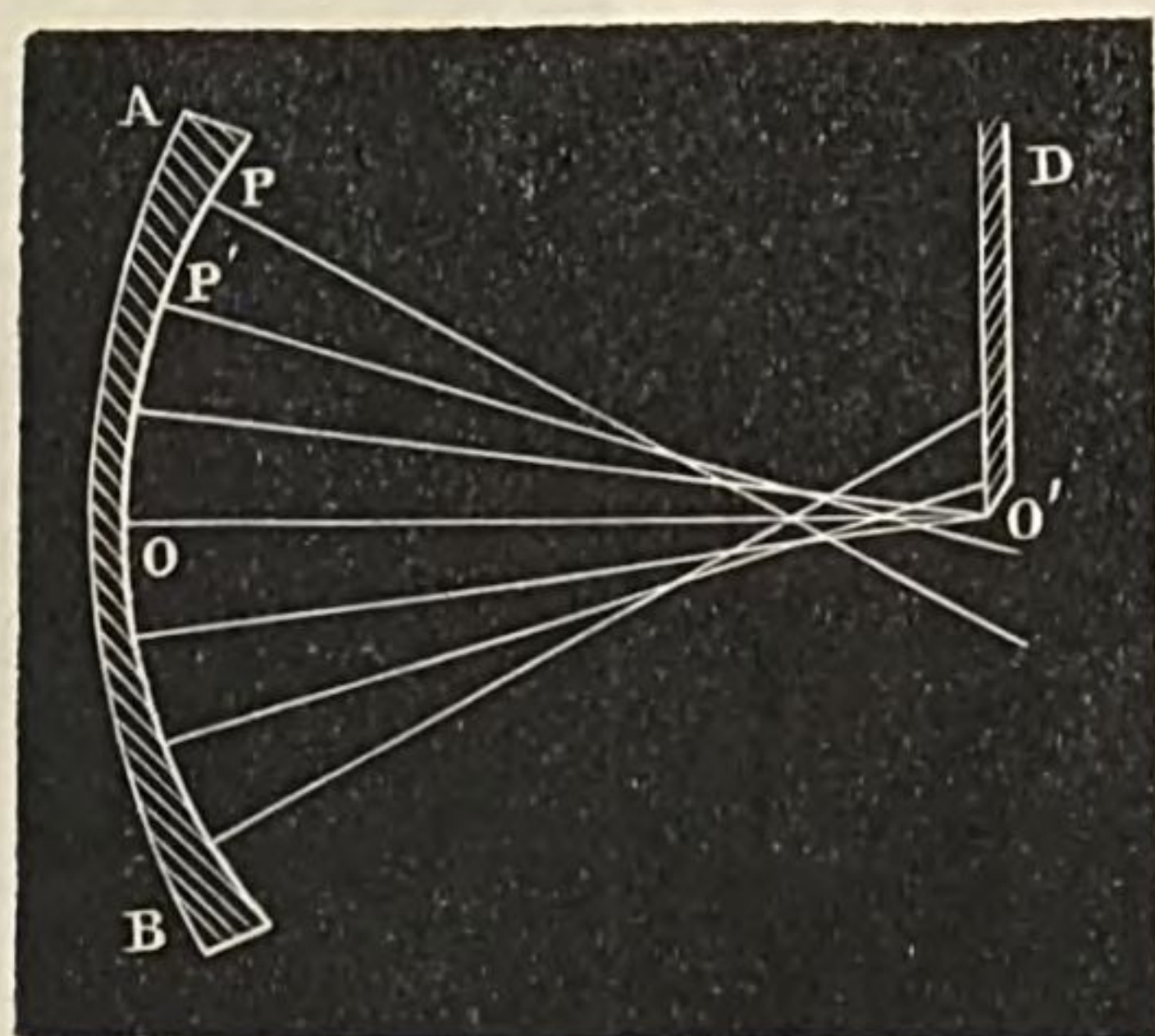


Fig. 236.

Wenn aber gewisse Punkte wie PP' hervortreten, so schneiden die in jenen Punkten zurückgeworfenen Strahlen die Achse zwischen O und O' und gelangen unter dem Schirm vorbei ins

Auge; das Stück PP' erscheint dann heller als die übrigen. Umgekehrt sieht ein zurücktretender Theil des Spiegels dunkler aus.

Nach einer derartigen Untersuchung des Spiegels bearbeitete Foucault von Hand die glänzenden Stellen mit einem mit Englisch Roth bestreuten Polirkissen; darauf unterwarf er den Spiegel einer erneuten optischen Prüfung und setzte die locale Bearbeitung so lange fort, bis der Spiegel gleichmässig hell erschien; er war dann sphärisch.

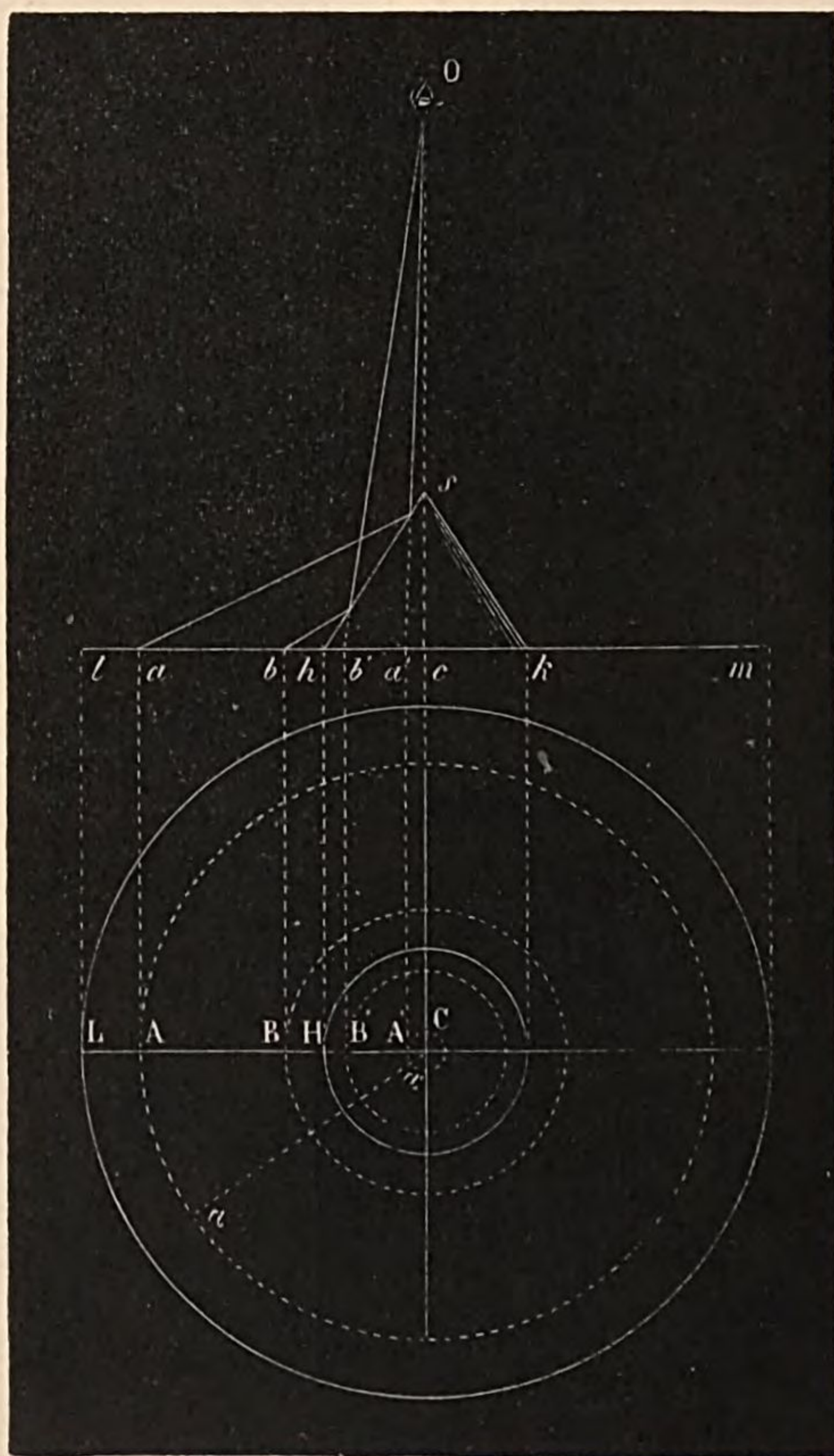


Fig. 237.

Von der Kugel geht man zunächst auf das Ellipsoid über, indem man die Oberfläche, von der Mitte nach dem Rande hin, nach und nach derart modificirt, dass, während der leuchtende Punkt in dem einen Brennpunkt ist, das hinter dem Schirm im zweiten Brennpunkt befindliche Auge die Oberfläche gleichförmig hell sieht. Sodann rückt man die Brennpunkte immer weiter aus-

einander und verlängert somit das Ellipsoid mehr und mehr; wenn die Brennpunkte einige 20 Meter von einander abstehen, so ist man dem Paraboloid schon sehr nahe. Um diese Form zu erreichen, ersetzt man den leuchtenden Punkt durch einen Collimator, der auf den Spiegel ein Bündel paralleler Strahlen wirft; indem man immer dasselbe Verfahren weiter befolgt, und an dem Rand kleine Mengen Substanz entfernt, gelangt man schliesslich zur gewünschten Oberfläche und kann den Spiegel im Teleskop montiren.

421. Cylindrische und conische Spiegel. — Die cylindrischen und die conischen Spiegel erzeugen eigenthümliche Bilder, die man sich durch die im Vorhergehenden behandelten Principien leicht erklären kann. Fast jedes physikalische Cabinet besitzt einen solchen Spiegel mit den zugehörigen *Anamorphosen* (*ἀνά* deutet eine Aenderung an, *μορφή* Form).

Man bezeichnet mit diesem Namen bizarr aussehende Zeichnungen, die indessen nach bestimmten Regeln construirt sind,¹⁾ und die in den Spiegeln regelmässige Bilder liefern. Die Fig. 237 lässt erkennen, wie die von den Punkten ab der Anamorphose ausgehenden Strahlen dem Auge, das sich in einem Punkt O über dem conischen Spiegel shk befindet, in $a'b'$ erscheinen. Von einer in dem Kreise CH ausgeführten Zeichnung bekommt man die Anamorphose in dem Ring HL durch eine sehr einfache Projection, indem alle auf dem Kreise A' gelegenen Punkte ihre Anamorphose auf dem Kreise A haben, dessen Radius sich aus demjenigen von A' durch das Grundgesetz der Reflexion ergibt, wie aus dem oberen Theil der Figur zu erkennen ist; natürlich befindet sich die Anamorphose von α' auf dem Halbmesser $C\alpha'$.

¹⁾ Stevin, *Magia universalis*. Herbipolis (Würzburg); 1657.

Drittes Capitel.

Brechung.

I. Brechungsgesetz.

422. Brechungsgesetz. — *Satz von Descartes.* — Wenn ein Lichtstrahl von einem durchsichtigen Medium in ein anderes übergeht, so findet im Allgemeinen eine *Brechung* oder *Refraction*

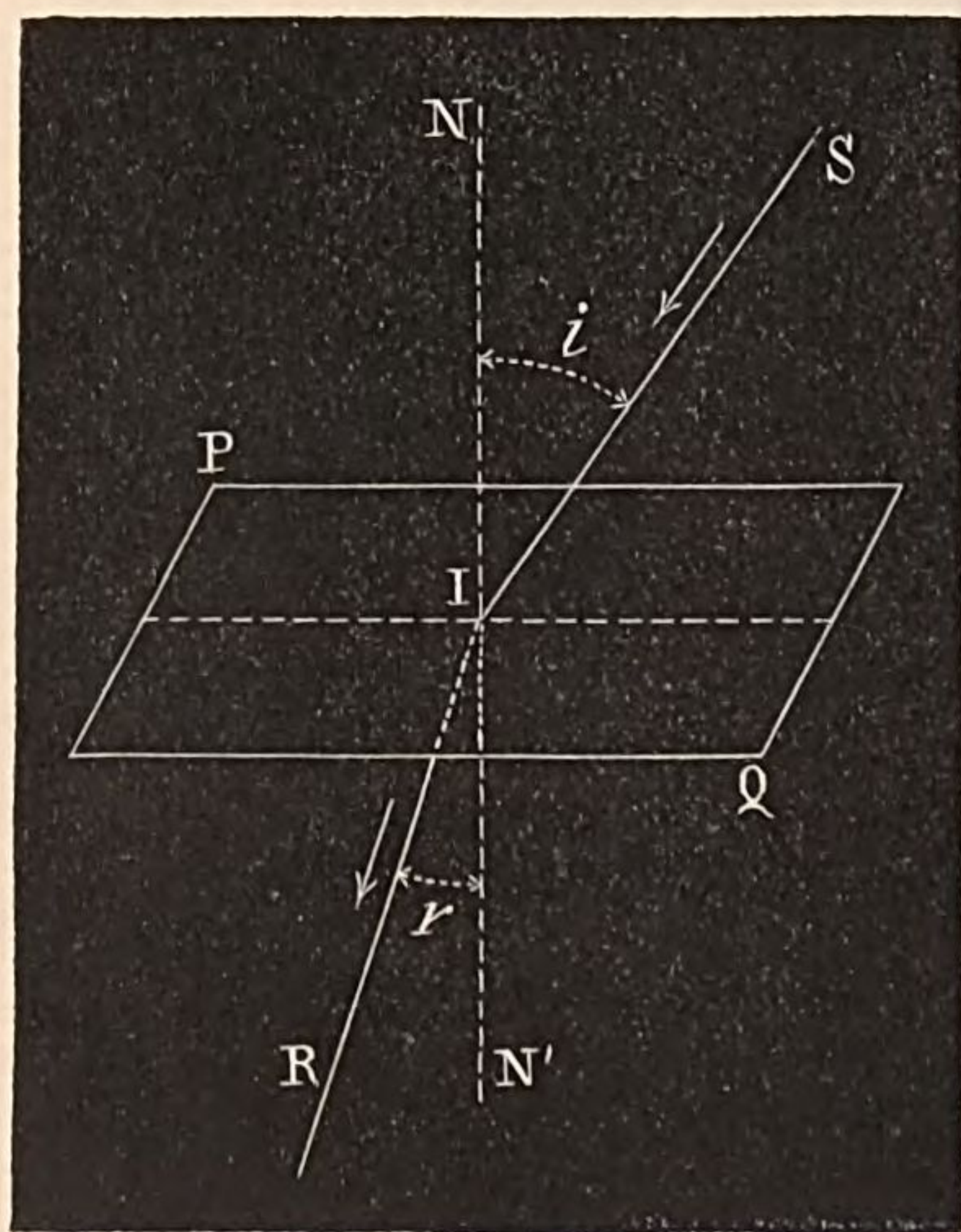


Fig. 238.

statt. Wir nennen auch hier *Einfallsebene* die Ebene *SIN* (Fig. 238), welche durch den einfallenden Strahl *SI* und die Normale in dem auf der Trennungsfläche beider Medien gelegenen Punkt *I* bestimmt ist, *Einfallswinkel* den Winkel *SIN* des einfallenden Strahles *SI* mit dem Einfallslot *IN*, und *Brechungswinkel* den Winkel *N'IR* des gebrochenen Strahles mit der Normale *IN'* im Einfallspunkt. Wenn das neue Medium, in dem sich das Licht fortpflanzt, isotrop ist, so bleibt der gebrochene Strahl in der Einfallsebene und der Quotient aus dem Sinus des Einfallswinkels und dem

Sinus des Brechungswinkels ist eine constante Zahl. Bezeichnen wir diese Constante, den *Brechungsindex* (*Brechungsverhältniss*, *-quotient*, *-coefficient*, *-exponent*), des zweiten Mediums bezogen auf das erste mit *n*, so haben wir

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n.$$

Dieses Gesetz wurde zuerst von Descartes in seiner „Dioptrik“ (*διὰ* hindurch, *ὄπτομαι* sehen) veröffentlicht, die 1637 in Leyden zugleich mit „*Discours de la méthode . .*“, „*les Météores*“ und „*la Géométrie*“ erschien.¹⁾

Fermat'sche Regel. — Fermat hat gezeigt, dass das Licht bei der Brechung wie bei der Reflexion denjenigen Weg einschlägt, den es in der kürzesten Zeit zurücklegen kann.²⁾

Es seien die beiden in zwei verschiedene Medien gelegenen Punkte S und R gegeben (Fig. 239); das Licht bewege sich in diesen Medien mit den Geschwindigkeiten v und v' . Durch ähnliche Ableitungen wie in 412 ergibt sich dann in einfacher Weise, dass der kürzeste Weg aus zwei Geraden SI und IR besteht, die in der auf der ebenen Trennungsfläche AB ³⁾ normalen Ebene enthalten sind, und dass die zum Zurücklegen dieser Strecke nöthige Zeit

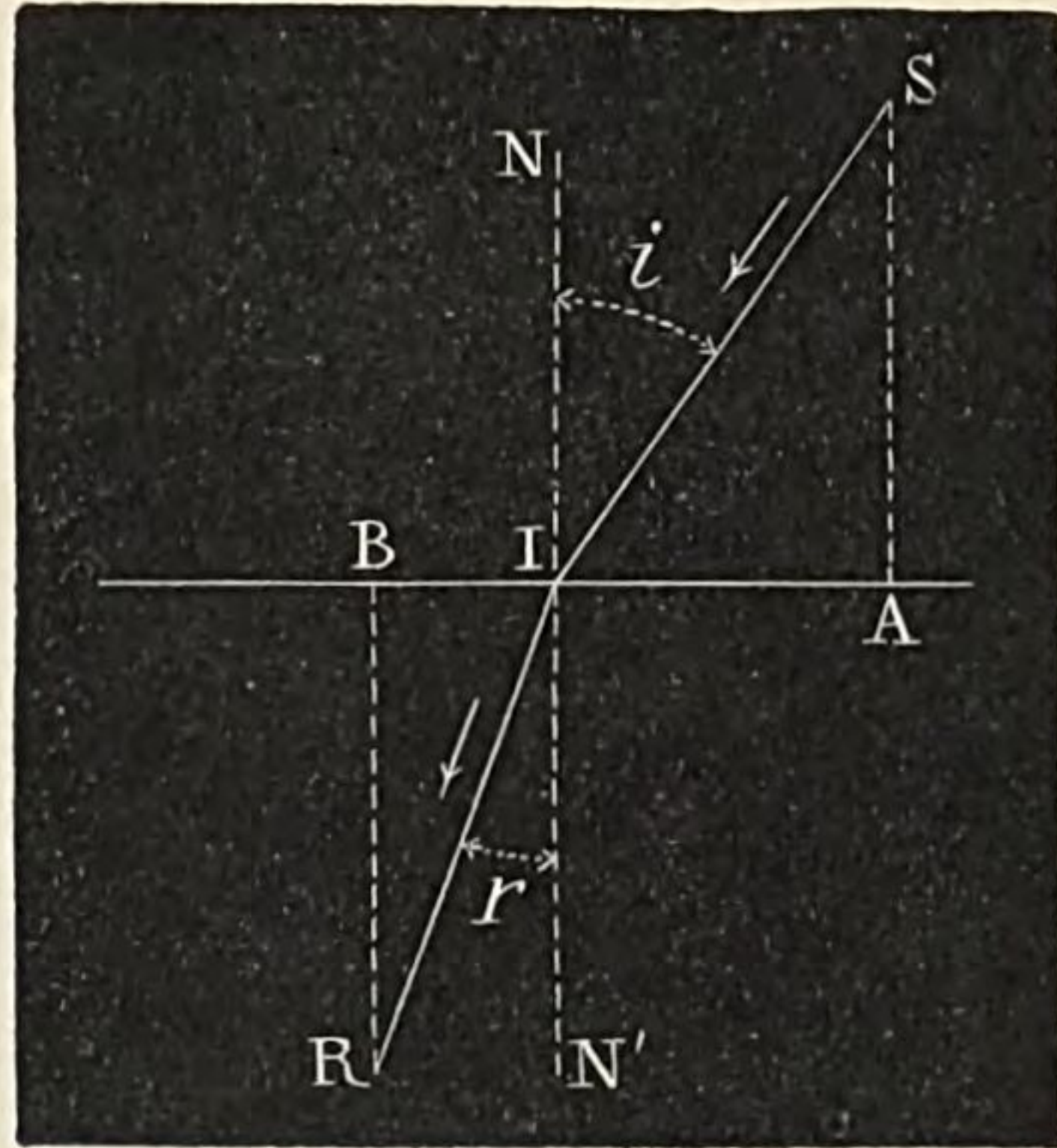


Fig. 239.

¹⁾ Unmittelbar nach dem Tode von Descartes beschuldigten ihn Isaac Voss und Huyghens, er habe das Gesetz aus einem niemals veröffentlichten Manuscript von Snell in Leyden entlehnt, welcher es mehrere Jahre früher, wenn auch nicht ganz so klar, ausgesprochen hätte. Diese Anschuldigung fand ohne irgendwelche Beweise Glauben und wurde durch die Feinde von Descartes weiter verbreitet, so dass dann das Plagiat feststand. (Poggendorff, Geschichte der Physik S. 311; Leipzig 1879.) Indessen hat Kramer vor einiger Zeit sich wieder mit der Angelegenheit beschäftigt. (Zeitschrift für Math. u. Phys. 27, Anhang; 1882); seine sehr unparteiische Kritik zeigt aber nur, wie schwierig die Geschichte der Wissenschaft wird, wenn man von der Regel abweicht, eine Entdeckung dem zuzuschreiben, der sie zuerst veröffentlicht hat. Voss behauptete, Snell habe das Gesetz 1621 gefunden, aber erst 1634 hätte es der Professor Honorius bekannt gemacht. Andererseits war Descartes sicher mehr als zehn Jahre vor der Veröffentlichung seines Buches im Besitz des Gesetzes; denn im Jahre 1627 beschäftigte er sich mit dioptrischen Fragen, die die Kenntniss desselben voraussetzten. Es ist somit sehr schwer, sich für einen der beiden Gelehrten zu entscheiden, die zweifellos jeder auf seinem eigenen Weg ungefähr zu derselben Zeit das Ziel erreicht haben.

²⁾ Fermat, Litterae ad P. Mersennum contra Dioptricam Cartesianam; Paris 1667.

³⁾ Wenn die Trennungsfläche gekrümmt ist, gilt dieselbe Bemerkung wie bei der Reflexion.

$$\frac{SI}{v} + \frac{IR}{v'}$$

ein Minimum ist, wenn

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v}{v'},$$

das heisst, wenn in Übereinstimmung mit dem Gesetz von Descartes die Sinus des Einfallswinkels und des Brechungswinkels in einem constanten Verhältniss stehen; dieses Verhältniss wäre nichts anderes als der Quotient der Lichtgeschwindigkeiten in den beiden Medien.

Theoretische Bedeutung des Brechungsquotienten. — Die Wellentheorie wird uns in der That das bemerkenswerthe Ergebniss liefern, dass das Brechungsverhältniss gleich ist

$$n = \frac{v}{v'}.$$

Das absolute Brechungsverhältniss, nämlich der Quotient N , bezogen auf den leeren Raum, in welchem die Lichtgeschwindigkeit V sein möge, ist folglich gleich dem auf Luft bezogenen Brechungsindex, multiplicirt mit dem absoluten Brechungsquotienten der Luft $\nu = 1,000292$. Bezeichnen wir nämlich mit v und v' die Lichtgeschwindigkeiten in Luft und in dem anderen Medium, so ist

$$N = \frac{V}{v'}, \quad n = \frac{v}{v'}, \quad \nu = \frac{V}{v},$$

also

$$N = n\nu$$

und

$$n = \frac{N}{\nu}.$$

Ganz allgemein ist der Berechnungsquotient eines Mediums 2 in Bezug auf ein Medium 1 gleich dem Verhältniss der absoluten Brechungsquotienten dieser beiden Medien, oder auch gleich dem Verhältniss der Quotienten dieser beiden Medien in Bezug auf dasselbe dritte:

$$n = \frac{N_2}{N_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Diese Theorie benutzte Huyghens¹⁾ zur Construction des gebrochenen Strahls bei gegebenem Einfallswinkel.

¹⁾ Huyghens, *Traité de la lumière*; Leyden 1690.

Es sei SI (Fig. 240) der auf die Trennungsebene MM' zweier isotroper Medien, z. B. von Luft und Wasser, auftreffende Strahl. Um den Punkt I als Centrum beschreiben wir in der Einfallsebene SIN zwei Kreise, den einen, A , mit dem Radius 1, den anderen, R , mit dem Halbmesser $\frac{1}{n}$, wo n der Brechungsquotient von Wasser gegen Luft ist.¹⁾ Sodann verlängern wir den einfallenden Strahl SI bis zum Schnittpunkt A mit dem Kreis von dem Radius 1 und ziehen in diesem Punkt die Tangente an den Kreis; sie

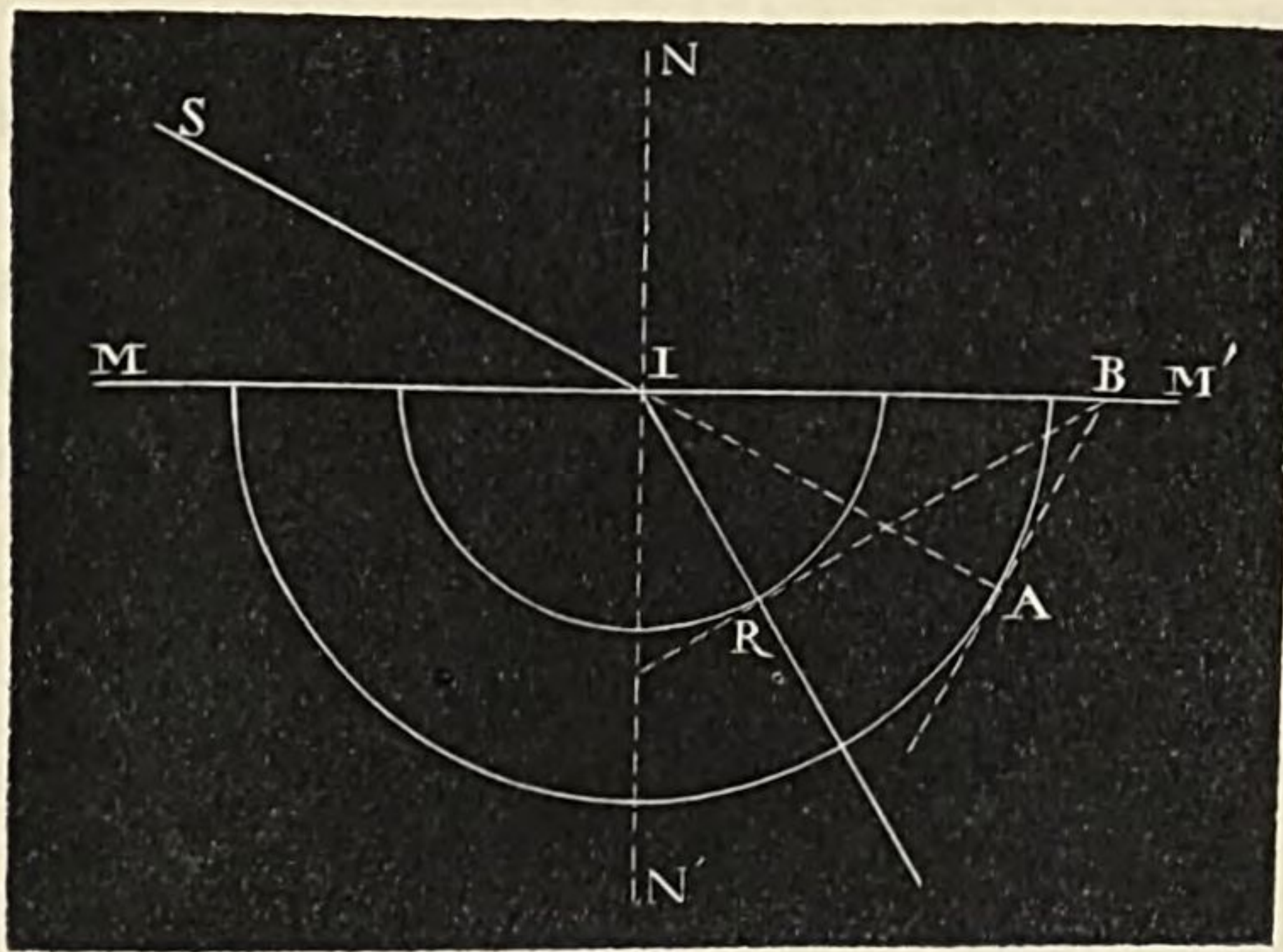


Fig. 240.

schneidet die Trennungsfläche MM' in B . Durch den Punkt B legen wir ferner die Tangente BR an den Kreis mit dem Radius $\frac{1}{n}$; dann ist IR der gebrochene Strahl.

Die Dreiecke IBA und IBR , deren bei B gelegene Winkel gleich den Winkeln i und $N'IR$ sind, liefern nämlich die Beziehungen

$$\sin i = \frac{1}{IB} \quad \sin N'IR = \frac{1}{n IB},$$

also

$$\sin i = n \sin N'IR,$$

folglich

$$N'IR = r.$$

Experimentelle Bestätigungen. — a) *Ptolemäus.* Die Brechung

¹⁾ Für Huyghens stellten diese beiden Kreise die Spuren dar, die die einfallende und gebrochene Welle in dem gleichen Augenblick in der Ebene der Zeichnung markiren.

von Lichtstrahlen an der Grenzfläche zweier Medien fiel schon den ältesten Beobachtern auf. Ptolemäus, der im Jahre 147 n. Chr. in Alexandria starb, beschreibt in seiner „Optik“¹⁾ den Versuch mit einem Geldstück, das auf dem Boden eines Gefässes liegend dem Auge durch die Gefässränder verdeckt ist, aber sichtbar wird, sowie man das Gefäss mit Wasser füllt. Er berichtet ferner von Winkelmessungen, die er an Lichtstrahlen beim Übergang aus Luft in Wasser, aus Luft in Glas (oder aus Glas in Luft) und aus Glas in Wasser vornahm. Sein Verfahren wird noch heutzutage bei Vorlesungsversuchen zum Nachweis des Brechungsgesetzes benutzt.

Um zum Beispiel die Einfallswinkel und Brechungswinkel beim Übergang des Lichts von Luft in Wasser zu messen, tauchte er die untere Hälfte eines getheilten Kreises in Wasser; das Centrum des Kreises war durch eine kleine farbige Kugel bezeichnet, und auf seinem Umfang befestigte er zwei andere kleine Kugeln, die eine in der Luft, die andere im Wasser, derart, dass die drei Kugeln in einer geraden Linie zu liegen schienen.

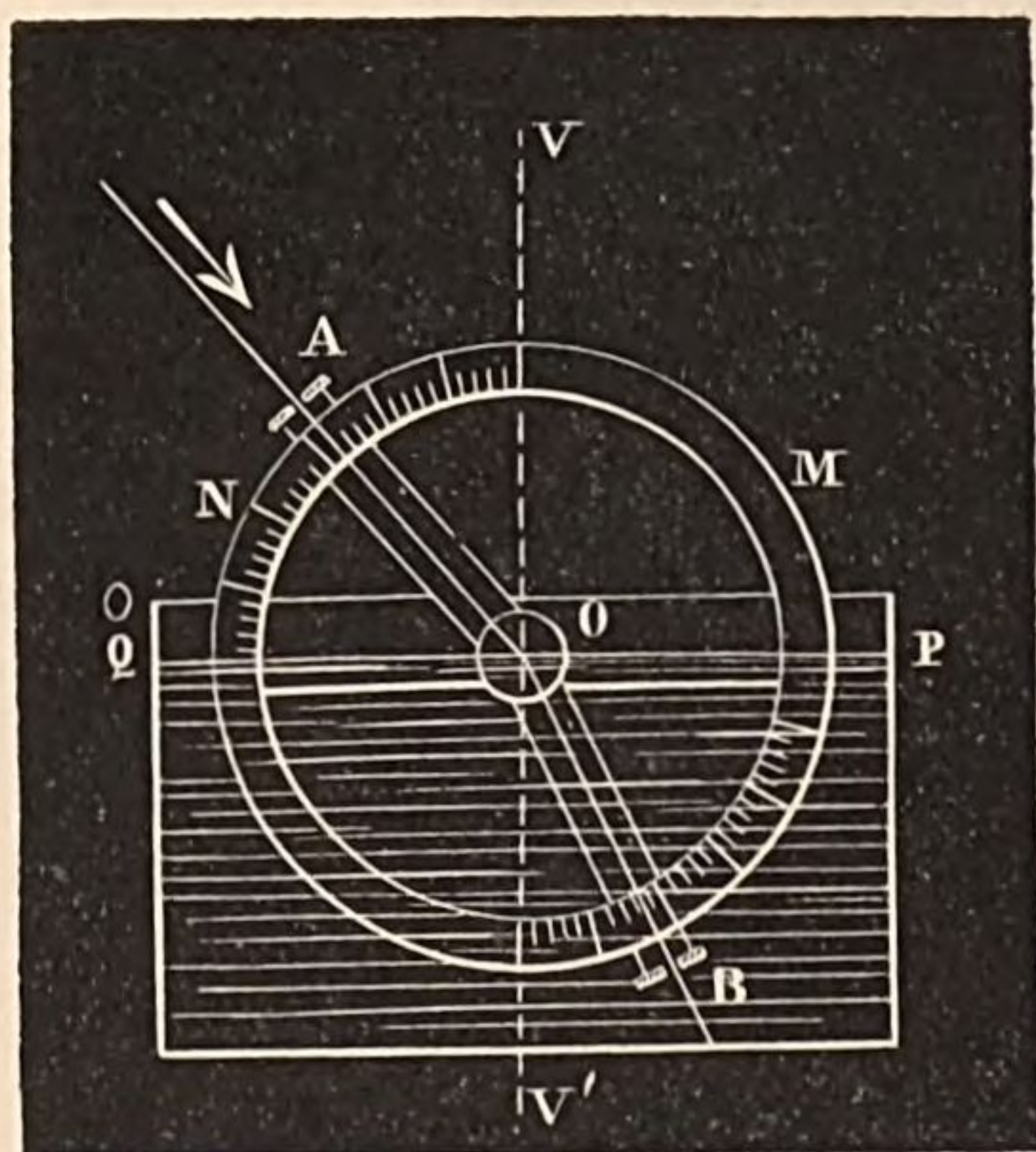


Fig. 241.

Dann nahm er den getheilten Kreis aus dem Wasser heraus und bedeckte die untere Hälfte mit einem Halbcylinder aus Glas. Ein Lichtbündel, das in der Richtung eines Halbmessers des Theilkreises auf die gekrümmte Oberfläche des Halbcylinders auftrifft, erfährt, da es stets senkrecht zu der letzteren gerichtet ist, beim Eintritt von der Luft in das Glas keine Ablenkung; es wird erst gebrochen, wenn es die ebene Trennungsfläche Glas / Luft durchsetzt. Man hatte es so nur mit einer einzigen Brechung zu thun, die man wie vorher studirte.

Schliesslich setzte Ptolemäus die ebene Fläche des Glaskörpers auf die Oberfläche des Wassers und mass den Einfallswinkel im Glas und den Brechungswinkel im Wasser.

Es ging übrigens aus allen seinen Versuchen hervor, dass der gebrochene Strahl in der Einfallsebene blieb.

¹⁾ Delambre gab in der *Connaissance des temps pour 1816* einen eingehenden Auszug dieses bemerkenswerthen Buches, das man früher nur aus Citaten kannte, während damals gerade eine lateinische Übersetzung aus dem Arabischen aufgefunden worden war.

Alhazen¹⁾ (gestorben zu Kairo im Jahre 1038), dessen Optik nach der von Ptolemäus zunächst zu erwähnen ist, nahm die Messungen mit einem vollkommeneren Instrument (Fig. 241) wieder auf, ohne indessen die Wissenschaft mit neuen Ergebnissen zu bereichern.

Fig. 242 stellt den von Silbermann construirten Apparat dar; er besteht aus einem cylindrischen Glasgefäß, das man bis zu seinem horizontalen Durchmesser mit Wasser füllt. Auch hier hat man es nur mit einer einzigen Brechung des Lichtes zu thun.

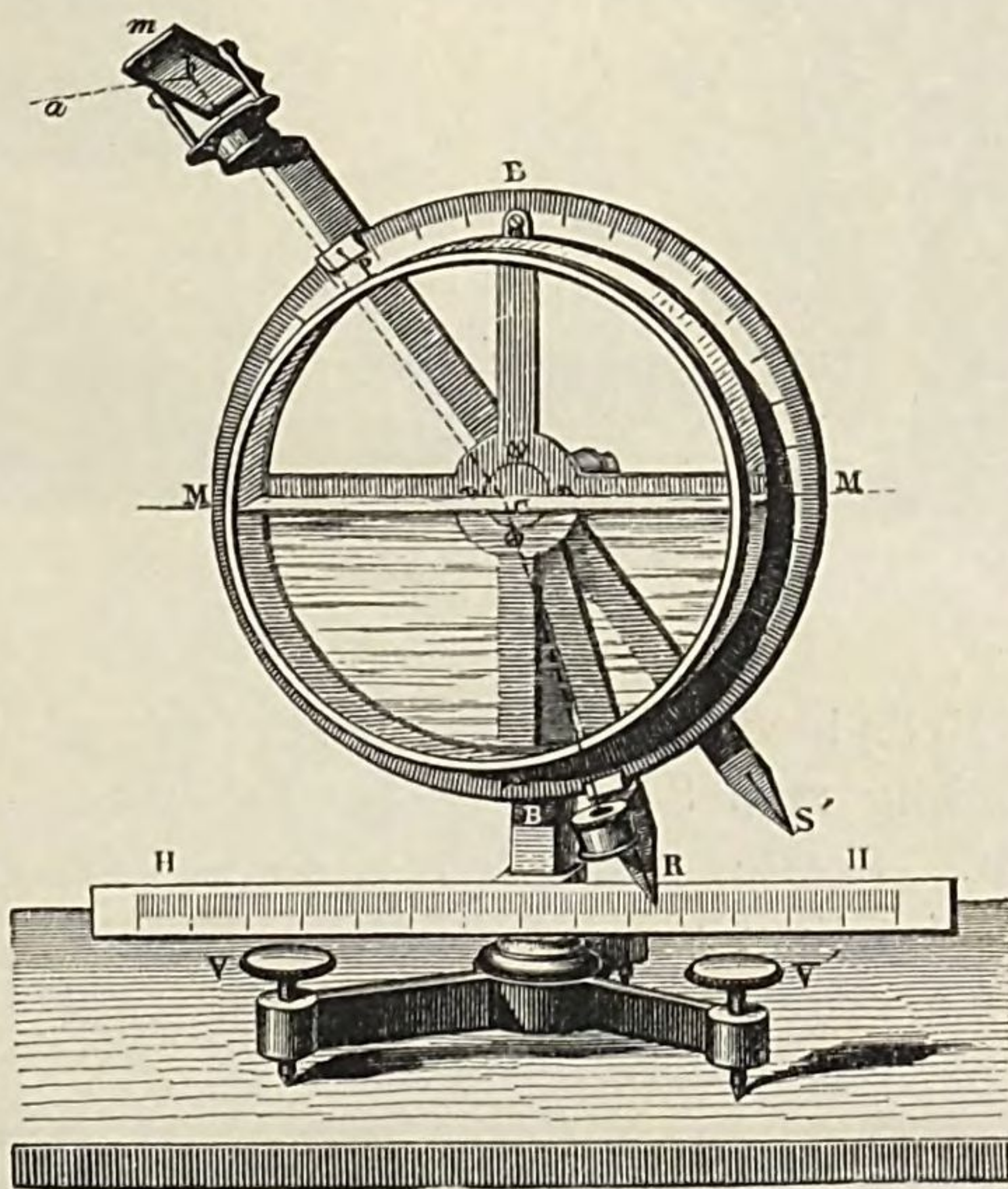


Fig. 242.

Zwei Alhidaden, die in die Richtung des einfallenden und die des gebrochenen Strahles²⁾ gestellt werden, gestatten auf dem Theilkreis die Winkel abzulesen oder ihre Sinus, wenn man das Lineal HH' durch Verstellen in der Höhe mit den Indices R und S' zur Deckung bringt. Die Strahlen lassen sich in beiden Medien auf grössere Entfernung hin durch suspendirten Staub sichtbar machen,

¹⁾ Über das Leben und die Arbeiten von Alhazen vgl. E. Wiedemann, Pogg. Ann. 159, 656 und Wied. Ann. 1, 480 und 7, 680; 1876—1879.

²⁾ Um sich dieser Richtung zu vergewissern, bringt man auf die Flüssigkeits-Oberfläche geschwärztes Papier, das gerade vor dem Mittelpunkt des Kreises ein kleines Loch hat.

oder noch besser in der Luft durch Rauch und in dem Wasser durch schwefelsaures (in Schwefelsäure gelöstes) Chinin.

b) *Kepler*. — Kepler wandte eine sinnreiche Methode an, bei der es sich ebenfalls nur um eine Brechung handelt. Hinter einem undurchsichtigen Schirm $MNPQ$ (Fig. 243), stellte er ein

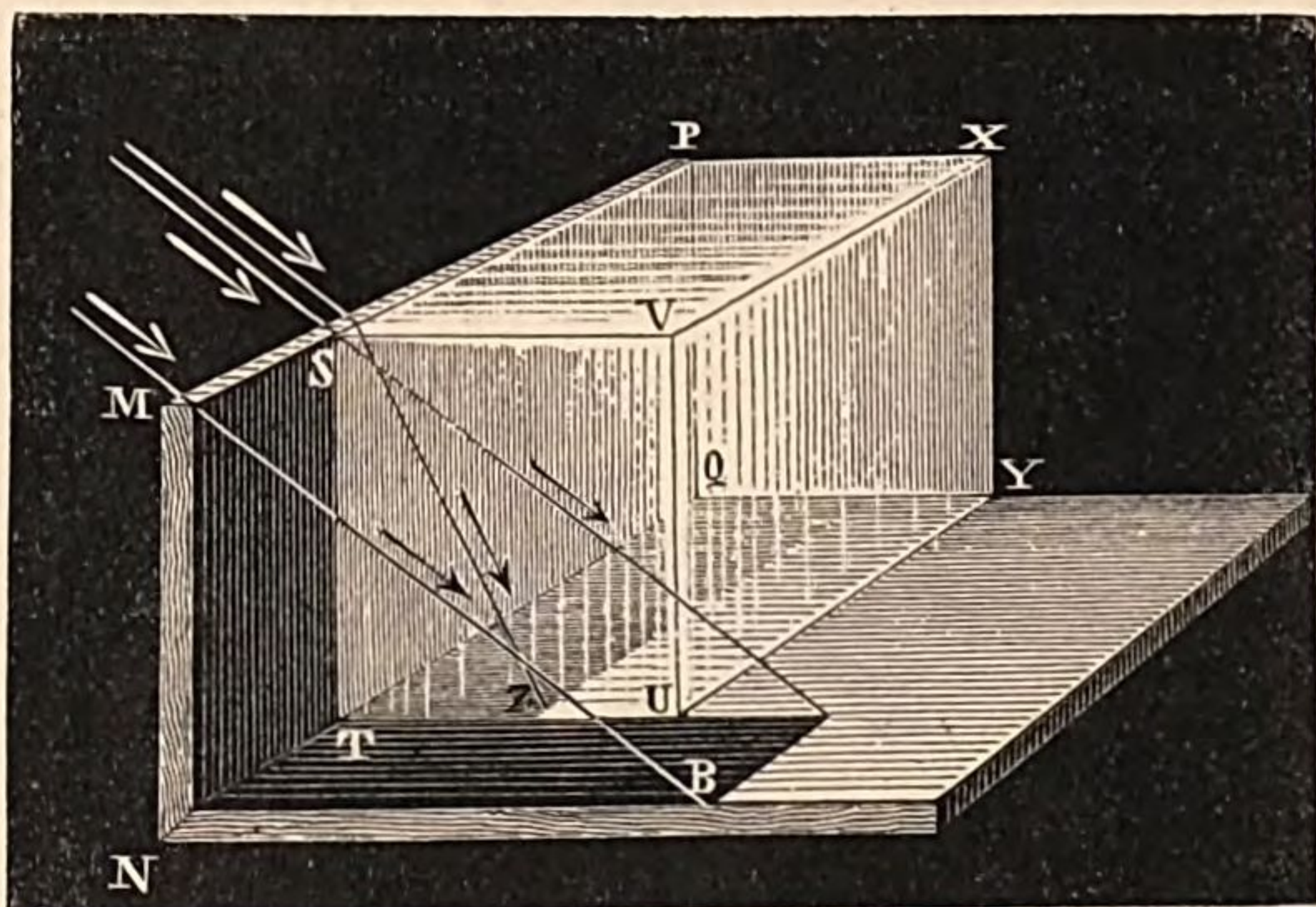


Fig. 243.

gläsernes Parallelepiped $PQSTUVXY$ von der gleichen Höhe auf einem rechtwinklig zum Schirm befestigten, weiss angestrichenen Brett NY auf. Setzte man den Apparat den Sonnenstrahlen aus, so dass dieselben rechtwinklig zur Kante MP des Schirms auffielen, so markirten sich auf dem Brett zwei Schatten, deren

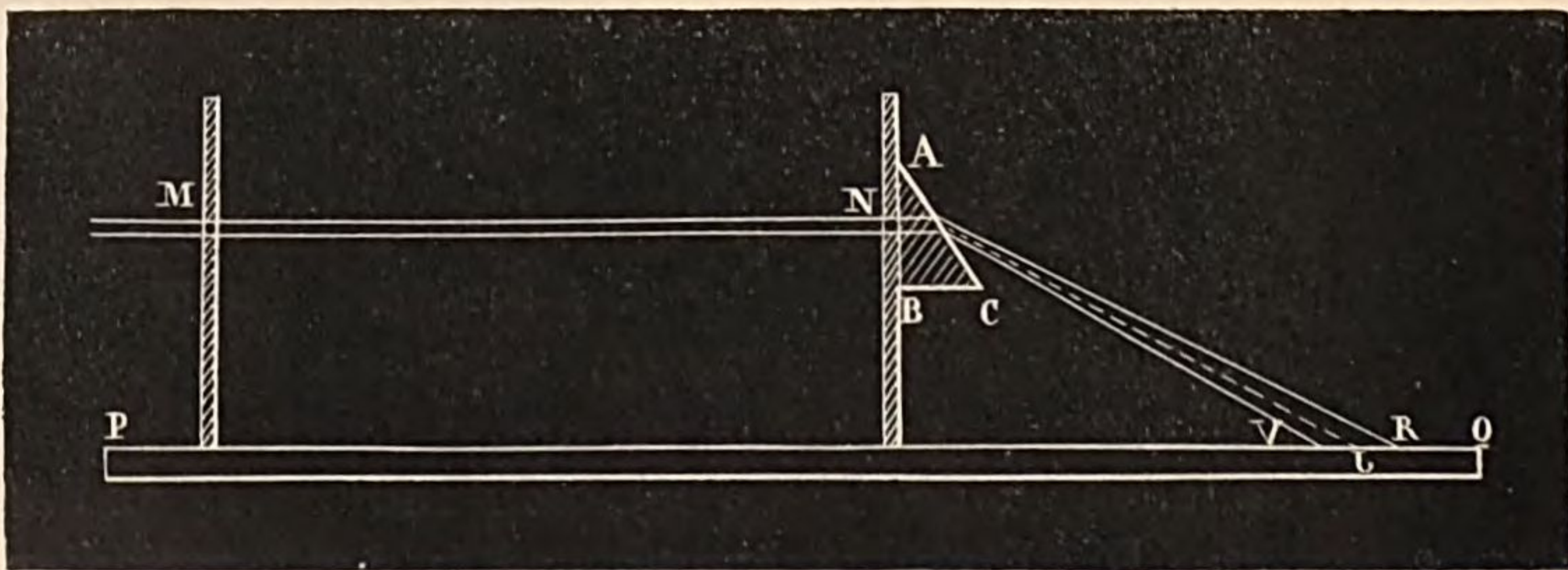


Fig. 244

einer TB von den Strahlen herrührte, die ihren Weg in der Luft fortgesetzt hatten; der andere QZ wurde von dem in das Glas gebrochenen Licht erzeugt. Die Länge dieser Schatten definirte in Verbindung mit der Höhe des Schirms die Winkel i und r , und indem man zu verschiedenen Tageszeiten beobachtete, liess sich die Erscheinung in ziemlich weiten Grenzen verfolgen. Kepler fand

indessen so nicht das genaue Gesetz; er erkannte nur, dass man für kleine Winkel die Beziehung hat

$$i = nr.$$

c) *Descartes*. — Descartes liess ein dünnes Bündel Lichtstrahlen senkrecht auf die Fläche AB des Glasprismas BAC (Fig. 244) fallen. Das Bündel wurde beim Austritt aus dem Prisma gebrochen und erzeugte auf der Fläche PQ einen Lichtfleck VR . Aus den Versuchsdaten liessen sich der Einfallswinkel und der Brechungswinkel leicht ableiten, die Descartes dadurch variierte, dass er den Prismenwinkel abänderte.

d) *Newton*. — Wir wollen noch das Verfahren von Newton kurz erwähnen, das durch Fig. 245 erläutert wird. Man giebt dem

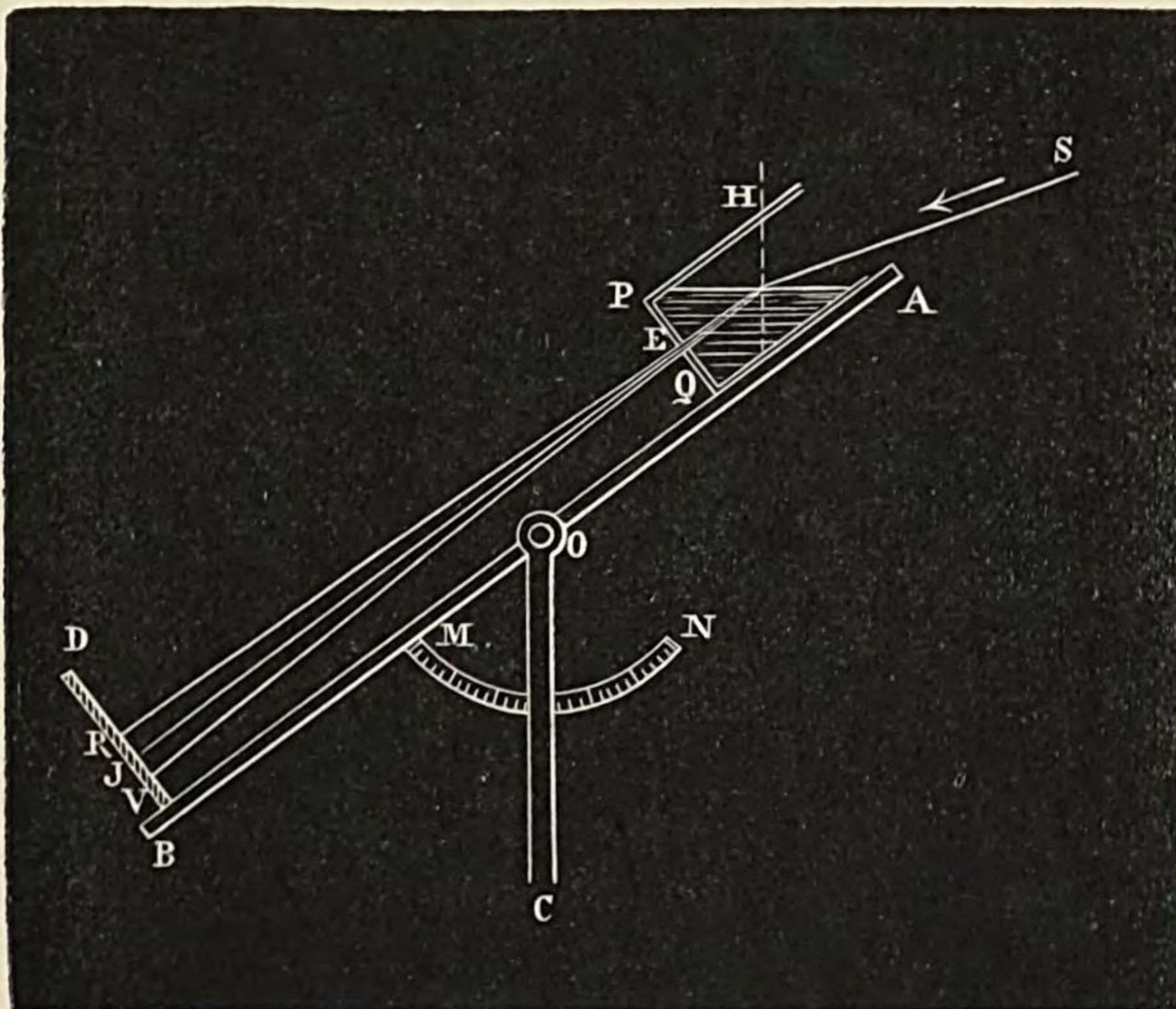


Fig. 245.

Apparat eine solche Neigung, dass das beim Eintreten in das Flüssigkeitsprisma APQ abgelenkte Lichtbündel senkrecht zur Fläche PQ austritt. Der dem Winkel MOC gleiche Brechungswinkel kann an dem Quadranten MN unmittelbar abgelesen werden. Den Einfallswinkel erhält man, indem man die Messung nach Entfernung der Flüssigkeit wiederholt.

Die beschriebenen Methoden liefern offenbar nur annähernd richtige Resultate und es wäre unnütz, sie verfeinern zu wollen. Das Licht wird nämlich bei seinem Uebergang von einem Medium in das andere nicht nur abgelenkt, sondern auch in verschiedene

Farben zerlegt, die sich vom Roth bis zum Violett neben einander reihen.

Diese — *Dispersion* genannte — Erscheinung werden wir später eingehend studiren, und wir werden dann sehen, dass jeder der farbigen Strahlen das Gesetz von Descartes mit einem bestimmten Brechungsindex genau erfüllt.

Princip von der Reciprocität der Strahlen. Aus den Versuchen ergibt sich ferner auch das Princip von der Reciprocität der Strahlen;¹⁾ dieses Princip, dem wir schon bei den Erscheinungen der Reflexion begegnet sind, ist ganz allgemein gültig und lässt sich so aussprechen:

Der von einem Lichtstrahl zurückgelegte Weg ist unabhängig von der Richtung, in welcher sich das Licht in dem Strahl fortpflanzt.

Für unsere jetzigen Zwecke wollen wir aus diesem Princip nur den Schluss ziehen, dass man mit Hülfe der oben beschriebenen Apparate folgenden Satz beweisen kann:

Ist n der Brechungsquotient eines Körpers A in Bezug auf einen Körper B , so ist der Brechungsquotient von B bezogen auf A gleich $\frac{1}{n}$.

Es ist dies offenbar eine unmittelbare Consequenz des angegebenen Princip. Denn wenn das Licht denselben Weg auch rückwärts durchläuft, so ist r der Einfallswinkel, i der Brechungswinkel und es ergibt sich

$$\sin r = \frac{1}{n} \sin i.$$

Folgerungen aus dem Brechungsgesetz. — Wir wollen nunmehr die Folgerungen studiren, die aus dem Brechungsgesetz

$$\sin i = n \sin r$$

gezogen werden können.

Es sei zunächst $n > 1$. In diesem Fall, der z. B. vorhanden ist, wenn das Licht von Luft in Wasser ($n = \frac{4}{3}$) oder in Glas ($n = \frac{3}{2}$) übertritt, nennt man das zweite Medium *optisch dichter* als das erste.

Da also $\sin r$ immer kleiner sein muss als $\sin i$ (denn i und r sind beide kleiner als 90°), so ist auch der Winkel r stets kleiner als der Winkel i ; der gebrochene Strahl nähert sich also dem in der Trennungsfläche beider Medien errichteten Loth.

¹⁾ Schon Ptolemäus hatte für den einfallenden und den gebrochenen Strahl das Bestehen der Reciprocität beobachtet.

Wenn der Einfallswinkel wächst, nimmt der Brechungswinkel r weniger rasch zu als der Winkel i ; denn

$$dr = di \frac{\cos i}{n \cos r}.$$

Nach der Voraussetzung ist aber $n > 1$ und somit auch $\cos r > \cos i$, folglich $dr < di$. Die Ablenkung $D = i - r$ nimmt also mit wachsendem i zu.¹⁾

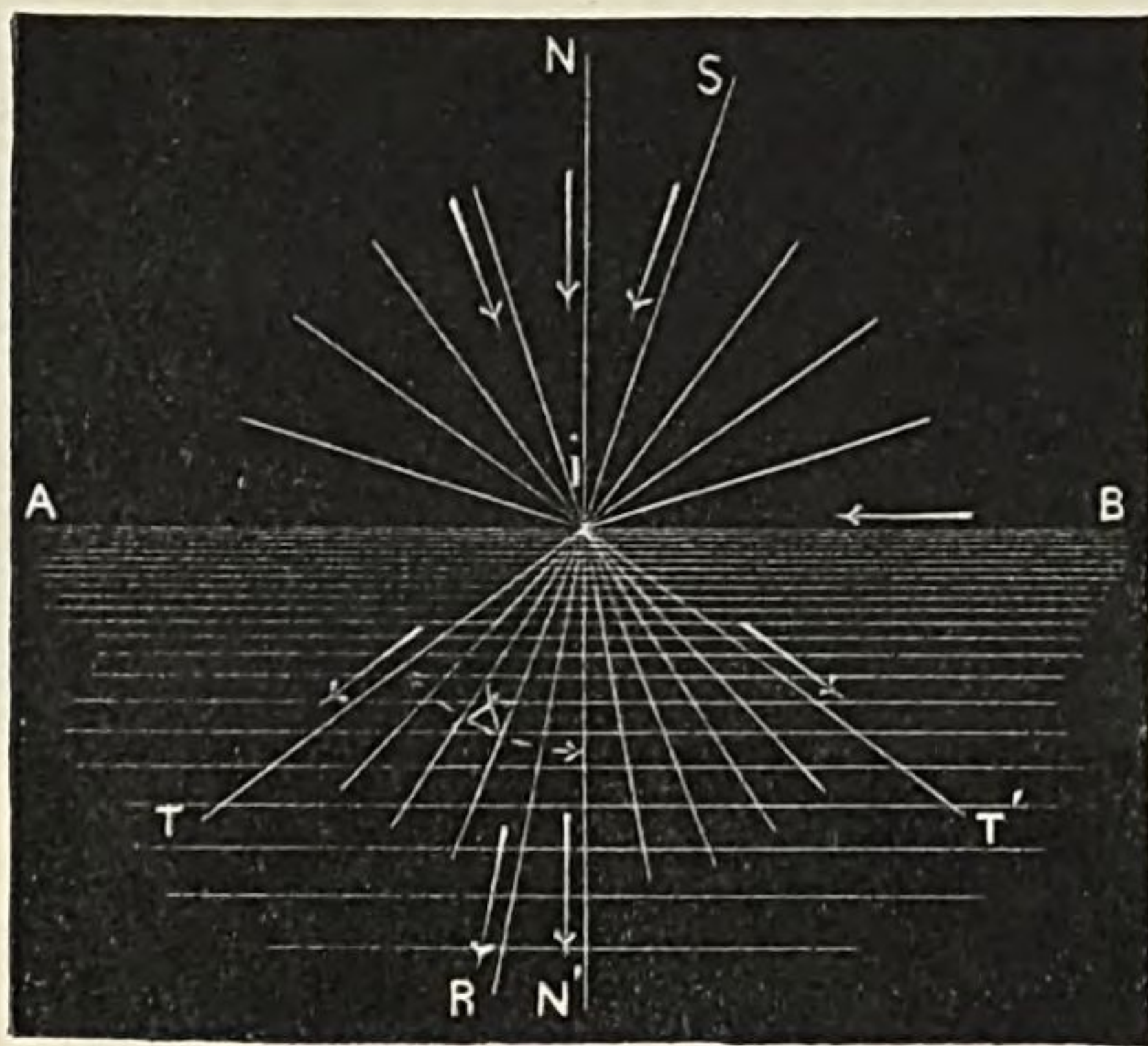


Fig. 246.

Für $i=90^\circ$ erreicht der Winkel r einen durch die Beziehung

$$\sin \lambda = \frac{1}{n}$$

definirten Grenzwert λ (Fig. 246).

Der Grenzwinkel λ beträgt für Wasser etwa 48° und für Glas 42° .

¹⁾ Man hat übrigens

$$\begin{aligned}\sin D &= \sin i \cos r - \sin r \cos i, \\ &= \sin i \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}} - \frac{\sin i}{n} \sqrt{1 - \sin^2 i}, \\ &= \frac{\sin i}{n} \left(\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \sqrt{1 - \sin^2 i} \right),\end{aligned}$$

ein Ausdruck, der für $i=0$ ebenfalls gleich Null ist und für $i=90^\circ$ seinen grössten Werth $\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}$ erreicht.

Fenster auf seiner ganzen Oberfläche recht gleichmässig beleuchtet ist.

Es lässt sich dann kein Unterschied in der Helligkeit der

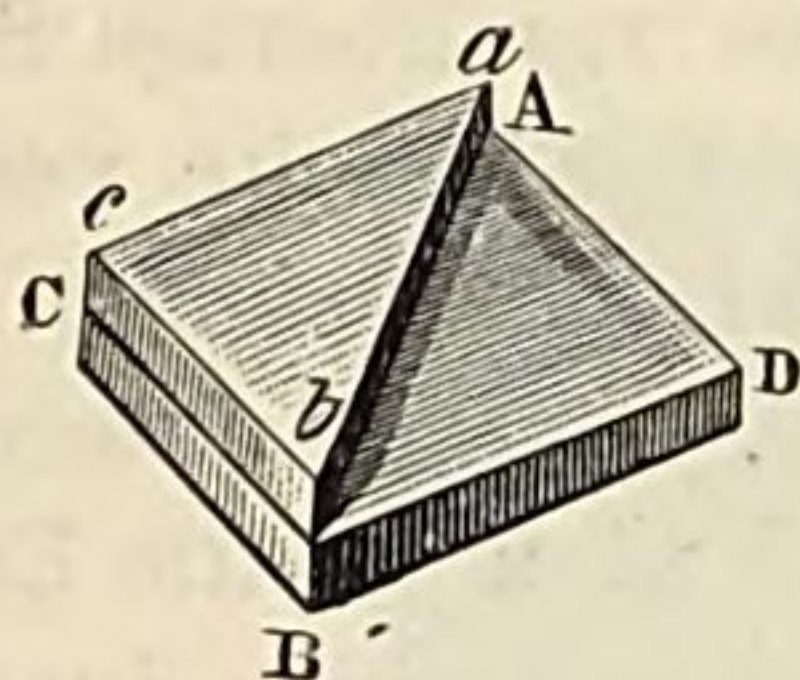


Fig. 249.

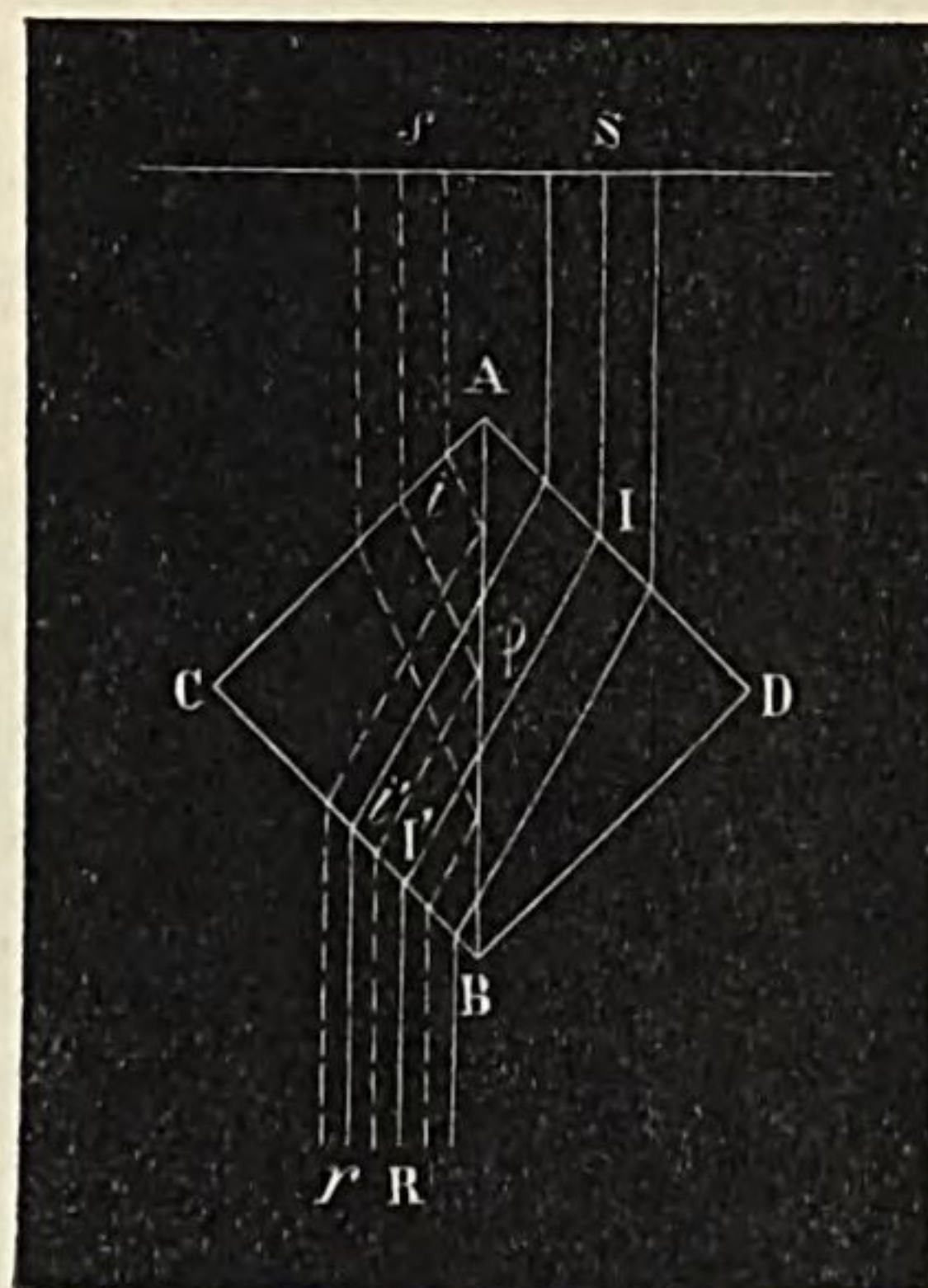


Fig. 250.

beiden Lichtbündel SR und sr (Fig. 250) beobachten; das eine dieser Bündel hat aber das Parallelepiped einfach durchsetzt, indem es beim Eintritt in I und beim Austritt in I' gebrochen

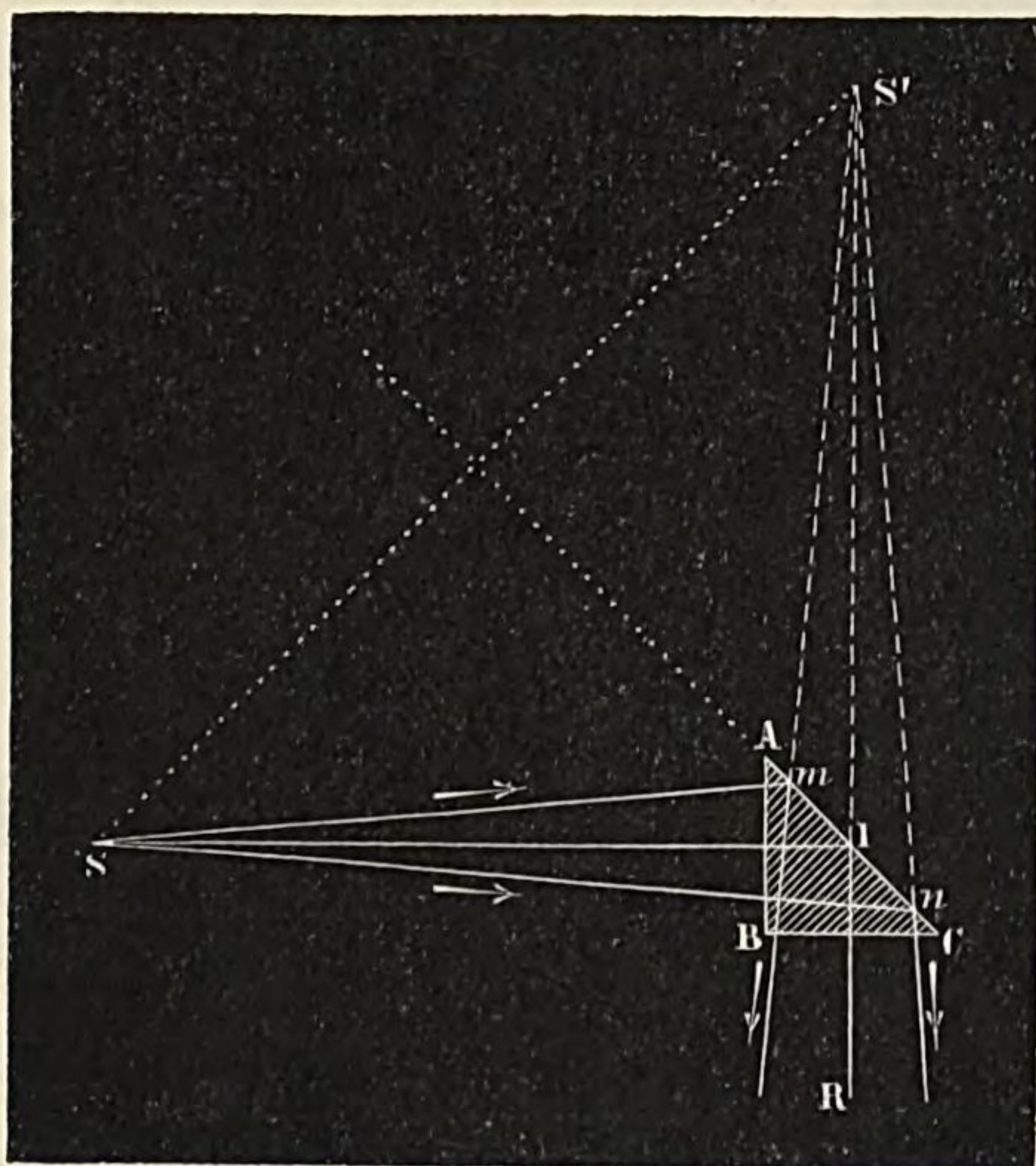


Fig. 251

wurde, während das zweite Bündel bei seinem Durchgang durch das Prisma ausserdem noch eine Reflexion ρ erfahren hat, die folglich ohne merkliche Einbusse an Intensität erfolgt ist.

Totalreflectirendes Prisma. — Der Grenzwinkel für gewöhnliches Glas mit dem Brechungsexponenten 1,5 liegt, wie wir gesehen haben, nahe bei 42° ; ein Prisma, dessen Basis ein rechtwinkliges, gleichschenkliges Dreieck ist, wird also Lichtstrahlen, die senkrecht oder nahezu senkrecht auf eine seiner Seitenflächen fallen, total reflectiren.¹⁾ Um ein Lichtbündel mit nahezu parallelen Strahlen in einem rechten Winkel zu reflectiren, ist ein totalreflectirendes Prisma einem auf der Rückseite versilberten Spiegel, der zwei Bilder erzeugt oder einem auf der Vorderseite versilberten, der Beschädigungen leicht ausgesetzt ist, vorzuziehen.

Leuchtende Fontainen (fontaines lumineuses). — Eine interessante Anwendung der Erscheinung der totalen Reflexion ist die Erleuchtung eines Flüssigkeitsstrahls durch ein in den Strahl gesandtes Lichtbündel.²⁾ Die Lichtstrahlen können nicht aus dem Strahl austreten und erleuchten ihn so in seiner ganzen Ausdehnung.

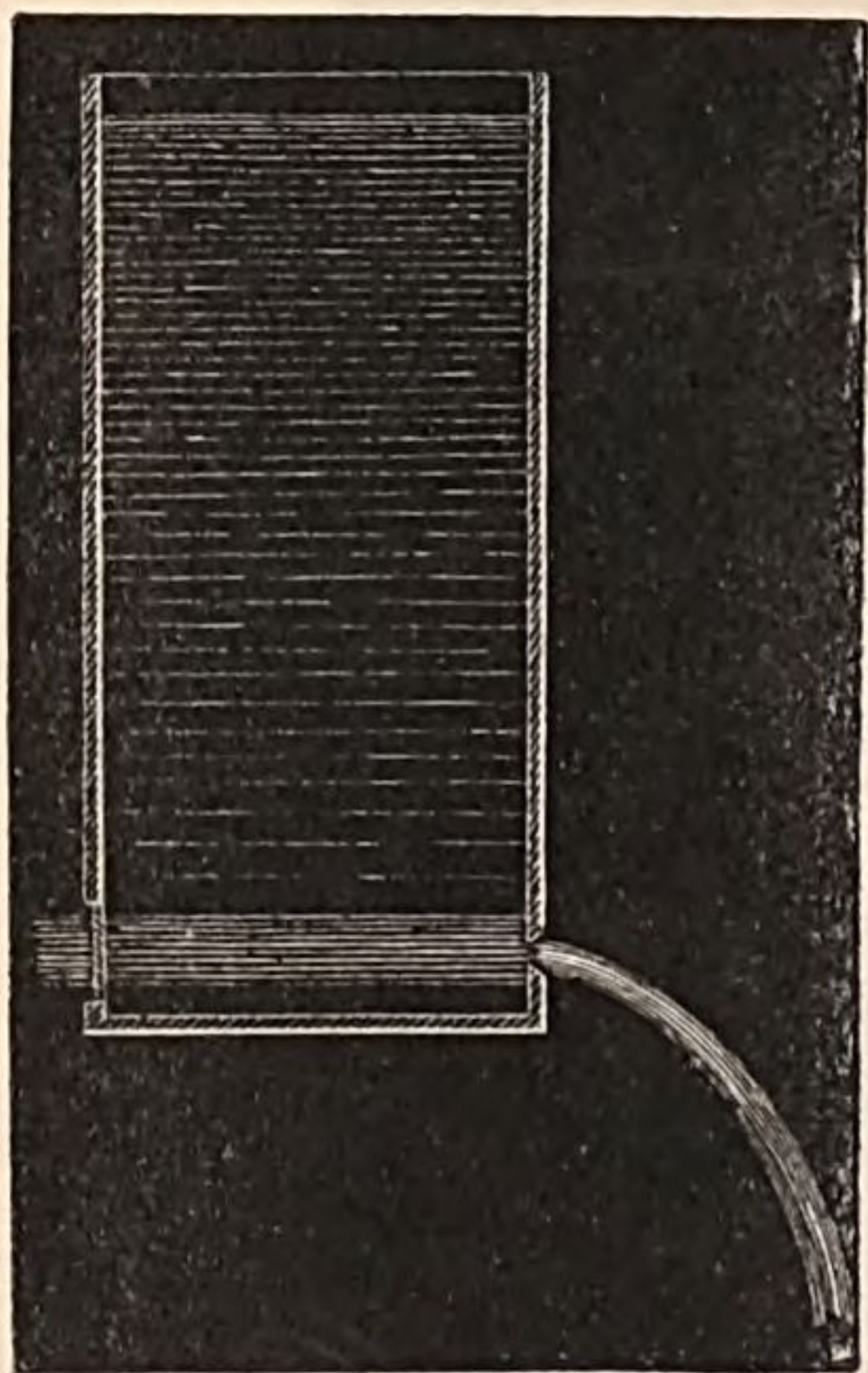


Fig. 252.

Colladon³⁾ hat diesen Versuch in der durch die Fig. 252 erläuterten Weise angestellt; auf der Bühne wird er z. B. im „Faust“ verwandt; die Verwandlung des Wassers in Wein geschieht dadurch, dass man in den Strahlengang ein rothes Glas einschiebt.

Anstatt des Flüssigkeitsstrahles kann man ebenfalls einen in beliebiger Weise gekrümmten Glasstab benutzen (Wolz'sche Mikroskop-Lampe). Die leuchtenden Fontainen beruhen auf demselben Princip.⁴⁾

II. Platten.

423. Brechung durch eine ebene Fläche. — Die Brechung durch eine ebene Fläche hindurch giebt im Allgemeinen kein eigentliches Bild.

¹⁾ Mit der Brechung eines schiefen Strahls Sm (Fig. 251) bei seinem Eintritt und Austritt hat man gar nicht zu rechnen, da die beiden Ablenkungen sich genau aufheben, so dass der Strahl $S'm$ schliesslich dieselbe Richtung hat, als wenn er an dem Spiegel AC einfach reflectirt worden wäre.

²⁾ Babinet, Compt. rend. 15, 802; 1842.

³⁾ Colladon, Compt. rend. 15, S. 800; 1842.

⁴⁾ Vgl. La Nature, 17. Jahrgang, erstes Halbjahr, S. 401; 1889.

Die Strahlen, die von einem leuchtenden Punkt im Wasser ausgehen, bilden in der Luft nicht mehr ein Bündel, das nach einem einzigen Punkt convergirt. Diese Strahlen kann man sich nämlich in zwei verschiedenen Arten gruppiert denken, indem man betrachtet:

1. Die Strahlen, die im Wasser mit der Normale PN denselben Winkel einschliessen; diese werden in der Luft offenbar

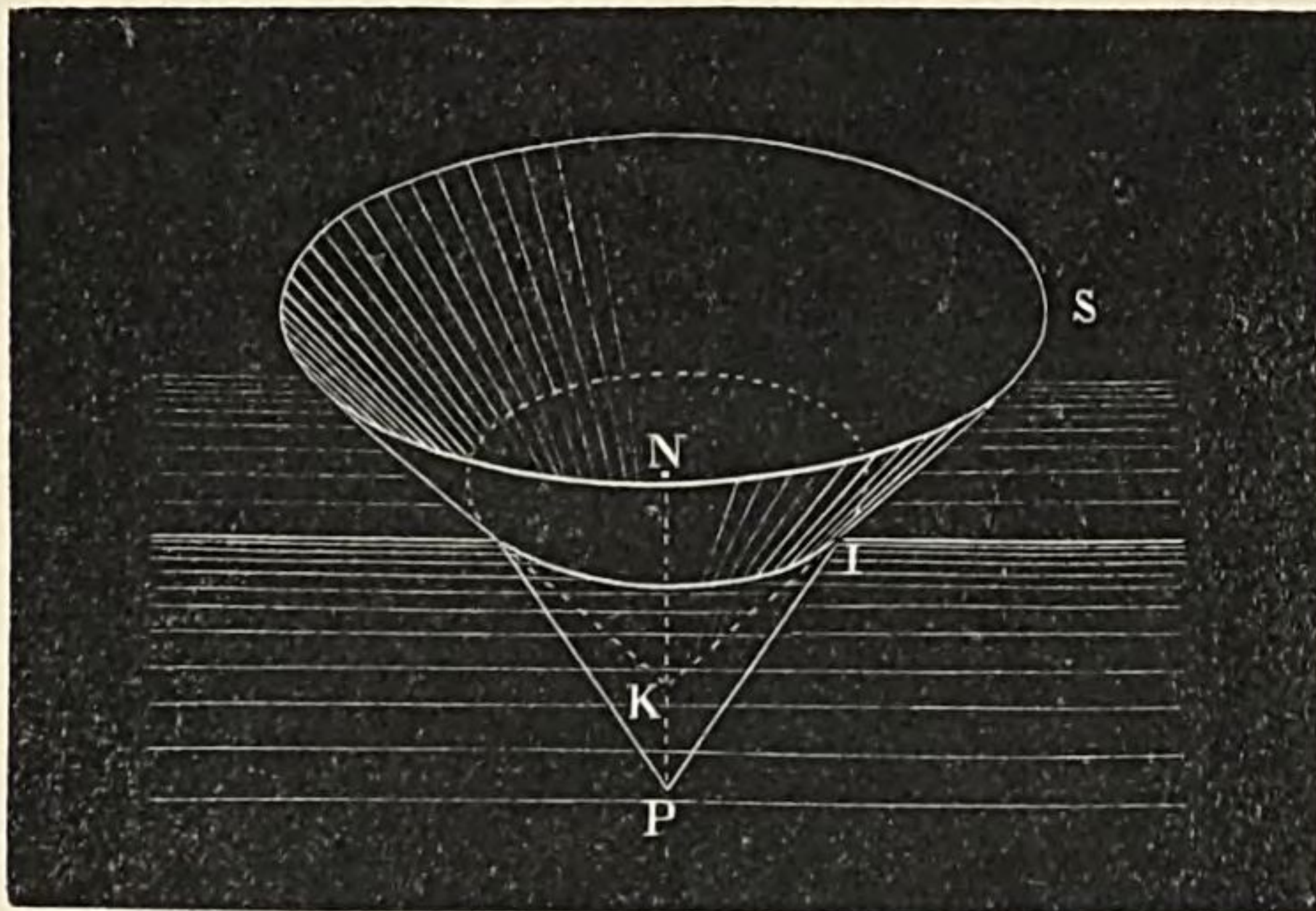


Fig. 253.

ebenfalls einem Strahlenkegel KI angehören, dessen Öffnungswinkel i mit dem Öffnungswinkel r des Kegels PI durch die Beziehung verbunden ist

$$\sin i = n \sin r;$$

es folgt hieraus

$$KI = PI \frac{1}{n};$$

übrigens ist auch

$$KN = PN \frac{\cot i}{\cot r} = PN \frac{1}{n} \frac{\cos i}{\cos r};$$

2. die Strahlen, die in einer und derselben verticalen Ebene liegen; zwei unendlich benachbarte Strahlen PI und PI' z. B. bilden in der Luft die beiden Strahlen IS und $I'S'$, deren Verlängerungen sich rückwärts in einem Punkt Q schneiden; betrachtet man die unendlich kleinen Kreisbögen $QIdi$ und $PIdr$ als Projectionen von II' auf die zu PI und QI senkrechten Richtungen, so ergibt sich

$$QIdi = II' \cos i,$$

$$PIdr = II' \cos r,$$

und folglich

$$QI = PI \frac{\cos i}{\cos r} \frac{dr}{di} = PI \frac{1}{n} \frac{\cos^2 i}{\cos^2 r}.$$

Andererseits hat man

$$QM = PN \frac{QI \cos i}{PI \cos r} = PN \frac{1}{n} \frac{\cos^3 i}{\cos^3 r}.$$

Auf die Pupillenöffnung eines über dem Wasserspiegel befindlichen Auges wird somit ein Bündel Lichtstrahlen fallen, welche, da sie sich auf die zu NPI benachbarten Strahlenkegel verteilen, rückwärts verlängert ein kleines Stück der Geraden PN

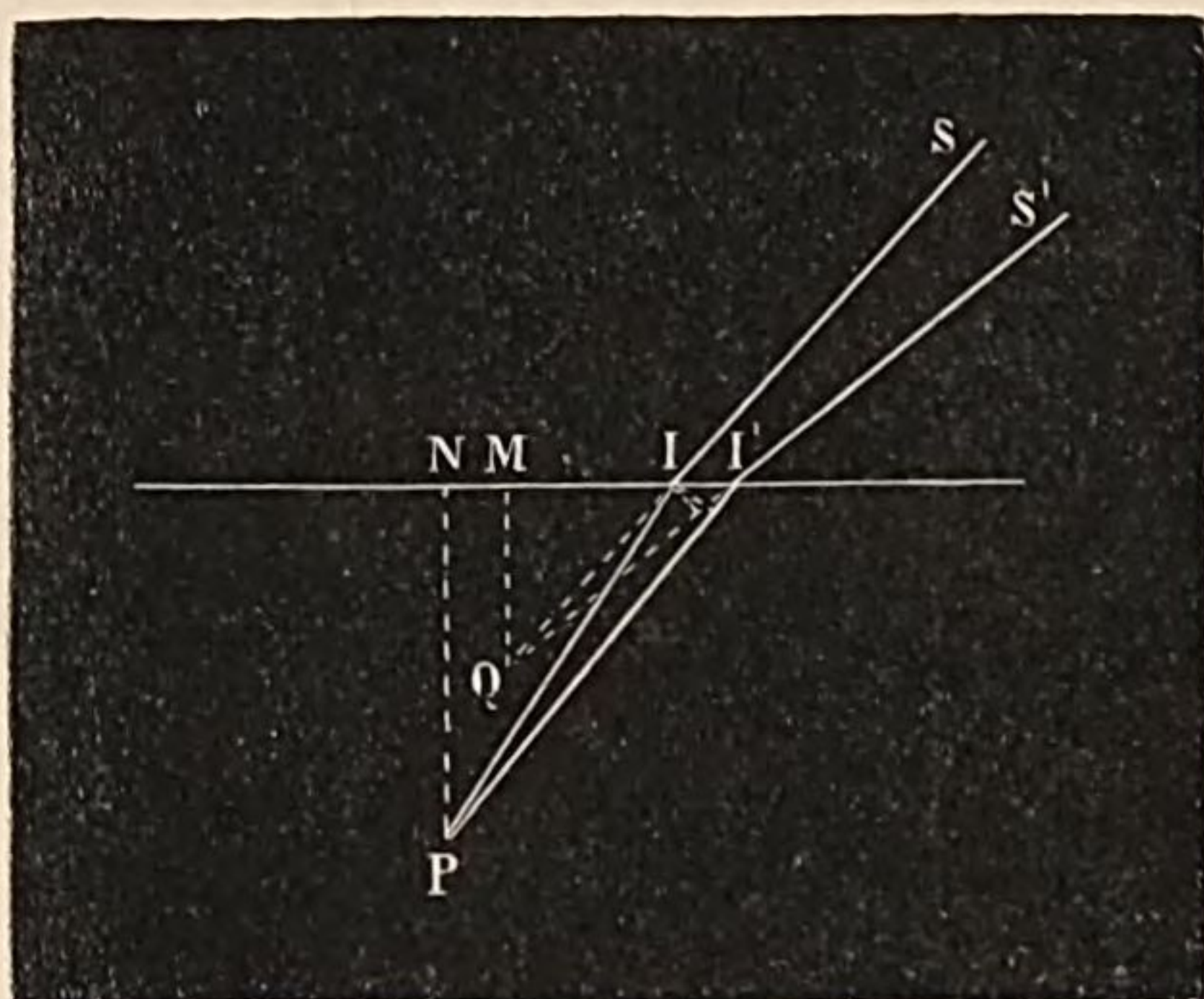


Fig. 254.

treffen werden. Da sie ferner gleichzeitig in den verticalen Ebenen liegen, die mit der Ebene NPI kleine Winkel einschliessen, so werden sie alle auch ein kleines Stück einer zweiten Geraden zum Ausgangspunkt haben, die auf der mittleren Brechungsebene senkrecht steht. Das schmale Lichtbündel drängt sich also längs zweier kleinen, zu einander rechtwinkligen Geraden zusammen, wie es die Sturm'sche Theorie verlangt (431), ohne indessen irgendwo ein wirkliches Bild des Punktes P zu liefern, abgesehen von dem Fall, wo für ein in der Normale PN befindliches Auge die beiden Geraden sich schneiden und folglich alle Strahlen sich in einer Entfernung

$$\frac{PN}{n}$$

von der Oberfläche vereinigen.

Das Bild eines in Wasser befindlichen Gegenstandes ist also schlecht definirt, sofern derselbe nicht die Form einer Geraden besitzt, die in der einen oder der anderen der beiden oben angegebenen Richtungen orientirt ist; und auch das Bild einer solchen

Geraden wird noch an den Enden unscharf sein. Die Ebene ist also für die Brechung keine aplanatische Fläche.

Brennfläche bei der Brechung. — Ein anderes Ergebniss der Möglichkeit einer doppelten Gruppierung der Strahlen ist die Form der bei der Brechung entstehenden Brennfläche, der Envelope der gebrochenen Strahlen.

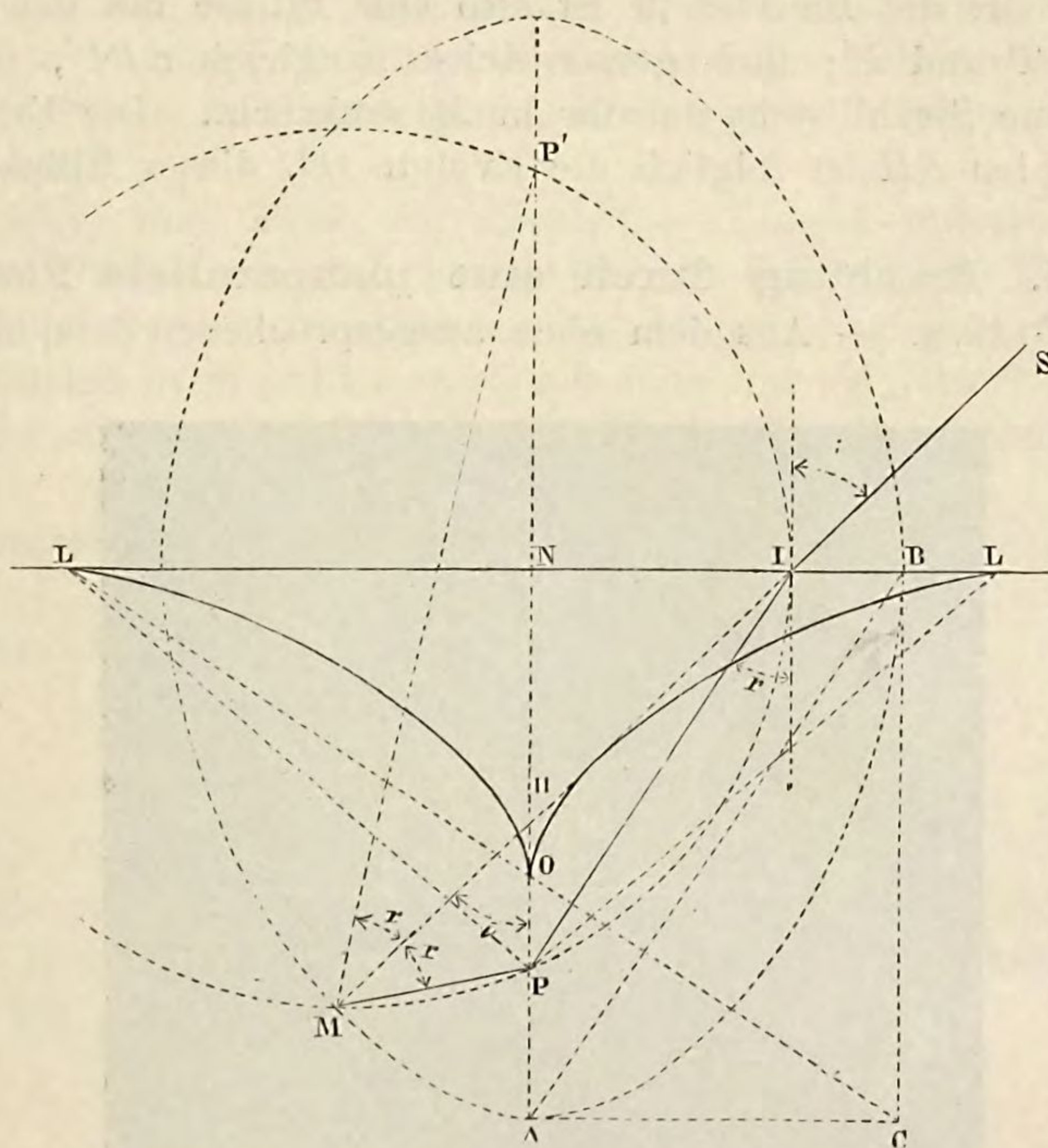


Fig. 255.

Die erste Gruppierung liefert den ersten Theil dieser Oberfläche, der durch das Stück PN der Normalen auf der Trennungsfläche gebildet wird.

Der zweiten Gruppierung entspricht ein zweiter Theil, nämlich eine Rotationsoberfläche, deren Meridianschnitt in der folgenden Weise bestimmt werden kann: Es sei P' der zu P symmetrische Punkt. Der aus dem Strahl PI hervorgegangene gebrochene Strahl SI trifft in M den Umfang des durch die drei Punkte P , P' und I gelegten Kreises und halbt den Winkel PMP' (die Bögen PI und $P'I$ sind gleich); folglich ist

$$\frac{PM}{PH} = \frac{P'M}{P'H} = \frac{PM + P'M}{PP'}.$$

Aus dem Dreieck PMH folgert man

$$\frac{PM}{PH} = \frac{\sin i}{\sin r} = n.$$

Es ist somit

$$PM + P'M = n PP'.$$

Der Ort des Punktes M ist also eine Ellipse mit den Brennpunkten P und P' ; ihre grosse Achse ist gleich $n PP'$, und der gebrochene Strahl steht auf ihr in M senkrecht. Die Envelope der Strahlen SH ist folglich die Evolute OL dieser Ellipse.

424. Brechung durch eine planparallele Platte. — Keine Ablenkung. — Aus dem oben ausgesprochenen Satz, dass das

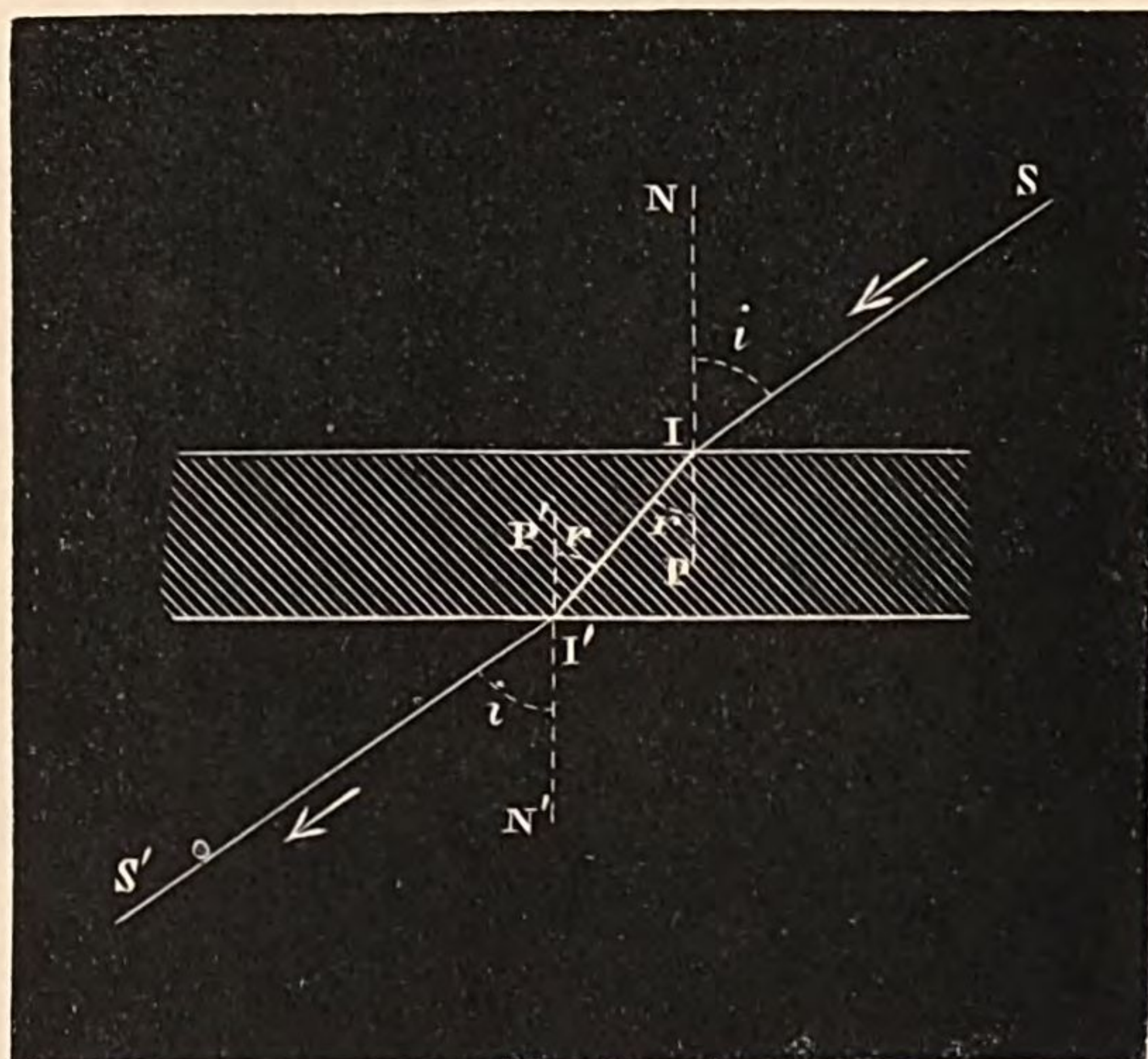


Fig. 256.

Brechungsverhältniss der Luft in Bezug auf ein gegebenes Medium der reciproke Werth des Brechungsverhältnisses jenes Mediums gegen Luft ist, folgt, dass der Strahl $I'S'$, der aus einer planparallelen Platte in die Luft austritt, dem einfallenden Strahl SI parallel sein muss.

Bringt man eine planparallele Glasplatte vor das Objectiv eines astronomischen Fernrohrs, das auf einen Stern oder das Fadenkreuz eines Collimators eingestellt ist, so erfährt in der That das Bild keine Verschiebung.

Da sich dieser Versuch mit grosser Genauigkeit anstellen lässt, so liefert er einen exacten Beweis für das Princip der Reciprocität.

Prüfung einer Platte auf Parallelismus der beiden Flächen. — Setzt man umgekehrt das Princip als bewiesen voraus, so ist derselbe Versuch dazu geeignet, zu untersuchen, ob eine Glasplatte planparallel ist.

Besser ist es indessen, zu diesem Zweck die Reflexion zu verwenden. Man visirt auf das Bild eines Collimator-Fadenkreuzes in der Platte, die auf den Spitzen von drei einen Dreifuss bildenden Schrauben aufliegt. Das Bild darf seine Lage nicht ändern, wenn man die Platte in ihrer eigenen Ebene um die Achse des Dreifusses dreht.¹⁾

Prüfung einer Fläche auf Ebenheit. — Um zu untersuchen, ob jede der Flächen plan ist, betrachtet man erst in jeder Fläche das Spiegelbild eines weit entfernten Gegenstandes bei nahezu streifen-der Incidenz; dann prüft man sie mit einer Normalplatte²⁾ mit Hülfe der Fizeau'schen Interferenzmethode, die wir später kennen lernen werden.

Verschiebung. — Eine planparallele Platte lenkt zwar den Lichtstrahl SI nicht ab, aber sie verschiebt ihn parallel zu seiner Richtung um

$$e \sin i \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i}{n^2 - \sin^2 i}} \right),$$

wo e die Dicke der Platte bedeutet.

Näherung. — Betrachtet man einen leuchtenden Punkt in senkrechter Richtung durch die Platte hindurch, so erscheint er genähert um

$$e \left(1 - \frac{1}{n} \right).$$

Es sei nämlich d der Abstand des Punktes von der ersten Fläche der Platte; die Brechung beim Eintritt der Strahlen in das Glas erzeugt ein Bild, das in der Entfernung nd von dieser ersten Fläche liegt. Dieses Bild wirkt wie ein virtueller Gegenstand und bringt beim Austritt der Strahlen in die Luft ein neues Bild hervor, das von der zweiten Fläche um $(nd + e) \frac{1}{n} = d + \frac{e}{n}$, und folglich um $e \left(1 - \frac{1}{n} \right)$ vom leuchtenden Punkt entfernt ist.

¹⁾ Ein für diese Untersuchung geeigneter Apparat ist von Laurent (Journ. de phys. (2) **2**, 511; 1883) construiert worden.

²⁾ Eine solche Normalplatte wird nach derselben Methode erhalten: indem man drei Platten zu zweien mit einander vergleicht, bestimmt man die Krümmung einer jeden dieser drei Oberflächen (Laurent a. a. O.).

Ein totalreflectirendes Prisma nähert, da es die Hälfte einer planparallelen Platte von der Dicke e ist, ebenfalls das Bild um $e \left(1 - \frac{1}{n}\right)$.

Das Bild, das ein auf der Rückseite belegter Spiegel in angenähert normaler Richtung liefert, ist dasselbe, als wenn es von der Belegung herrührte, die dem Gegenstand um den Betrag $e \left(1 - \frac{1}{n}\right)$ genähert wäre. Hieraus ergibt sich ein einfaches Mittel, die Dicke einer Spiegelscheibe zu bestimmen. Man drückt eine Spitze gegen das Glas und schätzt die Entfernung der Spitze von ihrem Bild. Da n etwa gleich $\frac{3}{2}$ ist, so ist die Dicke des Spiegelglases gleich $\frac{3}{4}$ der geschätzten Distanz.

425. Brechung durch zwei oder mehr parallele Platten. Durchsetzt das Licht zwei parallele Platten A und A' ,

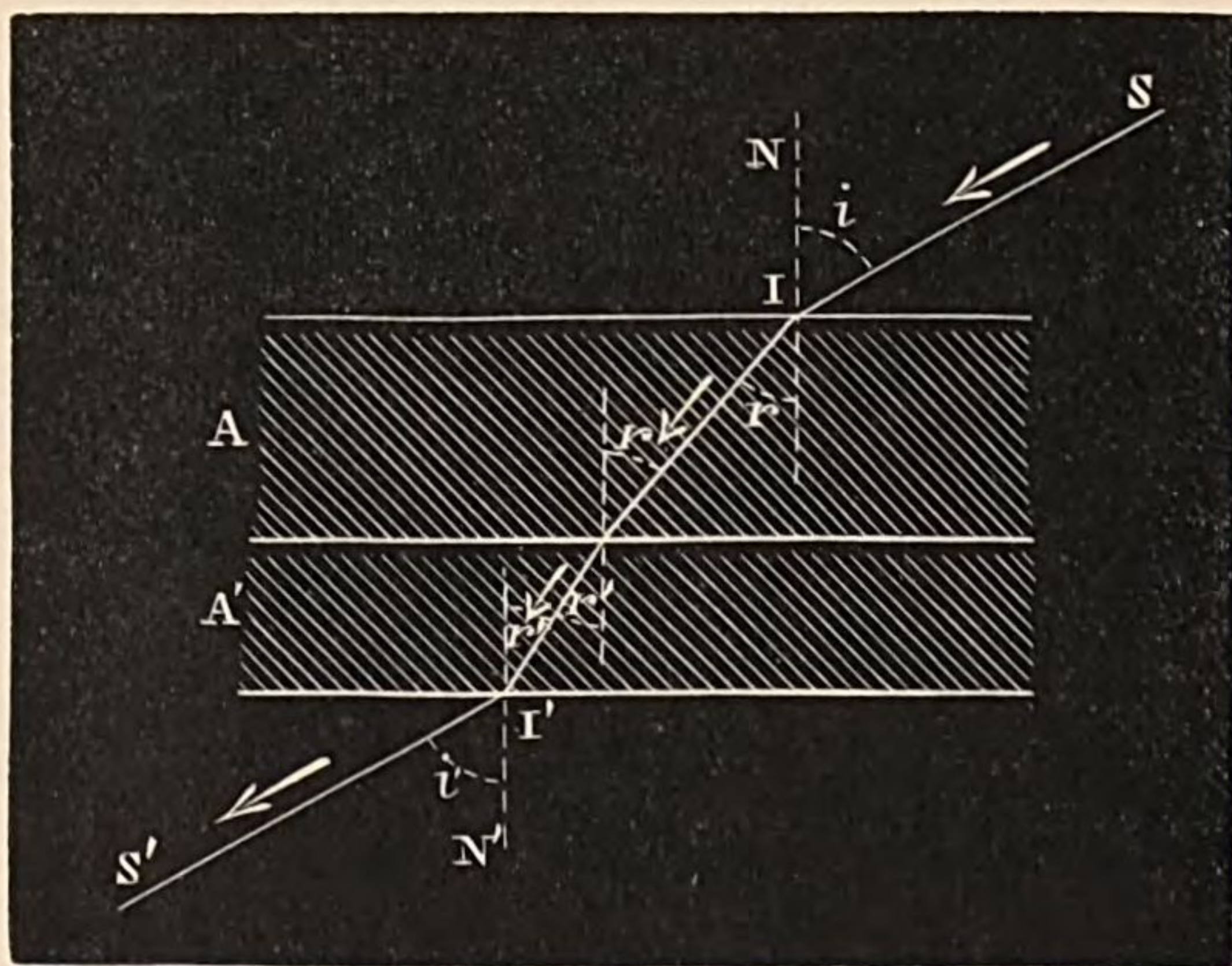


Fig. 257.

deren Brechungsquotienten gegen Luft n und n' sind, so hat man, da das Brechungsverhältniss von A' bezogen auf A gleich $\frac{n'}{n}$ ist (422),

$$\sin i = n \sin r,$$

$$\sin r = \frac{n'}{n} \sin r',$$

$$\sin i' = n' \sin r',$$

also

$$\sin i' = \sin i,$$

und folglich

$$i' = i.$$

Dieser Schluss wird durch die Erfahrung bestätigt, wie gross auch die Anzahl der Platten sein möge.

Atmosphärische Strahlenbrechung. — Die Atmosphäre der Erde setzt sich aus concentrischen Schichten zusammen, deren Dichte von der Oberfläche aus abnimmt. Ein Lichtstrahl, der von einem Stern E ausgeht, erleidet deshalb eine Reihe von Ablenkungen, welche ihn mehr und mehr der Normale nähern. Der Stern, der in der Richtung des letzten Elementes A der Bahn des Strahles $abc \dots$ gesehen wird, erscheint also in einer grösseren Höhe über dem Horizont in E' .

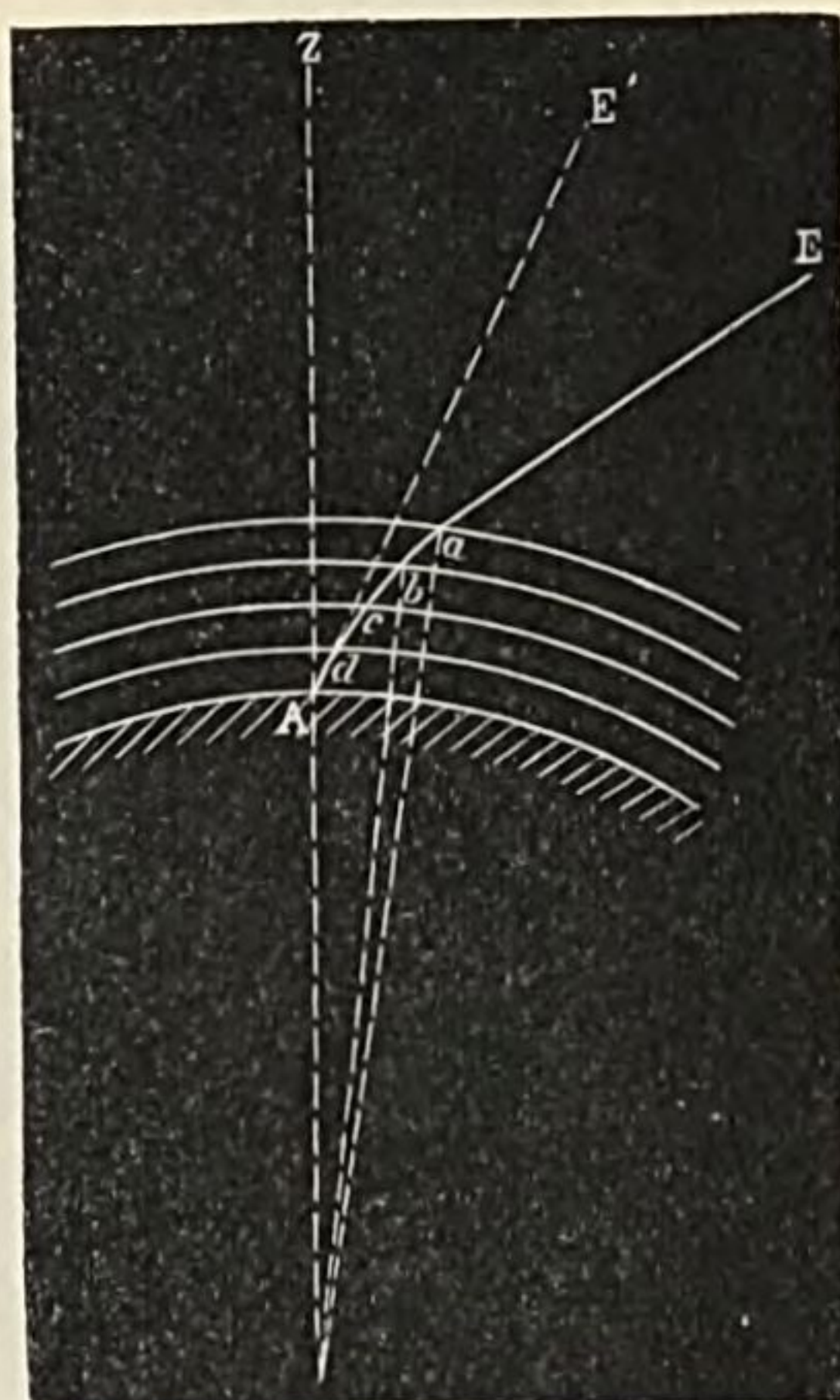


Fig. 258.

Auf Grund einer bestimmten Annahme über die Constitution der Atmosphäre und zahlreicher Beobachtungen ist es gelungen, eine Formel aufzustellen und Tabellen zu berechnen, die den Einfluss der Strahlenbrechung für Punkte, die dem Horizont nicht allzu nahe liegen, mit genügender Genauigkeit in Rechnung zu ziehen gestatten.

III. Prisma.

426. Brechung durch ein Prisma. — *Definitionen.* In der Optik versteht man unter einem *Prisma* ein brechendes Medium, das durch zwei gegen einander um einen gewissen Winkel, den *Prismenwinkel* (*brechenden Winkel*), geneigte Flächen begrenzt ist; ihre Schnittlinie heisst die *brechende Kante* und die der Kante gegenüberliegende Fläche die *Basis* des Prismas. Einen zu der brechenden Kante senkrechten Schnitt nennt man *Hauptschnitt*.

Formeln. — Wir betrachten einen in einem Hauptschnitt sich fortpflanzenden Strahl; derselbe tritt bei I ein und bei I' , nach der Basis zu abgelenkt, aus. Wie gewöhnlich nennen wir i und i' die in der Luft und r und r' die im brechenden Medium liegenden Winkel; ferner sei A der brechende Winkel und D die gesamte *Ablenkung*, nämlich die Summe der Ablenkungen ($i - r$)

beim Eintritt und $(i' - r')$ beim Austritt, so haben wir die vier Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} D &= i + i' - (r + r'), \\ A &= r + r', \\ \sin i &= n \sin r, \\ \sin i' &= n \sin r', \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

aus denen man durch Elimination von r , i' und r' eine Beziehung zwischen D , n , A und i herleiten kann; die Ablenkung D kann somit als Function der drei Grössen n , A und i betrachtet werden.

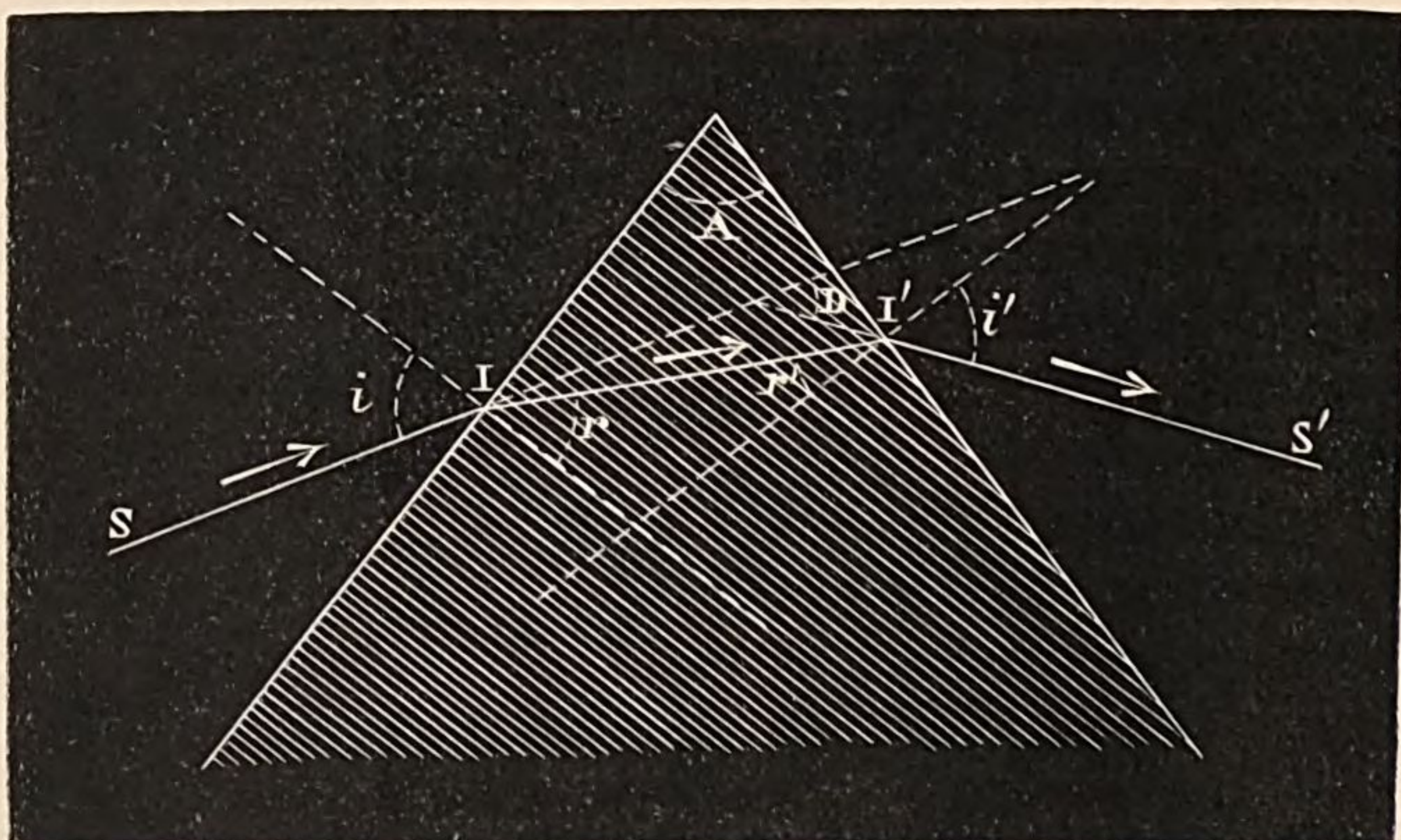


Fig. 259.

Einfluss des Brechungsquotienten. — Durch den Versuch ergibt sich thatsächlich, dass unter sonst gleichen Bedingungen die Ablenkung von dem Brechungsquotienten der Prismen-Substanz abhängt.



Fig. 260.

Man lässt zu diesem Zweck ein Lichtbündel auf mehrere Prismen fallen, die den gleichen Winkel haben, aber aus verschiedenen Stoffen hergestellt und in der Form eines einzigen Prismas an einander gekittet sind (*Polyprisma*); während der Winkel, unter dem das Licht auffällt, demnach für alle Prismen derselbe ist, beobachtet man, dass jedes Prisma eine andere und zwar desto beträchtlichere Ablenkung hervorruft, je grösser der Brechungsquotient ist.

Einfluss des brechenden Winkels. — Der Einfluss des brechenden Winkels lässt sich leicht mittels eines *Prismas mit veränderlichem Winkel*, wie es durch Fig. 261 dargestellt ist, nachweisen. Wie ersichtlich, besteht es aus einer Art Trog, der durch zwei fest-

stehende, verticale Metallplatten und zwei Glasplatten gebildet wird, die man gegen einander verschieden neigen kann. Durch diese letzteren passiert das Licht das mit Wasser oder irgend einer anderen brechenden Flüssigkeit gefüllte Hohlprisma. Für eine bestimmte Flüssigkeit und gleichbleibende Incidenz nimmt die Ablenkung zu, wenn man den Prismenwinkel immer grösser wählt, bis bei einem bestimmten Winkel totale Reflexion erfolgt.

Wir wollen den Werth des Winkels A bestimmen, bei dem zuerst diese Erscheinung eintritt.

Bedingung für das Austreten eines Strahls. — Damit ein Strahl RI (Fig. 262), der auf das aus optisch dichterem Stoff als die Umgebung bestehende Prisma auffällt, zu einem austretenden Strahl $I'R'$ Veranlassung giebt, muss der innere Strahl II' innerhalb des Kegels MIM' liegen, dessen Achse IP auf AC senkrecht steht

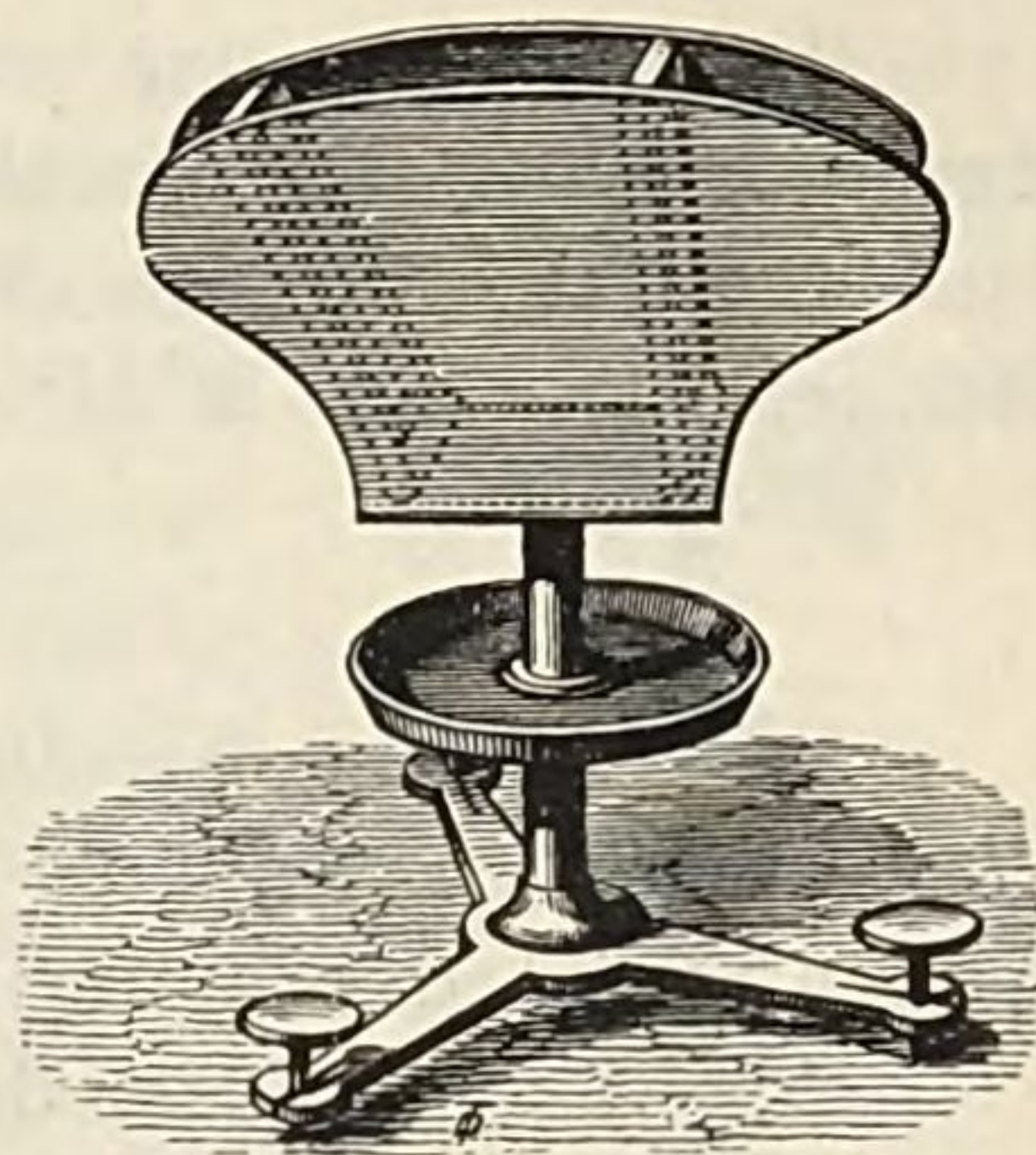


Fig. 261.

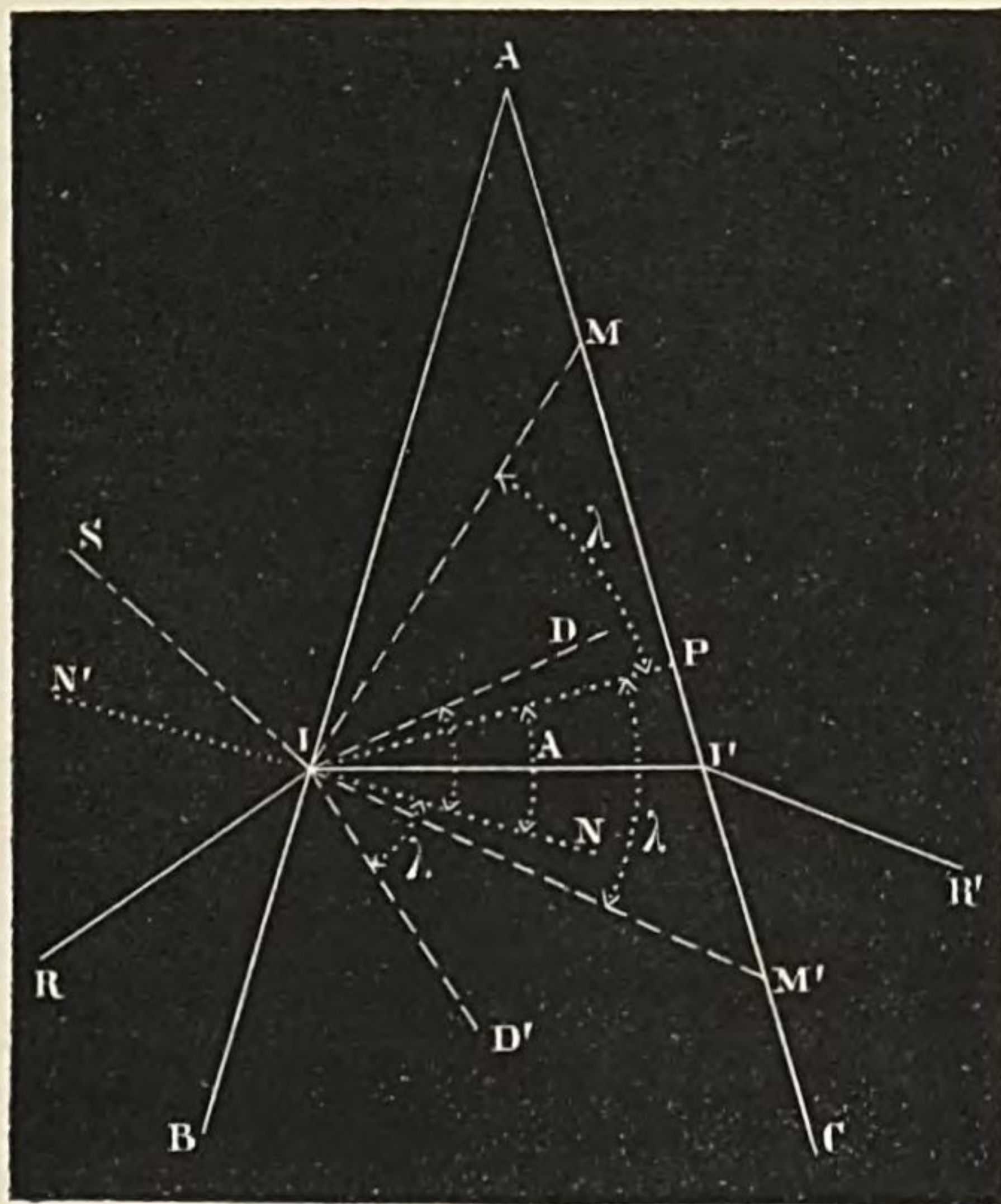


Fig. 262.

und dessen Winkel an der Spitze λ ist. Andererseits muss der Strahl II' auch nothwendig in dem Kegel DID' mit der auf AB senkrechten Achse IN und dem Winkel λ enthalten sein, da in demselben alle gebrochenen Strahlen liegen, die von den in I auf-

fallenden Strahlen herrühren. Die Bedingung für den Austritt eines Strahls ist also die, dass der Strahl II' in dem beiden Kegeln gemeinsamen Theil enthalten sei; die Kegel müssen sich also erst schneiden, damit ein Strahl überhaupt austreten kann.

Beschränken wir uns auf die im Hauptschnitt gelegenen, durch I gehenden Strahlen, so lautet die Bedingung, dass der innere Strahl in den Winkel $M'ID$ fallen muss. Aber dieser Winkel ist gleich $M'IP + PID$, d. h. gleich $\lambda + (\lambda - A)$, also

$$M'ID = 2\lambda - A.$$

Für $A > 2\lambda$ ist ein Austreten eines Strahls unmöglich. So lässt ein Glasprisma ($\lambda = 42^\circ$) mit einem Winkel von über 84° keinen Strahl durch die zweite totalreflectirende Fläche austreten.

Für $A < 2\lambda$ lässt das Prisma die Strahlen austreten, die einfallen zwischen der Richtung BI , welcher die Richtung ID entspricht, und SI , der die Richtung IM' zugehört. Die in dem Winkel $BIS = \alpha$ einfallenden Strahlen durchsetzen also das Prisma, die in dem Winkel $AIS = \pi - \alpha$ gelegenen werden durch totale Reflexion zurückgeworfen. Nun bildet aber die Richtung SI , welche mit IB zusammen den *Durchlasswinkel* α begrenzt, mit der Normalen $N'I$ den durch die Gleichung

$$\sin i_1 = n \sin (\lambda - A)$$

definirten Winkel. Man hat also

$$A = 0 \quad i_1 = \frac{\pi}{2} \quad \alpha = \pi \quad \text{alle Strahlen werden durchgelassen;}$$

$$A < \lambda \quad i_1 < \frac{\pi}{2} \quad \alpha < \pi \quad \text{der Durchlasswinkel ist stumpf;}$$

$$A = \lambda \quad i_1 = 0 \quad \alpha = \frac{\pi}{2} \quad \text{„ „ „ ein rechter;}$$

$$A > \lambda \quad i_1 < 0 \quad \alpha < \frac{\pi}{2} \quad \text{„ „ „ spitz;}$$

$$A = 2\lambda \quad i_1 = -\frac{\pi}{2} \quad \alpha = 0 \quad \text{kein Strahl wird durchgelassen.}$$

Einfluss des Einfallswinkels. Minimum der Ablenkung. — Dreht man schliesslich ein Prisma P mittels eines Knopfes b um eine seiner Kante parallele Achse, so sieht man, dass die Ablenkung vom Einfallswinkel abhängt. Wenn der einfallende Strahl erst die Richtung BI (Fig. 262) hat und sich nach der Kante hin bis nach SI dreht, so nimmt die Ablenkung ab, erreicht ein Minimum — dabei ist die Strahlenbahn symmetrisch zu der den

Winkel A halbirenden Ebene — und nimmt dann zu, bis überhaupt kein Strahl mehr austritt.

Diese Thatsache ist in Übereinstimmung mit den Gleichungen (1).

Wenn i abnimmt, wird nach der Gleichung $\sin i = n \sin r$ auch r kleiner; folglich nimmt, da $r + r' = A$ ist, r' , und damit auch i' , zu. Man sieht nun allerdings nicht ohne Weiteres, wie die Ablenkung $D = i + i' - A$ variirt. Da aber die Gleichungen in Bezug auf i und i' symmetrisch sind, wie es das Princip der Reciprocität verlangt, so hat die Ablenkung den gleichen Werth für zwei verschiedene Werthe von i auf beiden Seiten des durch die Bedingung $i = i'$ definirten Winkels I ; die Ablenkung muss also für I ein Maximum oder Minimum sein. Es ergiebt sich nun leicht, dass sie ein Minimum sein muss, wenn man die Ablenkung für $i = I$ mit der Ablenkung vergleicht, welche einer anderen Incidenz, z. B. $i = 0$ entspricht.

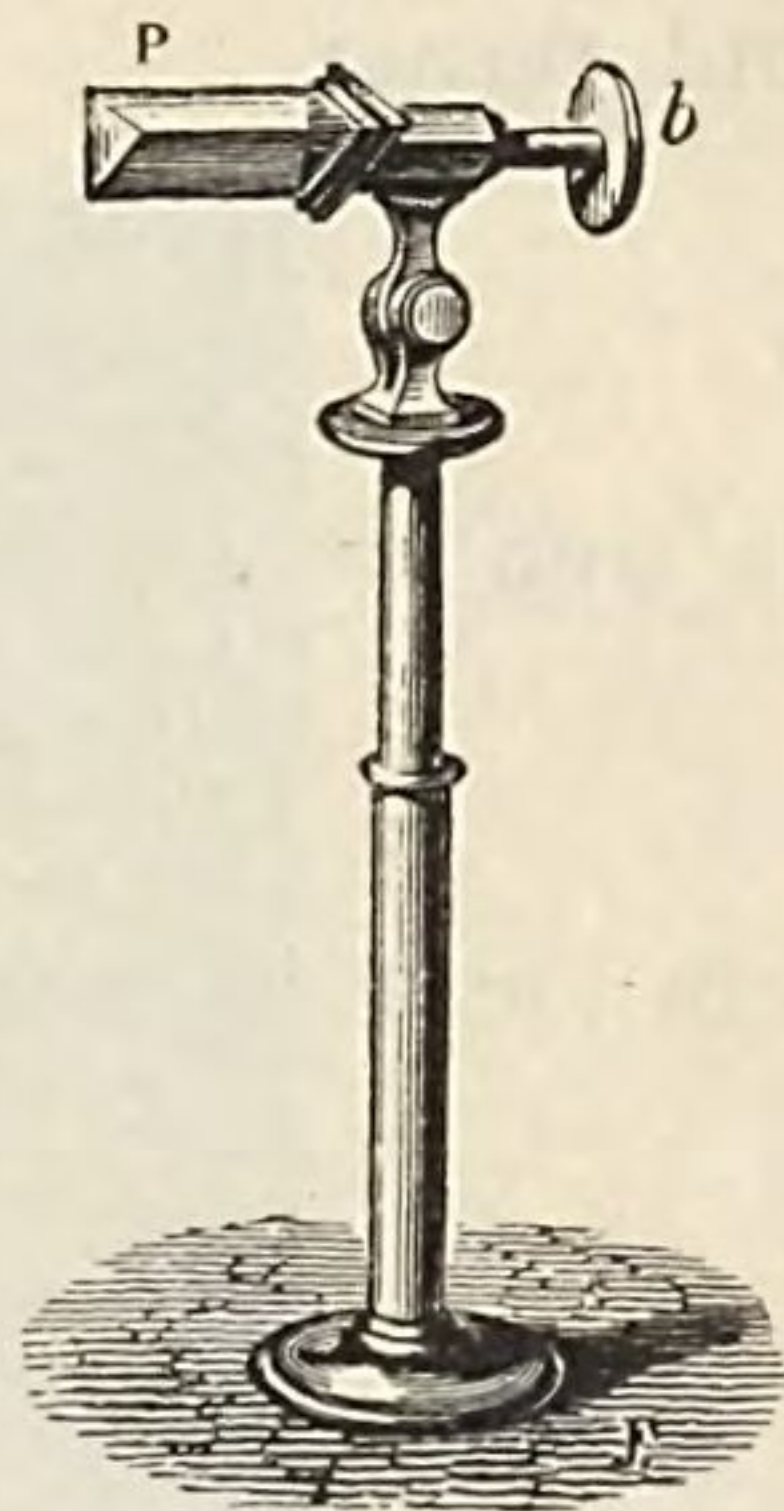


Fig. 263.

Man kann übrigens auch die gewöhnliche Methode zur Bestimmung der Maxima und Minima von Functionen anwenden. Wir gehen zu diesem Zwecke von dem Ausdruck für die Ablenkung aus, wie er aus den beiden ersten Gleichungen (1) folgt, nämlich

$$D = i + i' - A,$$

und differentiiren nach i

$$\frac{dD}{di} = 1 + \frac{di'}{di};$$

ersetzt man darin $\frac{di'}{di}$ durch den Werth, welcher aus der Differentiation der drei letzten Gleichungen¹⁾ folgt, so erhält man

$$\frac{dD}{di} = 1 - \frac{\cos i \cos r'}{\cos i' \cos r}.$$

¹⁾ Diese Differentiation giebt

$$\begin{aligned} dr + dr' &= 0 \\ \cos i \, di &= n \cos r \, dr \\ \cos i' \, di' &= n \cos r' \, dr'. \end{aligned}$$

Diese Derivirte gleich Null gesetzt, giebt

$$\cos i \cos r' = \cos i' \cos r,$$

oder

$$\sqrt{1 - \sin^2 i} \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i'}{n^2}} = \sqrt{1 - \sin^2 i'} \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}},$$

und ferner

$$\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \sin^2 i = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \sin^2 i';$$

da nun n^2 von 1 verschieden ist, so muss

$$\sin^2 i = \sin^2 i'$$

sein; also ist schliesslich, da beide Winkel i und i' spitze sind,

$$i = i'.$$

D ist somit ein Maximum oder Minimum für $i = i'$, eine Bedingung, die zur Folge hat

$$r = r' = \frac{A}{2}.$$

Für $i = i'$ ist aber, wie man leicht nachweisen kann, die zweite Derivirte von D positiv, die Ablenkung also ein Minimum.¹⁾

Der Werth dieser minimalen Ablenkung ist

$$\left. \begin{array}{l} d = 2i - A; \\ 2r = A, \\ \sin i = n \sin r, \end{array} \right\} \quad \text{diese Gleichung lässt in Verbindung mit} \quad (2)$$

erkennen, dass das Minimum der Ablenkung für ein bestimmtes Prisma, wo also n und A vorgeschriebene Werthe haben, eine angebbare Grösse²⁾ ist.

¹⁾ Sie würde ein Maximum sein für den Fall $n < 1$.

²⁾ So lange noch ein Strahl aus dem Prisma austritt, und also eine Ablenkung vorhanden ist, so lange macht sich auch das Minimum bemerkbar. Der dem Minimum entsprechende innere Strahl halbirt nämlich den Winkel NIP (Fig. 262) und folglich auch den Winkel DIM' (die Winkel PID und NIM' sind beide gleich $\lambda - A$); er ist also immer in dem Winkel DIM' gelegen, so klein auch der letztere sein mag.

Brennpunkt des Prisma. — Betrachtet man einen leuchtenden Punkt P durch ein Prisma in der Nähe der Kante, so sieht man im Allgemeinen kein scharfes Bild dieses Punktes.

Die in das Auge gelangenden Strahlen¹⁾ bilden nämlich ein dünnes Bündel, dessen Strahlen sich in zweifacher Weise gruppieren lassen, wie wir es schon bei der Brechung durch eine einzige ebene Fläche gesehen haben.

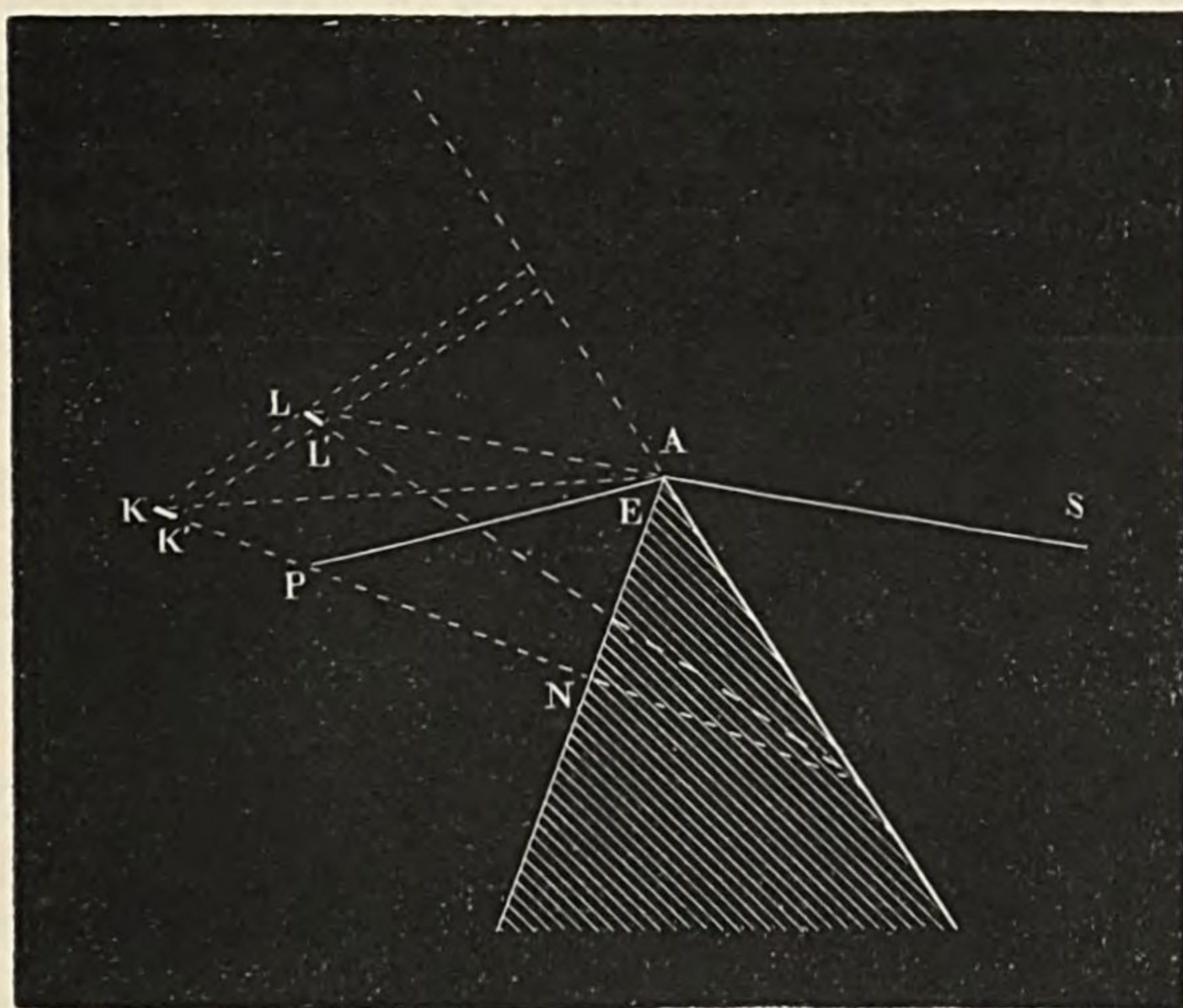


Fig. 264.

1. Man kann sich die Strahlen auf ebenen, zur brechenden Kante parallelen Elementen vertheilt denken. Die nach einem Element gerichteten Strahlen, dessen Projection auf den Hauptschnitt in die Richtung PA fällt, bilden alle mit der Normale PN merklich denselben Winkel. Durch die erste Brechung erhalten sie solche Richtungen, dass sie alle PN in dem nämlichen Punkt K treffen, dergestalt, dass

$$AK = AP \cdot n$$

ist. Jedem der Flächenelemente, die sich in der Richtung von PA nach PE aneinander reihen, entspricht somit ein kleines Dreieck, dessen Spitze auf der Brennlinie KK' liegt, und dessen Basis zwischen A und E fällt.

Von diesen Elementar-Dreiecken können wir nun auch an-

¹⁾ Diese Strahlen sollen stets einem eindeutig definirten Brechungsverhältniss n entsprechen.

nehmen, dass sie zu Kegeln gehören, deren Achse auf der zweiten Prismenfläche senkrecht steht;¹⁾ dann liefert offenbar jeder Punkt der Geraden KK' nach der zweiten Brechung einen Punkt einer neuen, durch die Beziehung

$$AL = AK \cdot \frac{1}{n} = AP$$

definirten Geraden LL' .

Die Strahlen, welche nach ihrem Austritt aus dem Prisma in das Auge gelangen, schneiden also alle in ihrer Verlängerung eine *erste* gerade Brennlinie LL' , die zur Kante senkrecht steht und denselben Abstand von ihr hat wie der leuchtende Punkt.²⁾

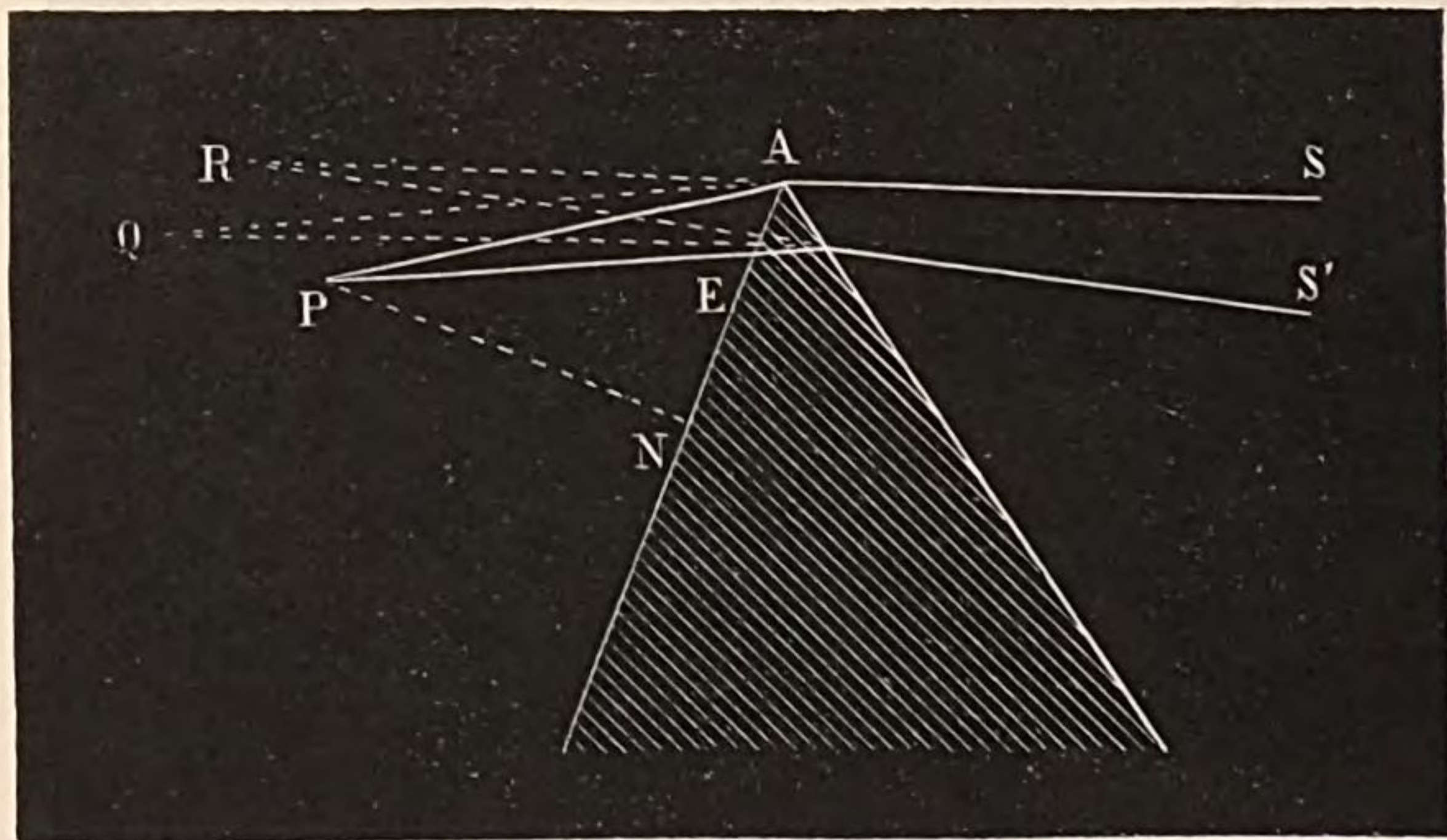


Fig. 265.

2. Man kann die Strahlen auf kleine, zur Kante senkrechte Bündel wie PAE (Fig. 265)³⁾ vertheilen. Wir wissen, dass ein solches Bündel nach dem Durchtritt durch die erste Prismenfläche virtuell nach einem Punkt Q convergirt, dessen Abstand von dieser Fläche

$$QA = PA n \frac{\cos^2 r}{\cos^2 i}$$

ist (vgl. S. 398). Ebenso treffen die Verlängerungen der aus-

¹⁾ Das Bündel wird stets als so eng vorausgesetzt, dass man den Abstand der verschiedenen Punkte E von der Kante und ebenso die Dicke des Prismas vernachlässigen kann.

²⁾ Diese Gerade wird sich sehr wenig von derjenigen Geraden LL' unterscheiden, die das Bild von KK' in parallelem Licht ist (Fig. 264).

³⁾ Diese Bündel liegen entweder in dem den Punkt P enthaltenden Hauptschnitt (Bündel PAE) oder in Ebenen, welche gegen diesen Hauptschnitt wenig geneigt sind.

tretenden Strahlen in einem Punkt R zusammen, der von der zweiten Fläche um

$$RA = QA \frac{1 \cos^2 i'}{n \cos^2 r'},$$

das heisst um

$$RA = PA \frac{\cos^2 i' \cos^2 r}{\cos^2 i \cos^2 r'}$$

absteht; dieser Punkt R ist die Spur einer zweiten geraden, zur Kante parallelen Brennnlinie, deren Entfernung von der Kante vom Einfallswinkel abhängt.

Die beiden Brennnlinien werden sich also im Allgemeinen nicht schneiden, die Strahlen convergiren nicht nach einem einzigen Brennpunkt; das Bündel verengt sich einfach an der zwischen den beiden Geraden gelegenen Stelle, und das Auge sieht nur einen Lichtfleck von unbestimmter Form und Lage. Wenn indessen $i = i'$ und folglich $r = r'$ ist, dann schneiden sich die beiden Geraden: im Falle des Minimums der Ablenkung existirt also wirklich ein Brennpunkt, der von der Kante eben so weit absteht wie der leuchtende Punkt.

*Brechung in einer zum Hauptschnitt schiefen Richtung.*¹⁾ Der Strahlengang ausserhalb des Hauptschnittes ist durch die beiden folgenden Sätze bestimmt:

1. *Der austretende Strahl schliesst mit dem Hauptschnitt denselben Winkel ein, wie der einfallende Strahl.*

Dieser Satz ist bis zu einem gewissen Grade einleuchtend, wenn man die Construction von Huyghens (422) auf einen Punkt I der Kante anwendet. Legen wir nämlich in dem Punkt, wo die Verlängerung des einfallenden Strahls die Kugel vom Radius 1 durchdringt, eine Berührungsebene an die Kugel, so schneidet diese Ebene die Eintrittsfläche des Prismas in einer Geraden, welche die Kante in einem Punkt K trifft. Durch diese Gerade legen wir weiter an die Kugel vom Radius $\frac{1}{n}$ eine Berührungsebene, welche den gebrochenen Strahl definirt und die zweite Fläche in einer durch K gehenden Geraden schneidet; durch die letztere ziehen wir schliesslich wieder eine Berührungsebene an die Kugel vom Radius 1, um den austretenden Strahl zu erhalten. Der einfallende und der austretende Strahl sind also durch zwei Berührungsebenen an dieselbe Kugel vom Radius 1 bestimmt und gehen beide durch denselben Punkt K , sind also auch gleich ge-

¹⁾ Vgl. Cornu, Ann. de l'École normale (2) 1, 231; 1872.

neigt gegen die Prismenkante, welche den Mittelpunkt I der Kugel mit dem Punkt K verbindet. Der Winkel Θ dieser Ebenen mit der Kante ist der Winkel, den die Strahlen mit dem Hauptschnitt einschliessen.

2. Die Projectionen der Strahlen auf den Hauptschnitt befolgen das Gesetz von Descartes; das Verhältniss der Sinus ist jedoch nicht gleich dem Brechungsquotient n , sondern gleich der Grösse

$$\sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \Theta}.$$

Es sei KK' (Fig. 266) die Prismenkante, SI der einfallende, IR der nach innen gebrochene Strahl, IN die Normale in I auf

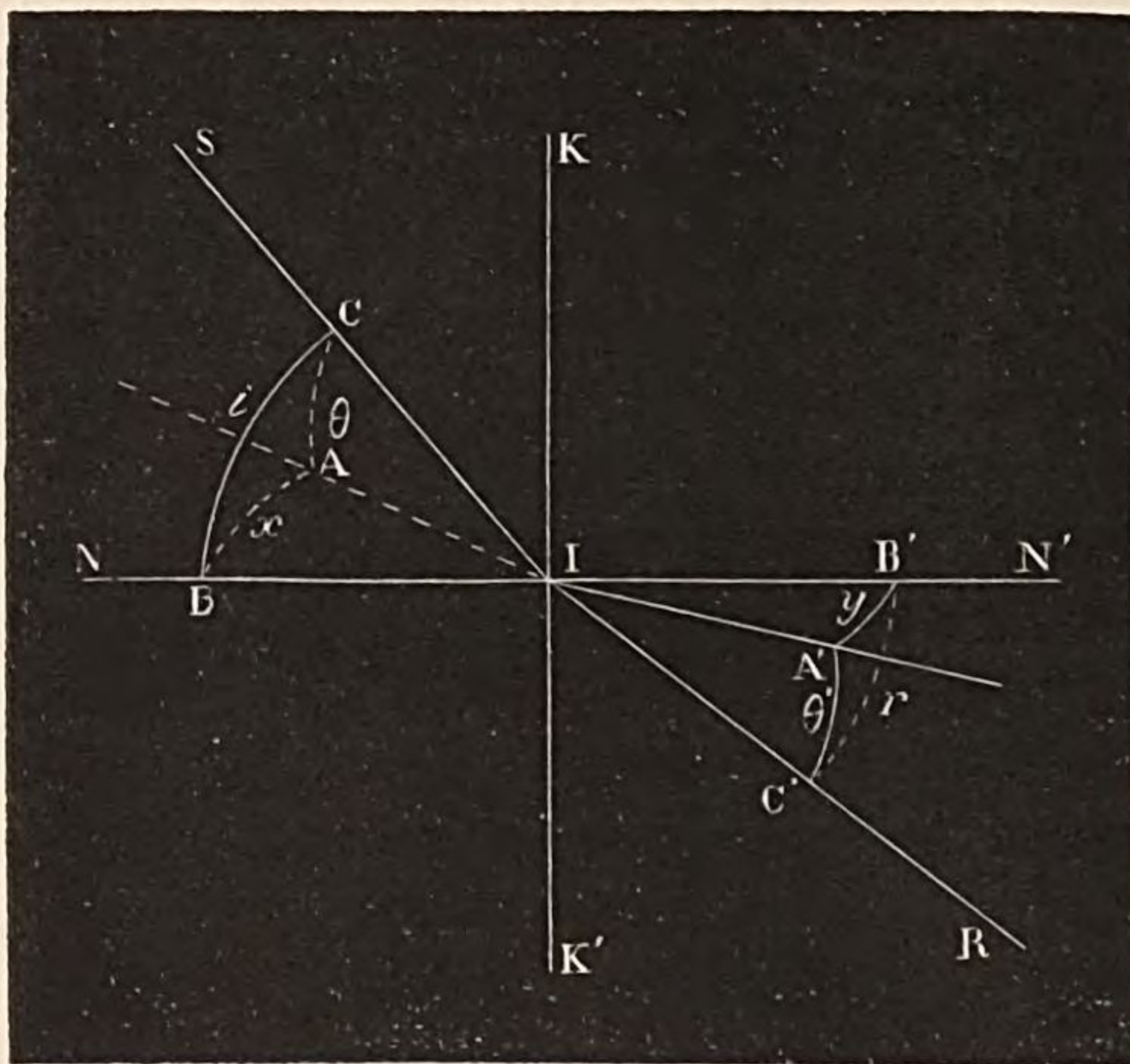


Fig. 266.

der Eintrittsfläche; diese drei Geraden liegen in der nämlichen Ebene, welche mit dem Hauptschnitt des Prismas den Winkel ϑ bildet. Die Strahlen SI und IR projiciren sich auf den Hauptschnitt in AI und IA' ; beschreiben wir um I als Mittelpunkt eine Kugel mit einem der Einheit gleichen Halbmesser, so haben wir in ABC und $A'B'C'$ zwei rechtwinklige, sphärische Dreiecke, in denen BC und $B'C'$ die Einfalls- und Brechungs-Winkel i und r sind. AC und $A'C'$ sind die Winkel Θ und Θ' des einfallenden und des gebrochenen Strahles mit dem Hauptschnitt; AB und $A'B'$ sind die Winkel x und y , welche die Projectionen IA und IA' dieser Strahlen auf den Hauptschnitt mit der Normale IN bilden; schliesslich ist $\sphericalangle B = \sphericalangle B' = \vartheta$.

Die Beziehung $\sin b = \sin a \sin B$ ergibt folglich

$$\begin{aligned}\sin \Theta &= \sin i \sin \vartheta, \\ \sin \Theta' &= \sin r \sin \vartheta,\end{aligned}$$

also

$$\frac{\sin \Theta}{\sin \Theta'} = n.$$

Ebenso ist

$$\begin{aligned}\sin x &= \sin i \sin X, \\ \sin y &= \sin r \sin Y,\end{aligned}$$

folglich

$$\frac{\sin x}{\sin y} = n \frac{\sin X}{\sin Y}.$$

Aus der Beziehung

$$\cos B = \cos b \sin C$$

leitet man ab

$$\begin{aligned}\sin X &= \frac{\cos \vartheta}{\cos \Theta}, \\ \sin Y &= \frac{\cos \vartheta}{\cos \Theta'},\end{aligned}$$

somit

$$\frac{\sin X}{\sin Y} = \frac{\cos \Theta'}{\cos \Theta} = \frac{1}{\cos \Theta} \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 \Theta}.$$

Man erhält also

$$\begin{aligned}\frac{\sin x}{\sin y} &= \frac{1}{\cos \Theta} \sqrt{n^2 (\cos^2 \Theta + \sin^2 \Theta) - \sin^2 \Theta}, \\ &= \sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \Theta}.\end{aligned}$$

IV. Linsen.¹⁾

427. Brechung durch eine sphärische Oberfläche von kleiner Öffnung. — Da die Linsen gewöhnlich durch Kugelschalen von kleiner Öffnung begrenzt werden, so wollen wir die

¹⁾ An dieser Stelle sei noch besonders auf die Darstellung der geometrischen Optik hingewiesen, welche Abbe in einer ganzen Reihe zerstreut erschienener Aufsätze gegeben hat. Abbe lässt zunächst alle einschränkenden Bedingungen über die Natur des brechenden Systems, also über die Form und Anordnung der wirksamen Flächen, ferner über die Lage und Öffnung der abbildenden Strahlenbüschel etc. bei Seite und sucht ganz allgemein die Gesetze der Abbildung von Punkten und

Brechung des Lichts durch eine solche Kugelschale MN studiren, die zwei Medien mit den absoluten Brechungsverhältnissen n_1 und n_2 von einander trennt. Wir nehmen den leuchtenden Punkt P_1 zuerst auf der Achse OA der Kugelcalotte an, die in O ihren Krümmungsmittelpunkt und in A ihren Pol oder Scheitel hat. Als Zeichnungsebene wählen wir irgend einen Meridian- oder *Hauptschnitt*.

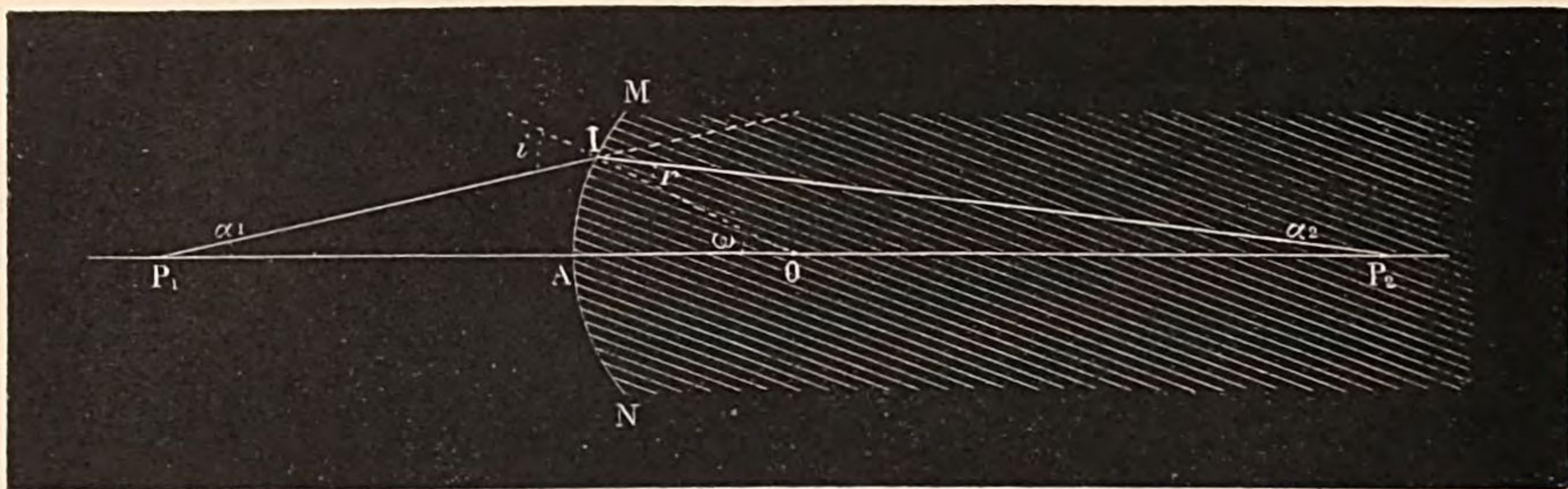


Fig. 267.

Ein einfallender Strahl P_1I giebt Veranlassung zu dem gebrochenen Strahl IP_2 , und da nach der Voraussetzung die Winkel ω , α_1 , α_2 , i und r klein sind, so können wir sie an Stelle ihrer Sinus oder Tangenten setzen. Wir gehen also von der Formel von Kepler

$$n_1 i = n_2 r$$

aus, und berücksichtigen, dass $i = \omega + \alpha_1$ und $r = \omega - \alpha_2$ ist; es ergibt sich dann, wenn wir $AP_1 = p_1$, $AP_2 = p_2$, $AO = R$ und $AI = h$ setzen,

Geraden in zwei gegebenen Räumen auf, die sich dann auf den speziellen Fall leicht anwenden lassen. Eine annähernd erschöpfende Wiedergabe dieser für die geometrische Optik so ungemein fruchtbaren Methode ist hier aus leicht ersichtlichen Gründen nicht möglich; der Leser findet jedoch eine vortreffliche, zusammenhängende Darstellung der Materie in dem Werke von Czapski, „Theorie der optischen Instrumente nach Abbe“ (Breslau, Trewendt, 1893). Auch auf die gedrängtere Wiedergabe im ersten Theile der „Grundzüge der allgemeinen Mikroskopie von Dippel“ (Braunschweig, Vieweg, 1885), sowie auf die leicht verständliche, elementare Behandlung dieser Theorie in dem von Lummer bearbeiteten 2. Band des bekannten „Lehrbuchs der Experimentalphysik“ von Müller-Pouillet (Braunschweig, Vieweg, 1894), möge hier noch besonders hingewiesen sein.

Eine Erweiterung der Abbe'schen Theorie, die Darstellung des astigmatischen Strahlenganges umfassend, findet sich in H. Bruns, „Das Eikonal“; Abhandl. d. kgl. sächs. Ges. der Wissensch. Jahrg. 1895. — G.

$$i = \frac{h}{R} + \frac{h}{p_1},$$

$$r = \frac{h}{R} - \frac{h}{p_2};$$

daraus folgt

$$\frac{n_1}{p_1} + \frac{n_2}{p_2} = \frac{n_2 - n_1}{R}, \quad (1)$$

eine Gleichung, die von h unabhängig ist. Alle von P_1 ausgehenden Strahlen kommen also nach ihrem Durchgang durch die Fläche MN in einem und demselben Punkte P_2 wieder zusammen.

Diese für einen Specialfall aufgestellte Beziehung (MN nach der Seite von P_1 convex und $n_2 > n_1$) wird allgemein anwendbar, wenn wir die Abstände p_1 und p_2 von dem Scheitel A aus nach ihren betreffenden Medien hin positiv rechnen¹⁾: p_1 wird also positiv sein, wenn das Licht von einem im ersten Medium gelegenen leuchtenden Punkt ausstrahlt; p_2 rechnen wir positiv, wenn die Lichtstrahlen nach einem im zweiten Medium gelegenen Punkt convergiren.²⁾ Auch das Vorzeichen von R ist damit definirt; denn der Punkt O ist sein eigenes Bild. Wenn also in dem betrachteten Falle der leuchtende Punkt in O ist, so hat man $p_1 = -R$ und, da das Bild mit O zusammenfällt, $p_2 = +R$ zu setzen; die linke Seite der Gleichung ist also $\frac{n_2 - n_1}{R}$ und, damit die rechte der linken Seite gleich sei, muss R positiv gezählt werden.³⁾

¹⁾ Wir beziehen uns hierdurch auf das Gesetz der Reciprocität der Strahlen.

²⁾ Mit anderen Worten: Jede dieser Grössen soll positiv oder negativ sein, je nachdem der correspondirende Punkt reell oder virtuell ist.

³⁾ In dem Fall, wo die Kugelschale ihre concave Seite dem im ersten Medium gelegenen reellen leuchtenden Punkt zukehrt (n_2 soll stets grösser sein als n_1), ist der Schnittpunkt der gebrochenen Strahlen virtuell und im ersten Medium gelegen, p_2 also negativ; bezeichnen wir die letztere Grösse mit $-\bar{p}_2$, wo $\bar{p}_2$ den absoluten Werth der Entfernung AP_2 bedeutet, dann wird die linke Seite der Gleichung $\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_2}{\bar{p}_2}$. Fällt P_1

nach O , d. h. ist $p_1 = R$, $\bar{p}_2 = R$, so erhält man für die linke Seite $\frac{n_1 - n_2}{R}$; R muss also in Formel (1) negativ gerechnet werden. In Folge dessen ergibt sich, wenn wir mit $\bar{R}$ den absoluten Werth des Radius bezeichnen,

$$\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_2}{\bar{p}_2} = - \frac{n_2 - n_1}{\bar{R}}. \quad (1')$$

Die Gleichung (1) ist der für die Kugelspiegel¹⁾ aufgestellten vollkommen analog und kann in der gleichen Weise discutirt werden. Wir wollen nur die Werthe hervorheben, die sich für $p_1 = \infty$ und $p_2 = \infty$ ergeben. In dem ersten Fall sind die einfallenden Strahlen parallel, sie convergiren nach der Brechung in einem Punkt, den man den *zweiten Hauptbrennpunkt* nennt, und dessen Abstand von A (nach dem zweiten Medium hin positiv gerechnet)

$$f_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1}$$

ist; im zweiten Fall sind die gebrochenen Strahlen parallel, während die einfallenden Strahlen von einem Punkt, dem *ersten Hauptbrennpunkt*, ausgehen; sein Abstand von A (nach dem ersten Medium hin positiv gezählt) beträgt

$$f_1 = \frac{n_1 R}{n_2 - n_1} \text{.}^2)$$

Wie man sieht, ist

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

und

$$f_2 - f_1 = R.$$

Wenn man diese Brennweiten einführt, geht die Formel (1) über in

$$\frac{f_1}{p_1} + \frac{f_2}{p_2} = 1, \quad (2)$$

eine Gleichung, die unter Berücksichtigung der über die Vorzeichen getroffenen Übereinkunft ganz allgemein gültig ist.

¹⁾ Falls die Trennungsfläche der beiden Medien eben ist ($R = \infty$), so hat man

$$p_2 = -\frac{n_2}{n_1} p_1.$$

Das Bild des reellen Punktes P_1 ist virtuell und liegt in einem Abstand von der Oberfläche, dessen absoluter Werth gleich $\frac{n_2}{n_1} p_1$ ist (vgl. 423).

²⁾ In dem Fall, wo R negativ ist, sind f_1 und f_2 negativ: beide Brennpunkte sind virtuell. Der zweite Brennpunkt liegt im ersten Medium in einem Abstand $\frac{n_2 \bar{R}}{n_2 - n_1}$ von der Oberfläche, der erste Brennpunkt im zweiten Medium in einem Abstand $\frac{n_1 \bar{R}}{n_2 - n_1}$ von der Oberfläche.

Die Form der Gleichung bleibt bestehen, wenn man den Mittelpunkt O zum Ursprung wählt; bezeichnen wir nämlich mit f'_1, p'_1, f'_2, p'_2 die von diesem Punkt aus gerechneten Abstände, so hat man

$$f_1 = f'_1 - R, \quad p_1 = p'_1 - R, \quad f_2 = f'_2 + R, \quad p_2 = p'_2 + R$$

und folglich

$$\frac{f'_1 - R}{p'_1 - R} + \frac{f'_2 + R}{p'_2 + R} = 1,$$

oder auch, da $f'_1 - f'_2 = R$ ist,

$$\frac{f'_1}{p'_1} + \frac{f'_2}{p'_2} = 1.$$

Der Punkt O und der Punkt A sind sich selbst conjugirt. Die Form der Gleichung (2) bleibt auch bestehen, wenn die Abstände f und p einerseits, f' und p' andererseits von zwei beliebigen conjugirten Punkten Q_1 und Q_2 aus gerechnet werden (so dass also $\frac{f_1}{q_1} + \frac{f_2}{q_2} = 1$ ist). Bezeichnet man nämlich mit f''_1 und p''_1 die Abstände von Q_1 , positiv gerechnet in der Richtung, woher im ersten Medium das Licht kommt, und ebenso mit f''_2 und p''_2 die Abstände von Q_2 , positiv in dem Sinne, wie sich im zweiten Medium das Licht fortpflanzt, so ergibt sich

$$f_1 = f''_1 + q_1, \quad p_1 = p''_1 + q_1, \quad f_2 = f''_2 + q_2, \quad p_2 = p''_2 + q_2;$$

durch Einsetzen in die Gleichung (2) findet man leicht

$$\frac{f''_1}{p''_1} + \frac{f''_2}{p''_2} = 1.$$

Wählt man die beiden Brennpunkte F_1 und F_2 als Ursprung und nennt ω_1 den Abstand $F_1 P_1$, positiv gerechnet in der Richtung, woher das Licht kommt, und ω_2 die Entfernung $F_2 P_2$, positiv gezählt nach der Seite, wohin sich das Licht fortpflanzt, also

$$p_1 = \omega_1 + f_1, \quad p_2 = \omega_2 + f_2,$$

so erhält man die Formel von Newton

$$\omega_1 \omega_2 = f_1 f_2. \quad (3)$$

Die Analogie mit den sphärischen Spiegeln fällt sofort in die Augen. Die soeben entwickelten Formeln werden auf Spiegel anwendbar, wenn man $n_1 = 1$ und $n_2 = -1$ setzt. Man kann also die Reflexion als eine Brechung mit dem Brechungsquotienten -1 ansehen.

Ganz ähnliche Überlegungen, wie wir sie bei den Spiegeln angestellt haben, würden ergeben, dass die gleichen Formeln auch für Punkte in geringer Entfernung von der Achse noch gültig sind, und dass folglich das Bild einer kleinen, auf der Achse senkrechten Geraden wieder eine kleine, auf der Achse senkrechte Gerade ist.

Die Lage dieses Bildes ergibt sich leicht, wenn man den conjugirten Punkt Q_2 zu einem ausserhalb der Achse liegenden Punkt Q_1 construirt; man hat zu diesem Zweck die secundäre Achse OQ_1 dieses Punktes (das heisst den durch diesen Punkt gezogenen Radius der Kugel OA) zum Schnitt zu bringen mit dem gebrochenen Strahl, der entweder von dem zur Achse parallel einfallenden Strahl Q_1B oder dem durch den ersten Brennpunkt F_1 gehenden Einfallsstrahl Q_1C herrührt.

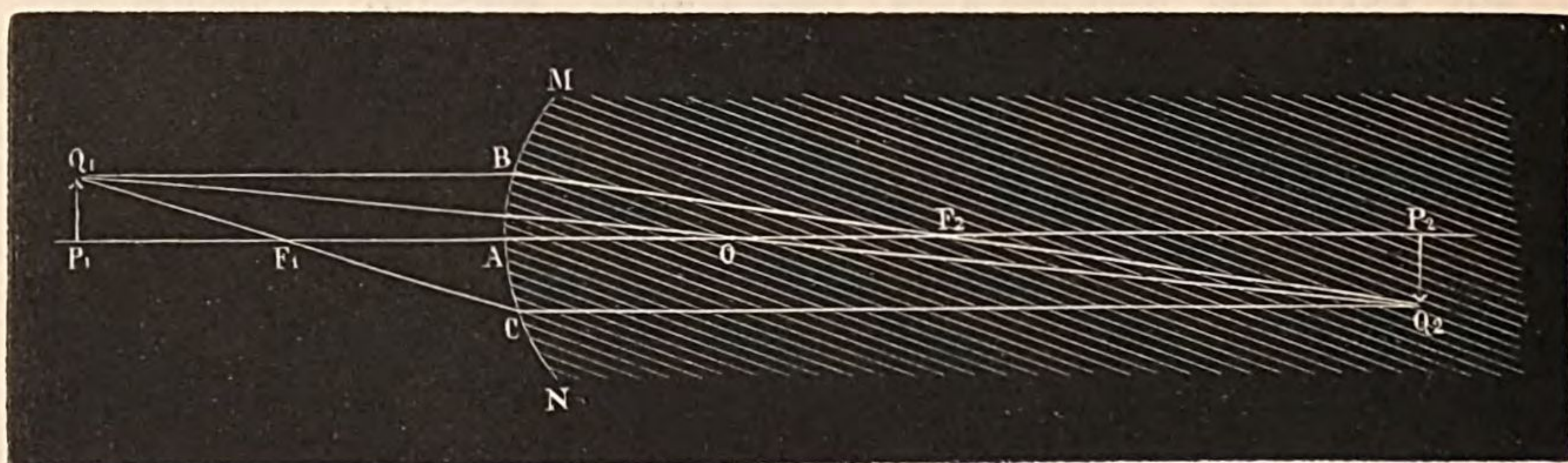


Fig. 268.

Wenn also der Gegenstand eben ist, so wird das Bild dem Gegenstand ähnlich und in Bezug auf den Punkt O , der Ähnlichkeits-Mittelpunkt ist, auch ähnlich gelegen sein. Bezeichnet man mit $-I$ das Bild P_2Q_2 (Fig. 268) des Gegenstandes O (hier P_1Q_1), so ergeben sich unmittelbar die Beziehungen

$$\frac{-I}{-I + O} = \frac{f_1}{p_1},$$

$$\frac{O}{-I + O} = \frac{f_2}{p_2},$$

folglich

$$\frac{-I}{O} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{f_1}{f_2} \quad ^1) \quad (4)$$

¹⁾ Aus den beiden vorhergehenden Gleichungen könnten wir, wenn wir sie noch nicht abgeleitet hätten, die Formel (2) erhalten

$$\frac{f_1}{p_1} + \frac{f_2}{f_2} = 1.$$

und ferner

$$\frac{-I}{O} = \frac{f_1}{\omega_1} = \frac{\omega_2}{f_2}.^{1)} \quad (5)$$

Bedeutet α_1 und $-\alpha_2$ (Fig. 267) die Winkel, welche die extreme *Divergenz* der einfallenden und der gebrochenen Strahlen messen (da die letzteren sich unterhalb der Achse fortpflanzen, muss man dem Winkel α_2 das negative Vorzeichen geben), so erhält man mit der für unseren Fall genügenden Annäherung

$$p_1 \alpha_1 = -p_2 \alpha_2; \text{ ersetzt man in der vorletzten Formel } \frac{p_2}{p_1} \text{ durch } -\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \text{ und } \frac{f_1}{f_2} \text{ durch } \frac{n_1}{n_2}, \text{ so kommt}$$

$$n_1 O \alpha_1 = n_2 I \alpha_2.^{2)} \quad (6)$$

Alle diese Formeln sind allgemein gültig.³⁾

Ihre Ähnlichkeit mit denjenigen, welche wir für die Spiegel aufgestellt haben, gestattet uns, auf ein weiteres Eingehen in Einzelheiten zu verzichten.

428. Brechung durch ein System centrirter sphärischer Oberflächen. — *Erhaltung der Homocentricität.* — Wir betrachten jetzt eine Reihenfolge verschiedener Medien, die von einander durch sphärische Oberflächen von kleiner Öffnung getrennt sind und die alle ihren Mittelpunkt und ihren Pol auf einer und derselben Geraden, der *Hauptachse* des Systems, haben: die Strahlen, die von einem im ersten Medium auf (oder sehr nahe bei) der Achse gelegenen Punkt P_1 ausgehen, convergiren nach der ersten Brechung reell oder virtuell nach einem Punkt P_2 ; bei der zweiten Brechung verhalten sie sich gerade so, als ob sie von diesem Punkt P_2 ausgingen und sie werden sich deshalb sämtlich in einem neuen, reellen oder virtuellen Punkt P_3 schneiden,

¹⁾ Aus dieser letzten Gleichung würde unmittelbar die Formel (3) $\omega_1 \omega_2 = f_1 f_2$ folgen.

²⁾ Die Bedeutung dieses von Lagrange herrührenden Gesetzes ist von Helmholtz wieder hervorgehoben worden, der es so formulirt: das Product der optischen Neigung na eines Strahles (absolut genommen) in die lineare Bildgrösse I ist constant für verschiedene Medien, welche durch sphärische Oberflächen von geringer Öffnung von einander getrennt sind.

³⁾ Für $R = \infty$ hat man, wenn $\frac{p_2}{p_1}$ durch $-\frac{n_2}{n_1}$ und $\frac{f_1}{f_2}$ durch $\frac{n_1}{n_2}$ ersetzt wird, $\frac{I}{O} = 1$: Das Bild ist virtuell, gerade und dem Gegenstand gleich.

und so fort bis zur letzten Brechung, so dass die ursprünglich von einem und demselben Punkt ausgehenden oder *homocentrischen* Strahlen auch nach diesen beliebig vielen Brechungen ein homocentrisches Bündel bilden werden.

Man hat also bei einem System centrirter sphärischer Oberflächen wie bei einer einzigen Fläche conjugirte Punkte und Ebenen zu unterscheiden, speciell die beiden correspondirenden Brennpunkte und die beiden Brennebenen. Wir bezeichnen auch jetzt noch als zweiten Brennpunkt das Bild eines im ersten Medium im Unendlichen gelegenen Punktes und als ersten Brennpunkt denjenigen Punkt im ersten Medium, dessen Bild im letzten Medium im Unendlichen liegt.

Das System ist *convergent* oder *divergent*, je nachdem parallel einfallende Strahlen bei ihrem Austritt nach einem reellen oder virtuellen Brennpunkt¹⁾ gerichtet sind.

Unendlich dünne Linsen. — Ehe wir die Eigenschaften eines beliebigen Systems centrirter sphärischer Oberflächen eingehender studiren, wollen wir noch besonders den Fall betrachten, dass zwei Flächen im Medium 2 eine Linse begrenzen, deren Dicke gegen die Krümmungsradien der Flächen vernachlässigt werden kann.

Die erste Brechung wird durch die Gleichung ausgedrückt

$$\frac{n_1}{p_1} + \frac{n_2}{p_2} = \frac{n_2 - n_1}{R},$$

die zweite Brechung durch eine ganz ähnliche Beziehung, in der p_2 und R' negativ zu nehmen sind, da der Abstand des leuchtenden Punktes P_2 vom Pole A' der zweiten Oberfläche von A' nach dem Medium 2 hin positiv gerechnet und der Radius R' der zweiten Fläche als positiv betrachtet wird, wenn diese Fläche auf der dem Medium 3 zugekehrten Seite convex ist:

$$-\frac{n_2}{p_2} + \frac{n_3}{p_3} = -\frac{n_3 - n_2}{R'}.$$

Hieraus folgt

$$\frac{n_1}{p_1} + \frac{n_3}{p_3} = \frac{n_2 - n_1}{R} + \frac{n_2 - n_3}{R'}. \quad (1)'$$

¹⁾ Da die beiden Brennpunkte nicht nothwendig von derselben Art zu sein brauchen, so kann das System auf der einen Seite convergent, auf der anderen divergent sein (negatives Ocular von Huyghens).

Diese Formel ist der für die Brechung durch eine einzige Oberfläche geltenden analog.

Setzt man darin $p_1 = \infty$, so wird p_3 zur zweiten Brennweite f' , die nach dem dritten Medium hin positiv gerechnet wird. Wir erhalten also

$$\frac{n_3}{f'} = \frac{n_2 - n_1}{R} + \frac{n_2 - n_3}{R'}.$$

Die erste Brennweite f wird nach dem ersten Medium zu positiv gerechnet und entspricht $p_3 = \infty$; sie ist durch die Gleichung gegeben

$$\frac{n_1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{R} + \frac{n_2 - n_3}{R'}.$$

Die Brennweiten f und f' erfüllen also auch hier noch die Gleichung

$$\frac{f}{f'} = \frac{n_1}{n_3};$$

führt man dieselben in die Formel (1)' ein, indem man $p_1 = p$ und $p_3 = p'$ setzt, so erhält man wieder die Gleichung

$$\frac{f}{p} + \frac{f'}{p'} = 1; \quad (2)'$$

dieselbe enthält alle Fälle und bleibt bestehen, wenn man ein Paar beliebiger Punkte zum Ursprung wählt. Macht man andererseits die beiden Brennpunkte zum Ursprung, so kommt man wieder auf die Formel von Newton

$$\omega \omega' = ff'. \quad (3)'$$

Das Bild einer kleinen, zur Achse senkrechten Geraden, das für ein beliebiges centrirtes System wieder eine kleine, zur Achse senkrechte und dem Gegenstand conjugirte Gerade ist, lässt sich mit Hülfe der Brennpunkte ohne Weiteres construiren, wie aus den Figuren 269 und 270 (Sammel- und Zerstreuungs-Linse) hervorgeht. Es besteht auch hier die Beziehung

$$\frac{-I}{O} = \frac{p'}{p} \frac{f'}{f}. \quad (4)'$$

Ausserdem gilt noch

$$n_1 O_1 \alpha_1 = n_2 O_2 \alpha_2 = n_3 O_3 \alpha_3,$$

oder

$$n_1 O \alpha_1 = n_3 I \alpha_3. \quad (6)'$$

Zieht man die Gerade QQ' , welche die Hauptachse PP' in N schneidet, so ergibt sich

$$\frac{FN}{BQ'} = \frac{AC}{AB} = \frac{CF'}{BQ'},$$

folglich

$$FN = CF'.$$

Der Punkt N bleibt also in unveränderlicher Entfernung von dem festen Punkt F und ist somit ebenfalls ein Fixpunkt. Der Strahl QN setzt sich in gerader Linie in der Richtung NQ' fort und heisst der

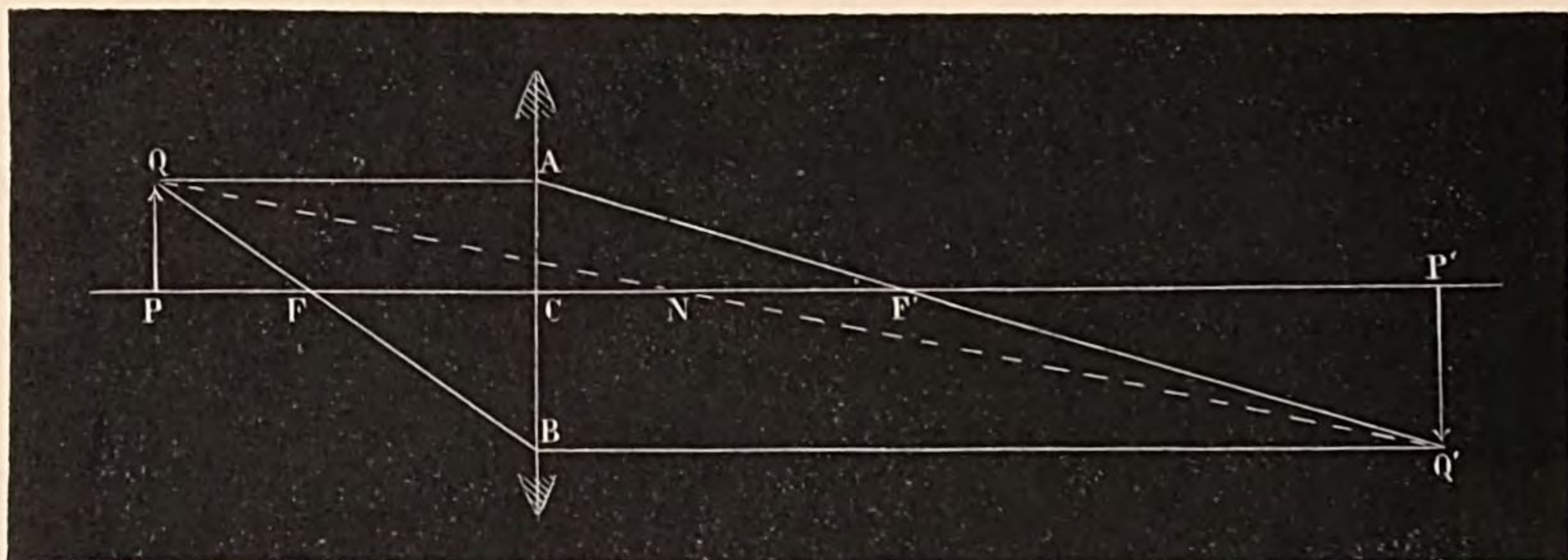


Fig. 269.

unabgelenkte Strahl oder die sekundäre Achse des Punktes Q , analog dem durch den Mittelpunkt einer einzigen sphärischen Oberfläche gehenden Strahl. Das Bild ist dem Gegenstand ähnlich in Be-

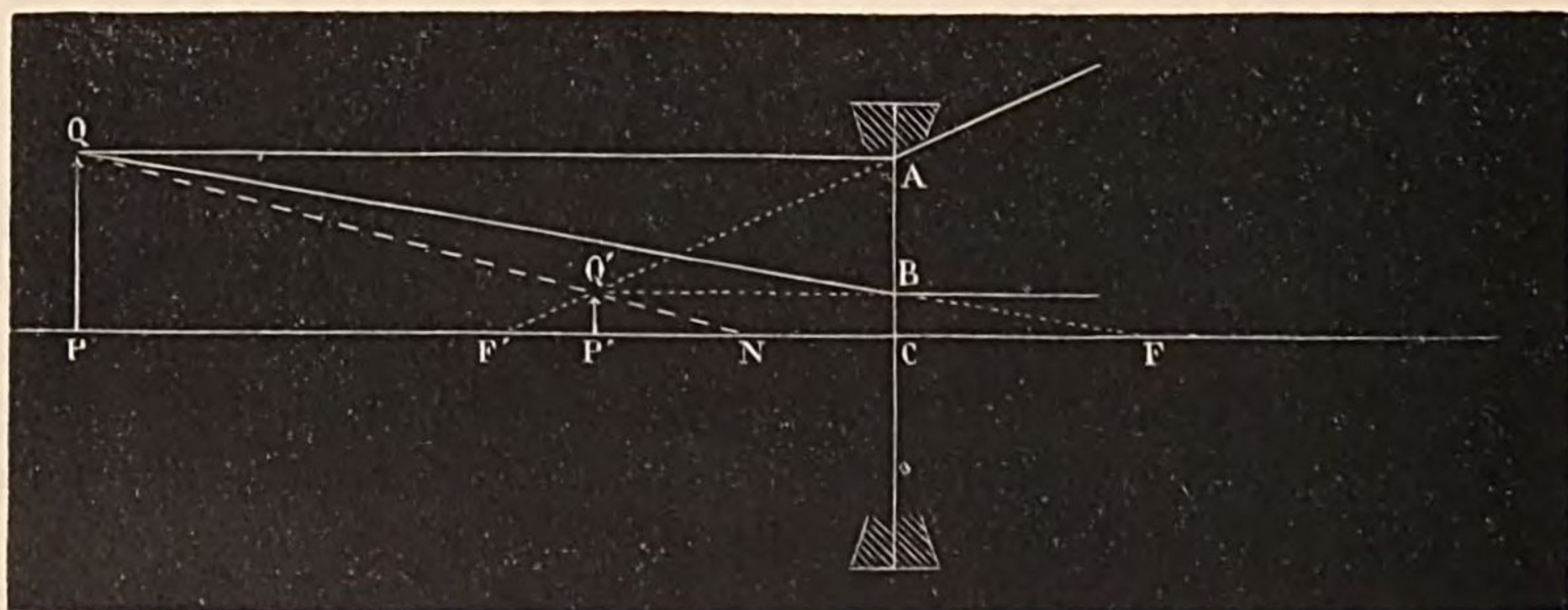


Fig. 270.

zug auf den Punkt N , in dem sich die beiden Knotenpunkte einer Linse von endlicher Dicke superponiren. Die vorige Gleichung zeigt, dass dieser *zweifache Knotenpunkt* auf der Hauptachse nach der Seite des entfernteren Brennpunktes hin gelegen ist; sein

Abstand von der Linse ist gleich der Differenz der beiden Brennweiten.

Unendlich dünne Linsen in Luft. — Ein besonders interessanter Fall ist der, wo sich die Linse in Luft befindet: dann hat man $n_1 = n_3 = 1$ und $n_2 = n$, wenn n den Brechungsquotient des die Linse bildenden Materials in Bezug auf Luft bedeutet.

Die beiden Brennweiten sind gleich

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right).$$

Man hat im Übrigen zu unterscheiden zwischen Sammel- (convergenten) Linsen, welche eine der folgenden drei Formen haben können: biconvex (*A*), planconvex (*B*), concav-convex oder convergenter Meniskus (*C*) und Zerstreuungs- (divergenten) Linsen, nämlich: biconcav (*D*), planconcav (*E*) und convex-concav oder

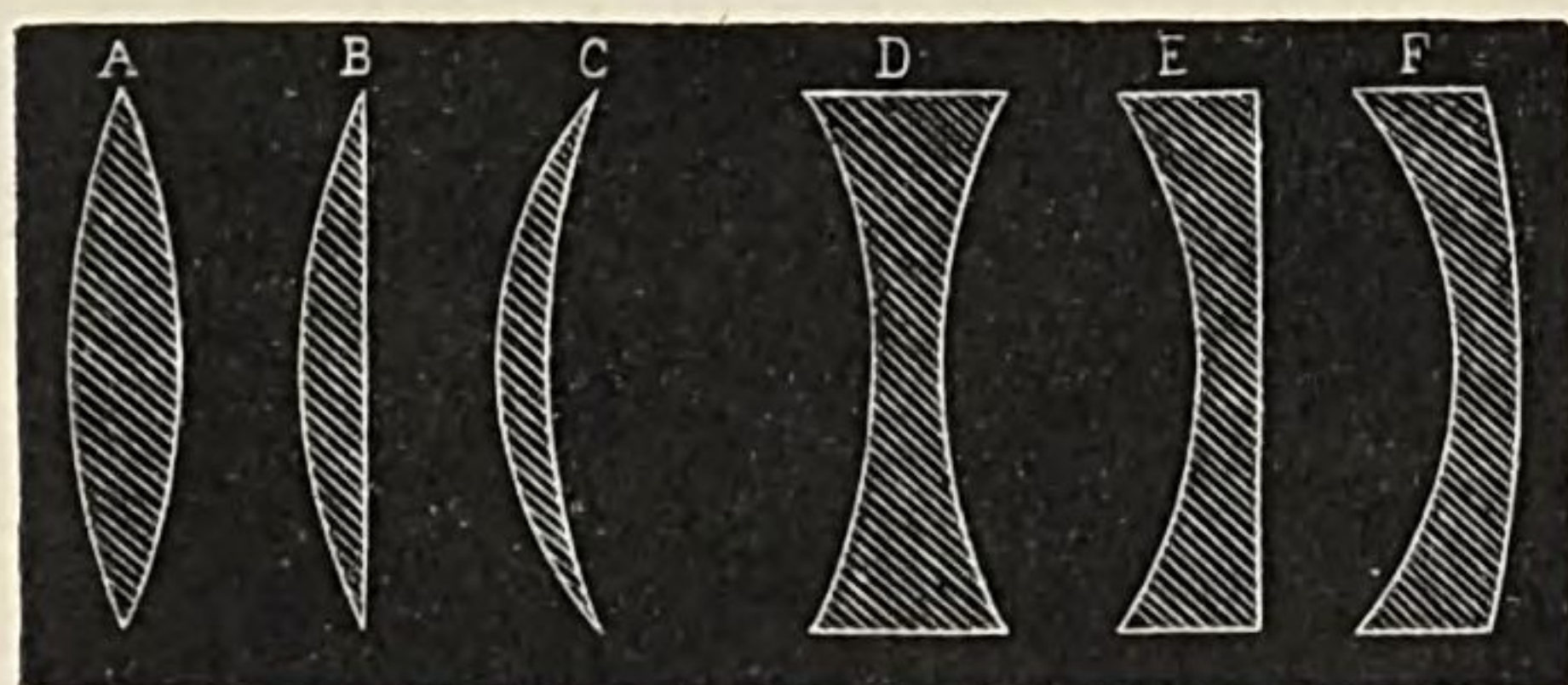


Fig. 271.

divergenter Meniskus (*F*). Ist die Dicke sehr gering, wie dies unserer jetzigen Voraussetzung entspricht, so kann man sagen, dass die Sammellinsen in der Mitte dicker sind als an den Rändern, während für die Zerstreuungslinsen das Umgekehrte gilt, in Übereinstimmung mit der vorhergehenden Formel.¹⁾

Da die beiden Brennweiten gleich sind, so fällt der zweifache Knotenpunkt mit dem geometrischen Mittelpunkt der Linse zusammen.

Man kann übrigens leicht direct nachweisen, dass jeder Strahl, der den geometrischen Mittelpunkt einer in Luft befindlichen, unendlich dünnen Linse passirt, ohne Ablenkung durch sie hindurchgeht.

Es sei nämlich *SI* ein beliebiger Strahl, welcher auf eine in Luft befindliche (oder allgemeiner mit beiden Flächen dasselbe Medium berührende) dicke Linse auffällt und dieselbe in der

¹⁾ Bei etwas grösserer Dicke kann diese Regel versagen, wie wir später sehen werden.

Richtung II' (Fig. 272) durchsetzt. Wenn die Berührungsebene in I' der in I berührenden Ebene parallel ist, wird der Strahl RI' parallel zum einfallenden Strahl austreten, wie wenn er eine

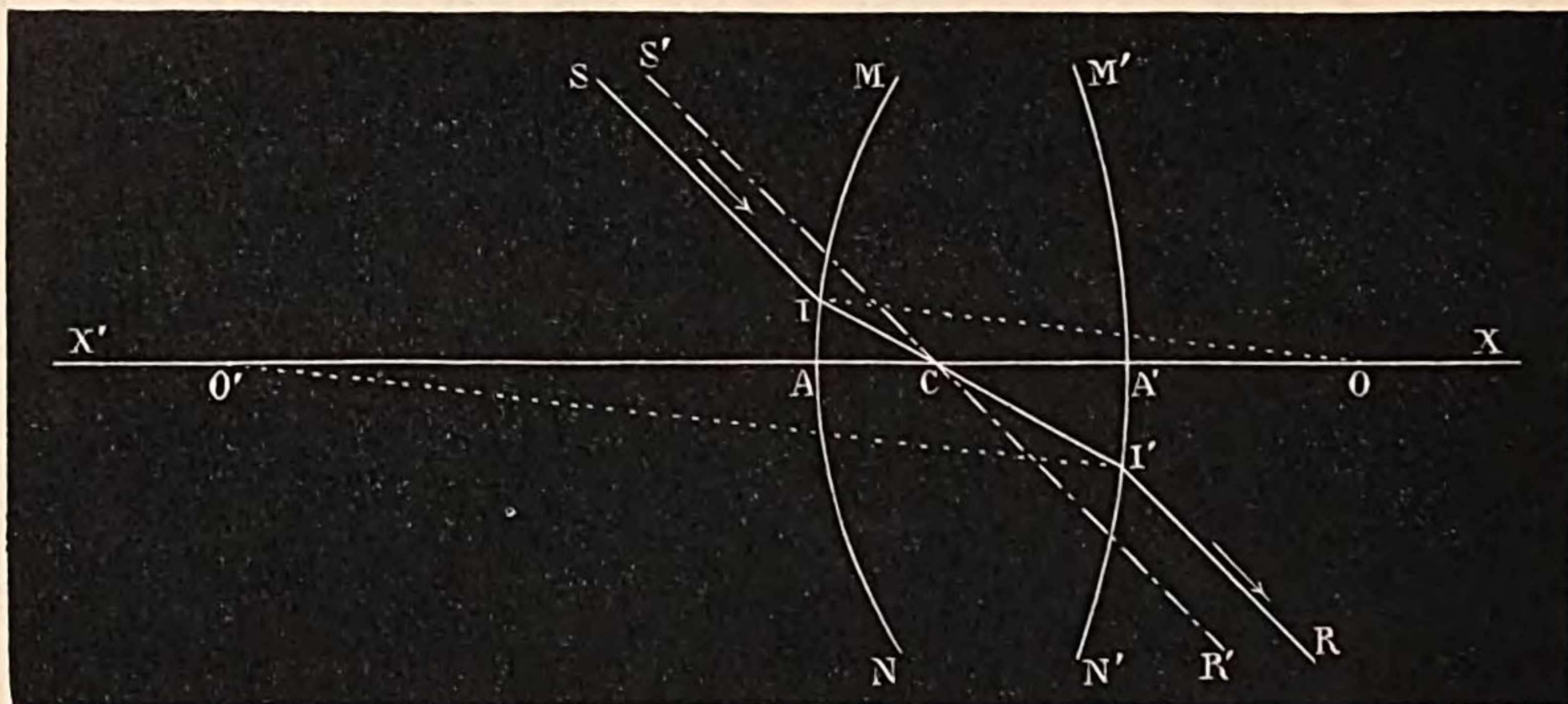


Fig. 272.

planparallele Platte durchsetzt hätte. Dann sind aber die Normalen OI und $O'I'$ im Einfalls- und Austritts-Punkt unter einander parallel, und man hat

$$\frac{CO}{CO'} = \frac{R}{R'};$$

C ist folglich ein Fixpunkt. Wenn also der austretende Strahl dem einfallenden parallel ist, so geht der Strahl im Innern durch einen festen Punkt, den *optischen Mittelpunkt*; seine Abstände von den beiden Scheiteln sind den Krümmungsradien der Flächen proportional, denn es besteht die Beziehung

$$\frac{CA}{CA'} = \frac{R - CO}{R' - CO'} = \frac{R}{R'}.^1)$$

Wir verlängern den Strahl SI bis zum Schnittpunkt mit der Hauptachse in n (Fig. 273). Da die beiden Geraden $X'n$ und Sn zwei von dem virtuellen Punkt n ausgehende Strahlen darstellen, die durch die erste Brechung zur Convergenz in C gebracht werden, so sind n und C in Bezug auf die erste Fläche conjugirt; der Punkt n ist also ebenfalls ein Fixpunkt. Gerade so verhält

¹⁾ Das optische Centrum befindet sich also bei einer biconvexen oder biconcaven Linse im Innern, bei einer planconvexen oder planconcaven im Scheitel der gekrümmten Fläche, bei einem Meniskus ausserhalb der Linsen, und zwar auf der Seite derjenigen Fläche, die den kleineren Radius hat.

es sich mit dem Punkt n' , wo der austretende Strahl RI' die Achse trifft. Folglich *gibt jeder einfallende, durch den Punkt n gehende Strahl Veranlassung zu einem parallelen austretenden, der durch n' geht*. Die beiden Punkte n und n' heissen die *Knotenpunkte* der Linse. Es sind die Bilder des optischen Centrums in beiden

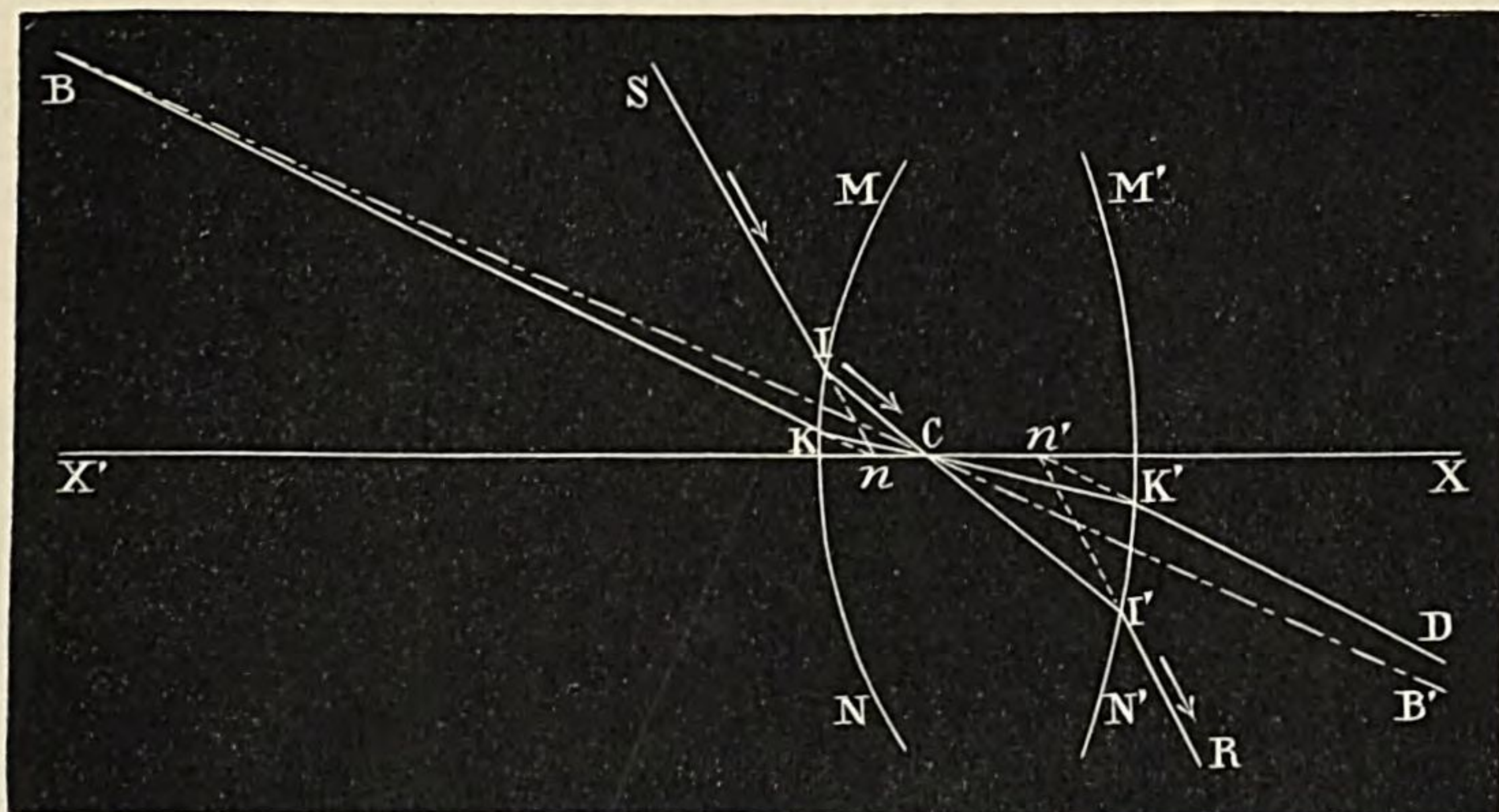


Fig. 273.

Flächen der Linse; ihr Ort lässt sich demnach nach den Gesetzen der Brechung durch eine Kugelschale von geringer Öffnung leicht bestimmen.

Wenn diese Linse unendlich dünn ist, fallen die beiden Knotenpunkte und das optische Centrum mit dem geometrischen Mittelpunkt der Linse zusammen; der letztere ist also der Punkt, durch den die Strahlen ohne Abweichung gehen und folglich das Ähnlichkeitscentrum zwischen Gegenstand und Bild.

Die allgemeinen Formeln, die sich auf den Fall beliebiger Grenzmedien beziehen, erhalten hier die Form

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right); \quad (1)''$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \quad (2)''$$

und

$$\omega \omega' = f^2. \quad (3)''$$

Die Analogie zwischen Linsen und Spiegeln ist eine sehr weitgehende; eine Sammellinse verhält sich wie ein Concavspiegel, eine Zerstreuungslinse wie ein Convexspiegel von derselben Brenn-

weite.¹⁾ Die *Stärke* einer Linse wird wie für einen Spiegel als der reciproke Werth der Brennweite

$$P = \frac{1}{f}$$

definirt. Die Einheit der Stärke oder *Dioptrie* ist die Stärke einer Linse, deren Hauptbrennweite gleich 1 m ist.²⁾

Wenn man zwei unendlich dünne Linsen an einander kittet, so hat man

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f},$$

$$-\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'},$$

folglich

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'};$$

die Stärke der Combination ist also gleich der Summe der einzelnen Stärken. Allgemein ist die Stärke eines aus mehreren, unendlich dünnen und sich berührenden Linsen gebildeten Systems gleich der algebraischen Summe der Stärken dieser Linsen.

Allgemeine Eigenschaften eines beliebigen, centrirten Systems. — Hat man es mit einer Kugelfläche von geringer Öffnung zu thun, so darf man annehmen, dass der einfallende und der austretende Strahl die im Scheitel der Kugelkalotte errichtete Tangentialebene in ein und demselben Punkte schneiden, denn der zur Verwendung gelangende Theil der Kugelkalotte weicht eben von dieser Tangentialebene nur sehr wenig ab. Nun hat Gauss³⁾ folgendes nachgewiesen: Fallen auf ein beliebiges System centrirter Kugelflächen von geringer Öffnung Strahlen, welche gegen die Hauptachse nur wenig geneigt sind, so giebt es immer zwei conjugirte Ebenen, welche vom einfallenden und vom austretenden Strahl

¹⁾ Es ist zu beachten, dass das durch eine Linse gebrochene Licht seinen Weg nach vorne fortsetzt, während das von einem Spiegel reflectirte sich nach rückwärts fortpflanzt. Daraus folgt, dass in unserm Fall, im Gegensatz zu den bei Spiegeln zutreffenden Verhältnissen, Bild und Gegenstand sich immer in demselben Sinne verschieben.

²⁾ Die Einführung des metrischen Systems an Stelle des duodecimalen bei der Auswerthung von Brennweiten, die man früher in Zoll ausdrückte, wurde von Javal beim Pariser ophthalmologischen Congress von 1867 vorgeschlagen und 1875 in Berlin angenommen. Die *Dioptrie* als Einheit der Stärke rührt von Monoyer her.

³⁾ Gauss, Dioptrische Untersuchungen. Abhand. der Kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen 1; 1838—43.

in gleicher Höhe geschnitten werden; dies sind die *Hauptebenen* des Systems. Als erste Hauptebene bezeichnet man diejenige, welche zum einfallenden Strahl gehört, als zweite diejenige, welche dem austretenden Strahl entspricht. Das Vorhandensein dieser beiden Ebenen lässt sich leicht folgendermaassen nachweisen: F und F' seien die beiden Brennpunkte des Systems; dann gehört zu einem parallel zur Achse einfallenden Strahle SK ein conjugirter austretender Strahl $K'F'$, und ebenso zu einem eintretenden, mit der Verlängerung von SK zusammenfallenden Strahle $S'K'$ ein austretender Strahl KF . Da nun die Fortpflanzungsrichtung eines Strahles beliebig gewählt werden kann,

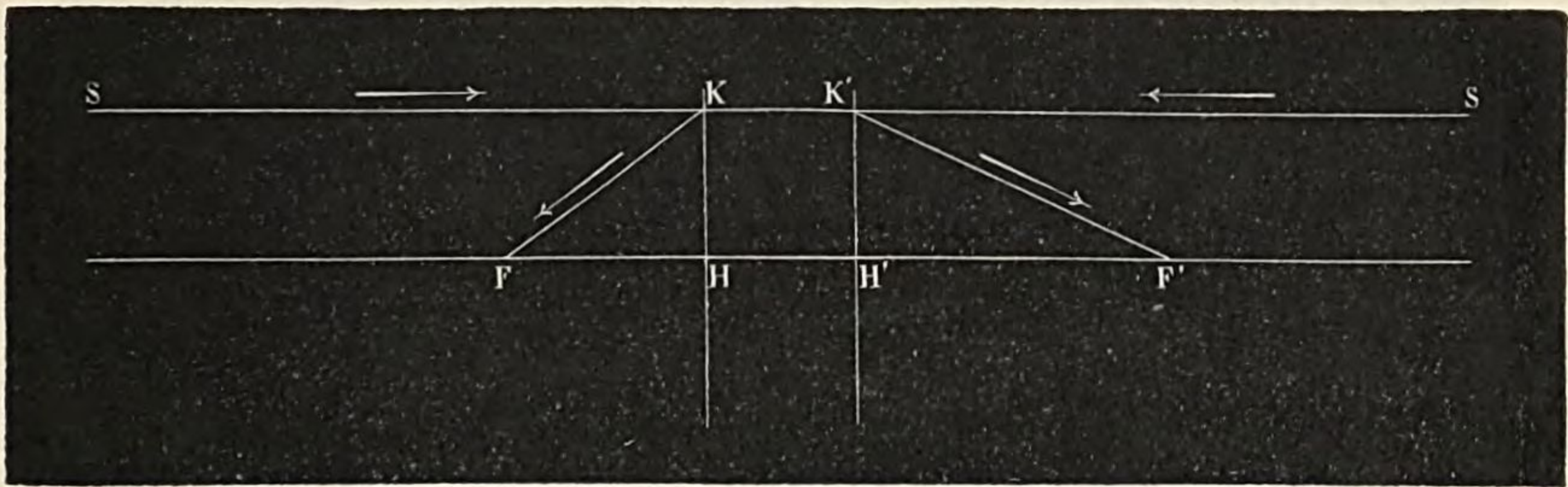


Fig. 274.

so darf man annehmen, dass die beiden Strahlen SK und FK von K ausgehen und in Richtung von $K'F'$ und $K'S'$ das System verlassen; somit sind K und K' conjugirte Punkte. Dasselbe gilt aber für zwei beliebige Punkte, die sich auf derselben Seite der Achse und in gleichem Abstände von der letzteren auf den beiden senkrecht zur Achse errichteten Ebenen KH und $K'H'$ befinden. Eine Gerade KH , welche in der einen dieser Ebenen liegt, wird also in der anderen Ebene als Gerade $K'H'$ von gleicher Grösse und Richtung abgebildet. Die Punkte H und H' , in welchen die Achse von den Hauptebenen geschnitten wird, heissen *Hauptpunkte*; dieselben bilden zusammen mit den beiden Brennpunkten die *Kardinalpunkte* des Systems.

Ein optisches System ist durch seine Kardinalpunkte vollständig bestimmt.¹⁾ Kennt man nämlich diese vier Punkte, die

¹⁾ Allgemein ist ein optisches System durch vier Bedingungen definiert, worunter sich wenigstens eine Vergrößerung befinden muss. Die Hauptbrennebenen (welche gleichzeitig ein Paar conjugirter Ebenen und eine Vergrößerung darstellen) ersetzen zwei Bedingungen; jede Hauptbrennebene, einzeln genommen, repräsentirt eine Bedingung, denn sie entspricht einem Paar conjugirter Ebenen.

beiden Brennpunkte F, F' und die beiden Hauptpunkte H, H' , so kann man stets den zu einem beliebigen einfallenden Strahle PK conjugirten Strahl bestimmen. Da der einfallende Strahl in K die erste Hauptebene trifft, so gehört der Punkt K' , welcher in gleicher Höhe in der zweiten Hauptebene liegt, zum conjugirten Strahl. Um einen zweiten Punkt zu erhalten, legt man durch den ersten Brennpunkt einen zum einfallenden Strahl parallelen Strahl, der nach der Brechung parallel der Achse verläuft und

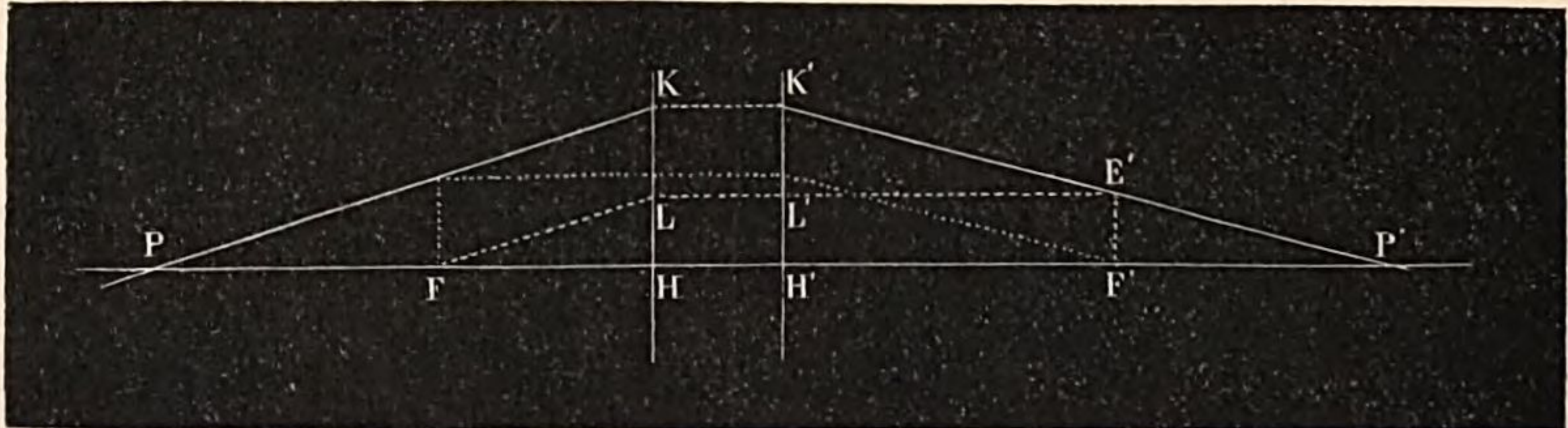


Fig. 275

die zweite Brennebene in E' schneidet. E' ist dann der gesuchte zweite Punkt, denn die beiden parallelen Strahlen PK und FL müssen nach ihrem Austritte durch einen und denselben Punkt der zweiten Brennebene gehen. Durch ein analoges Verfahren lässt sich auch die Richtung des eintretenden Strahles bestimmen.

Stets also wird man den zu einem Achsenpunkte P conjugirten Punkt P' finden können.

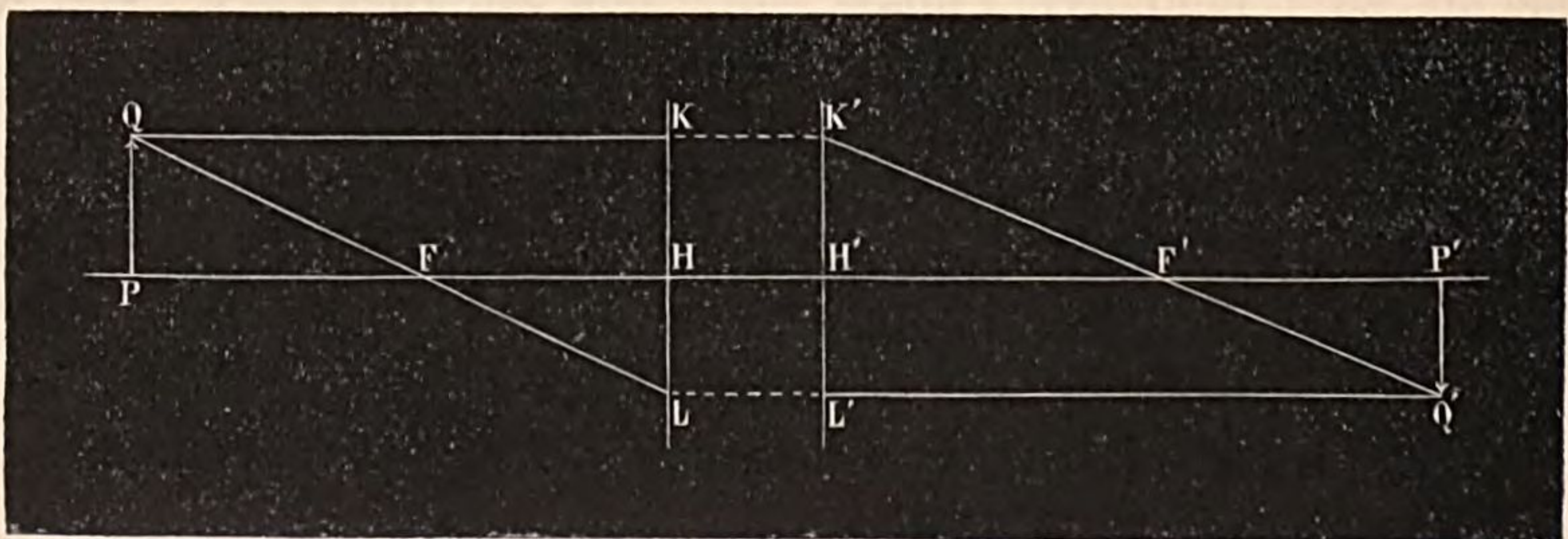


Fig. 276.

Will man zu einem ausserhalb der Achse liegenden Punkte Q den conjugirten Punkt Q' bestimmen, so benutzt man dazu den achsenparallelen Strahl QK (Fig. 276), welcher nach der Brechung in der Richtung $K'F'$ austreten muss, und den Strahl, welcher durch den ersten Brennpunkt F geht und parallel zur Achse in der Richtung LL' austritt; man erhält somit in $P'Q'$ das Bild von PQ .

Bezeichnet man die Strecken HF und HP , die vom ersten Hauptpunkte aus nach dem ersten Medium zu positiv gerechnet werden mögen, mit f und p , und die Strecken $H'F'$ und $H'P'$, welche vom zweiten Hauptpunkte aus nach dem zweiten Medium zu positiv gezählt werden sollen, mit f' und p' , so ergeben sich aus den Dreiecken QKL und FHL einerseits und $Q'K'L'$ sowie $F'H'K'$ andererseits die Beziehungen:

$$\frac{-I}{-I+O} = \frac{f}{p},$$

$$\frac{O}{-I+O} = \frac{f'}{p'},$$

also

$$\frac{f}{p} + \frac{f'}{p'} = 1.^1) \quad (\text{II})^2)$$

Wählt man also als Ausgangspunkte der Messung die beiden Hauptpunkte und hält an der Abmachung in Betreff der Vorzeichen fest, so gelangt man wieder zur Hauptformel (II). Dasselbe würde der Fall sein, wenn man zum Ausgangspunkt ein beliebiges Paar conjugirter Ebenen wählte.

Die beiden obigen Gleichungen liefern uns auch die Beziehung

¹⁾ Wandert das Object vom ersten Brennpunkt nach der ersten Hauptebene, so verschiebt sich das Bild in der gleichen Richtung, wie das Object, von $-\infty$ zur zweiten Hauptebene; es giebt demnach eine Ebene, in der Bild und Object sich begegnen. Martin machte auf diese Ebene aufmerksam (Ann. de chim. et de phys. [4] 10, 426; 1867), die bereits von Bravais (Ann. de chim. et de phys. [3] 33, 498; 1835) erwähnt worden war. Der zwischen F und H liegende Punkt B , wo die Bravais'sche Ebene die Achse schneidet, wird gewöhnlich als Listing'scher asymptotischer Punkt bezeichnet (Listing, Pogg. Ann. 129, 466; 1866). Da derselbe mit seinem Bilde zusammenfällt, so gilt offenbar, wenn man mit ω , ω' und δ die Strecken FB , $F'B$ und HH' bezeichnet, $\omega + \omega' = f + f' + \delta$ und $\omega\omega' = ff'$. Diese beiden Gleichungen gestatten, die Grössen ω und ω' und somit die beiden Punkte B und B' zu bestimmen, welche gleichweit von den beiden Brennpunkten entfernt sind, und deren Entfernung von einander gegeben ist durch $b = \sqrt{(f + f' + \delta)^2 - 4ff'}$. Die Bedingung für die Realität dieser Punkte ist also $(f + f' + \delta)^2 - 4ff' > 0$. Reducirt sich das optische System auf eine in Luft befindliche unendlich dünne Linse, so fallen die Bravais'schen Ebenen sowie die Hauptebenen mit der Linsenoberfläche zusammen.

²⁾ Die Nummerirung dieser Hauptformeln entspricht der Nummerirung der in den früheren Paragraphen gefundenen analogen Formeln. — G.

$$\frac{-I}{O} = \frac{p'}{p} \cdot \frac{f}{f'}; \quad (\text{IV})$$

ferner, wenn wir mit ω und ω' die Entfernungen FP und $F'P'$ bezeichnen,

$$\frac{-I}{O} = \frac{f}{\omega} = \frac{\omega'}{f'}, \quad (\text{V})$$

woraus folgt

$$\omega \omega' = f f'. \quad (\text{III})$$

Endlich gilt stets

$$n_1 O \alpha_1 = n_e I \alpha_e; \quad (\text{VI})$$

hierin bezeichnet n_1 bzw. n_e den Brechungsquotienten des ersten bzw. des letzten Mediums; α bedeutet den Winkel, welchen ein vom Punkte P ausgehender Strahl im Medium 1 mit der Hauptachse einschliesst, α_e den Winkel, welchen derselbe, durch den conjugirten Punkt P' gehende Strahl im letzten Medium mit der Hauptachse bildet.

Ist der austretende Strahl parallel dem einfallenden, d. h. ist $\alpha_e = \alpha_1$, so wird $\frac{I}{O} = \frac{n_1}{n_e}$. Die Punkte, in denen der einfallende bzw. austretende Strahl die Achse trifft, liegen von F und F' entfernt um

$$\omega_n = -\frac{n_e}{n_1} f$$

und

$$\omega_n' = -\frac{n_1}{n_e} f',$$

d. h., sie hängen nicht von α ab.¹⁾ Somit giebt es auf der Hauptachse zwei Punkte, welche dadurch charakterisirt sind, dass jedem durch den ersten Punkt gehenden, einfallenden Strahl ein durch den zweiten Punkt gehender, austretender Strahl entspricht, der dem eintretenden parallel ist. Diese Punkte führen den Namen *Knotenpunkte*; sie lassen sich auch durch eine einfache geometrische Construction finden:

¹⁾ Unter Berücksichtigung der allgemeinen Beziehung $\frac{f'}{f} = \frac{n_e}{n_1}$ findet man unmittelbar $\omega_n = -f'$ und $\omega_n' = -f$, Werthe, die wir noch direct ableiten wollen. Umgekehrt kann auch die Vergleichung dieser beiden Systeme von Gleichungen als Beweis für die Gültigkeit der oben angeführten allgemeinen Beziehung $\frac{f'}{f} = \frac{n_e}{n_1}$ dienen.

Es sei (Fig. 277) QE ein beliebiger, parallel zur Achse einfallender Strahl; derselbe trifft die erste Hauptebene in K , die zweite in K' und geht bei seinem Austritte durch den zweiten Brennpunkt F' in der Richtung $K'F'$. Wir ziehen nun durch den Punkt E , wo QE die erste Brennebene schneidet, einen Strahl $SE \parallel K'F'$, dann muss dieser Strahl ebenfalls parallel zu $K'F'$ austreten, denn alle von einem Punkte E der ersten Brennebene ausgehenden Strahlen bilden ja nach ihrem Austritte aus dem brechenden System ein Bündel paralleler Strahlen. Der austretende

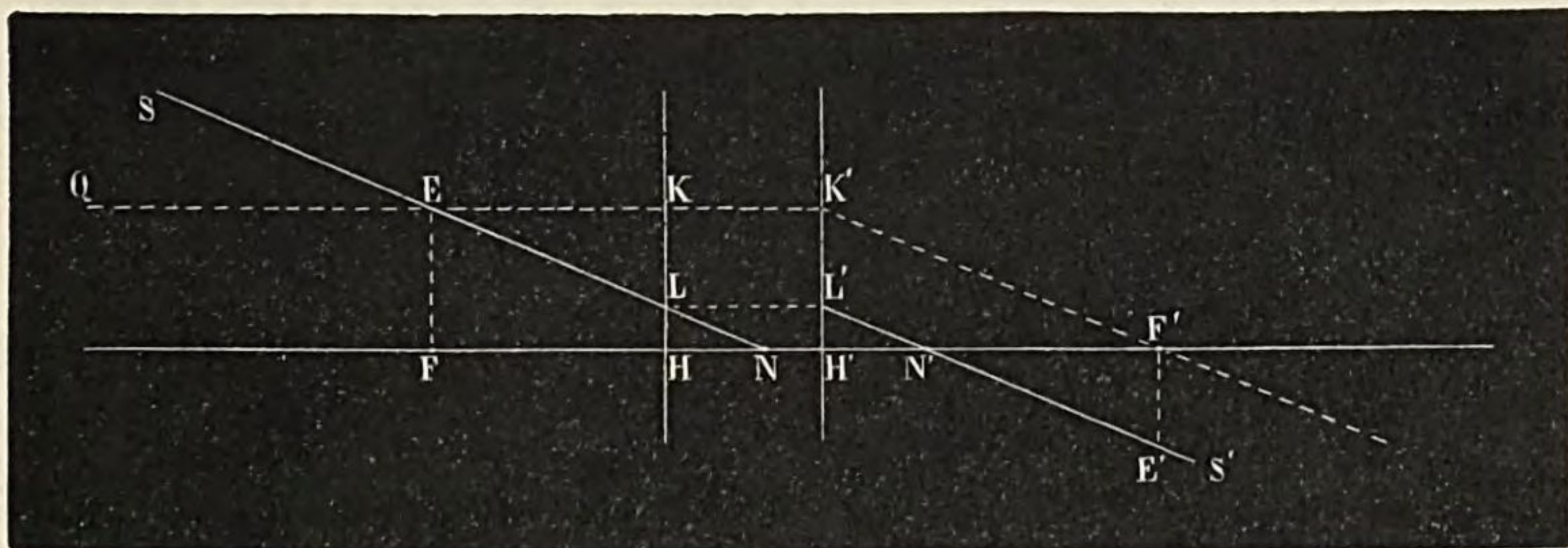


Fig. 277.

Strahl $L'S'$ wird also dem einfallenden Strahle SL parallel sein (der Punkt L' in der zweiten Hauptebene ist so zu wählen, dass $H'L' = HL$). Die Punkte N und N' , in welchen diese beiden Strahlen die Achse treffen, sind aber Fixpunkte, denn aus den rechtwinkligen Dreiecken $EFN \cong K'F'H'$ ($EF = K'H'$) und $N'F'E' \cong EKL$ ($E'F' = K'L' = KL$) folgt

$$FN = H'F' \text{ und } F'N' = KE,$$

das heisst

$$-\omega_n = f' \text{ und } -\omega_n' = f.$$

Hierbei bedeutet ω_n die Entfernung des ersten Knotenpunktes vom ersten Brennpunkte, die vom ersten Brennpunkte nach aussen hin positiv zu zählen ist, und ω_n' den Abstand des zweiten Knotenpunktes vom zweiten Brennpunkte, der ebenfalls vom zweiten Brennpunkte nach aussen hin positiv gerechnet werden muss. Zwei conjugirte Strahlen, von denen der austretende Strahl dem einfallenden parallel ist, gehen also durch zwei feste, conjugirte Punkte N und N' . Umgekehrt liesse sich auch leicht nachweisen, dass zwei parallele Strahlen, welche durch diese beiden Punkte gehen, conjugirt sind. Zwei derartige, conjugirte parallele Strahlen mögen *Directricen* heissen.

Aus

$$HN = H'N' = f' - f^1)$$

folgt noch

$$NN' = HH';$$

der Abstand der beiden Knotenpunkte ist also gleich dem Abstand der beiden Hauptpunkte; er wird als Interstitium δ bezeichnet.

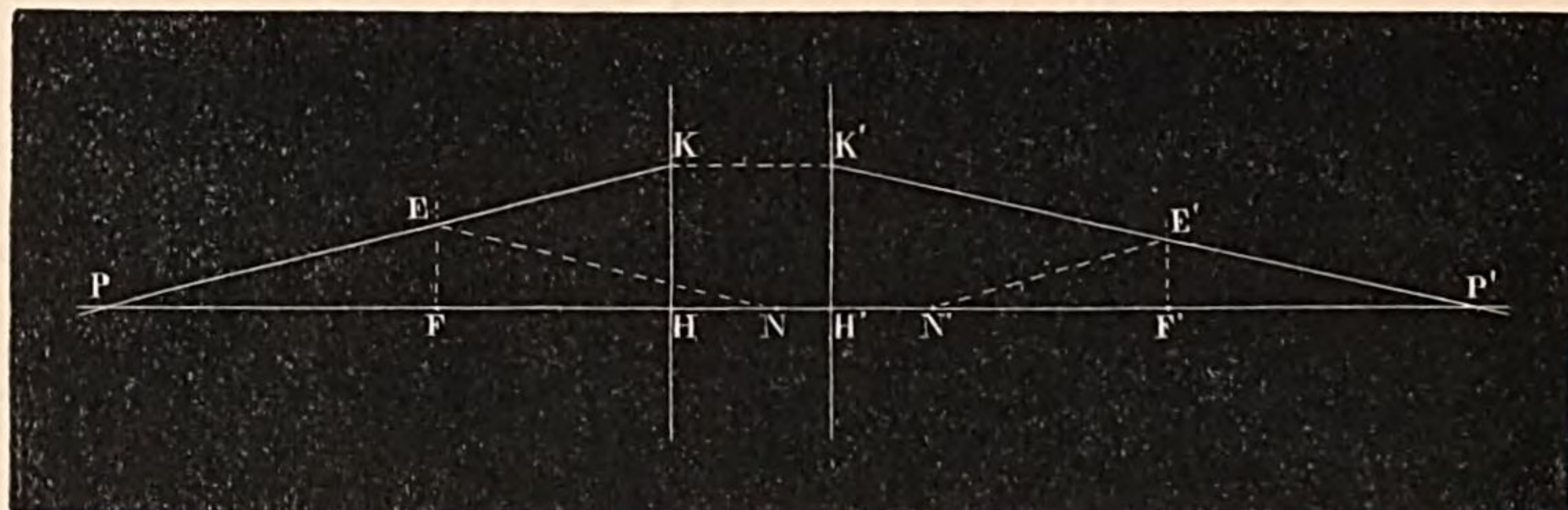


Fig. 278.

Fig. 278 zeigt, wie man mit Hülfe der Knotenpunkte auf zwei verschiedene Arten den zu einem beliebigen einfallenden Strahle conjugirten Strahl finden kann. Hierbei hat man eine der beiden folgenden Regeln anzuwenden:

Jeder von einem Punkte E der ersten Brennebene ausgehende Strahl tritt parallel zur ersten Directrix NE aus.

Jeder zur zweiten Directrix N'E' parallele Strahl trifft die zweite Brennebene in E'.

Man hat demnach entweder durch K' eine Parallele zu NE zu ziehen, oder K' mit dem Punkte E' zu verbinden, in welchem

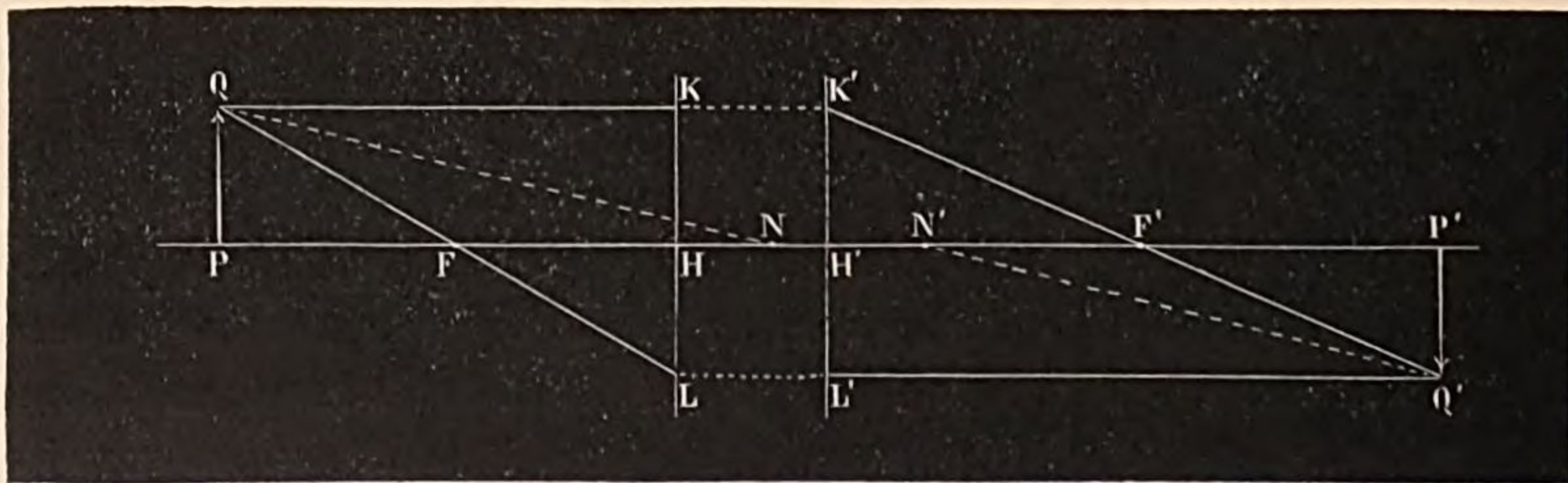


Fig. 279.

die Gerade $N'E'$, die durch N' parallel zu PK gezogen ist, die zweite Brennebene trifft.

¹⁾ Ist $HH' = 0$, dann fallen N und N' in dem früher bereits gefundenen doppelten Knotenpunkte zusammen.

Um das Bild Q' eines Punktes Q zu finden (Fig. 279), genügt es, zu einem der Strahlen $K'F'$ oder LL' noch die Directrix $N'Q'$ zu construiren, da das Strahlenpaar QN und $N'Q'$ den Strahl repräsentirt, welcher ohne Richtungsänderung das System passirt.

Linsen, deren Dicke nicht vernachlässigt werden darf. — Wir wollen diese Betrachtungen auf gewisse specielle Fälle anwenden, und zwar zunächst auf eine Linse von der Dicke $A_1A_2 = e$ und dem Brechungsquotient n_2 . Die Oberflächen A_1 und A_2 (Fig. 280) der Linse mögen die Krümmungsradien R_1 und R_2 besitzen und von zwei Medien mit den Brechungsquotienten n_1 bzw. n_3 umgeben sein. Bezeichnen wir mit F_1 und F_1' die Brennpunkte der ersten, mit F_2 und F_2' diejenigen der zweiten brechenden Fläche, so haben wir nach 427 zu setzen:

$$f_1 = \frac{n_1 R}{n_2 - n_1}; \quad f_1' = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1}$$

und

$$f_2 = \frac{n_2 R'}{n_2 - n_3}; \quad f_2' = \frac{n_3 R'}{n_2 - n_3}.$$

Ein Strahl SI (Fig. 280), der parallel der Achse einfällt und die Trennungsfläche der beiden Medien 1 und 2 in I_1 trifft, würde

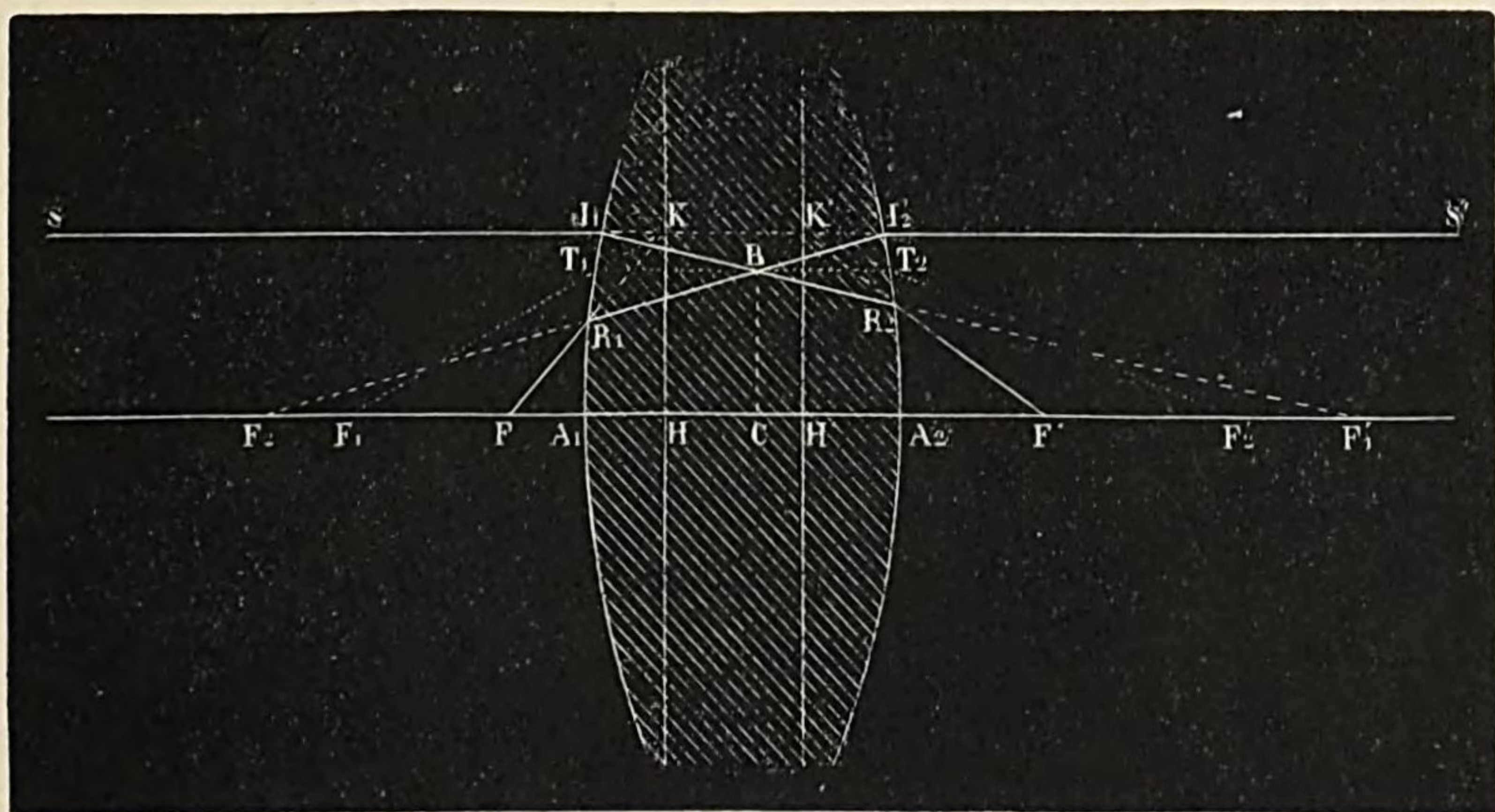


Fig. 280.

nach F_1' gelangen, wenn das zweite Medium sich bis dorthin erstreckte. Wir nehmen jedoch an, dass die Dicke e kleiner sei, als die Radien R und R' ; daher durchsetzt der Strahl I_1F_1' die Oberfläche, welche die Medien 2 und 3 trennt, in einem zwischen I_1 und F_1' gelegenen Punkte R_2 und wird nach R_2F' gebrochen,

so dass also F' den zweiten Brennpunkt der Linse darstellt. Bezeichnen wir mit HK und $H'K'$ die beiden Hauptebenen der Linse, so trifft der Strahl R_2F' die zweite Hauptebene in dem Punkte K' , der in gleichem Abstände von der Achse liegt, wie der Punkt K , in welchem der einfallende Strahl die erste Hauptebene schneidet. Ebenso wird ein Strahl $S'I_2$, der zunächst nach I_2F_2 , dann nach R_1F gebrochen wird, durch den ersten Brennpunkt F der Linse gehen; hierbei fällt die Richtung R_1F mit KF zusammen.¹⁾

Aus den ähnlichen Dreiecken $K'H'F'$ und R_2A_2F' folgt:

$$\frac{K'H'}{R_2A_2} = \frac{H'F'}{A_2F'}$$

und ebenso aus den Dreiecken $I_1A_1F_1'$ und $R_2A_2F_1'$

$$\frac{I_1A_1}{R_2A_2} = \frac{A_1F_1'}{A_2F_1'}$$

da nun $I_1A_1 = K'H'$, so ergibt sich hieraus:

$$\frac{H'F'}{A_2F'} = \frac{A_1F_1'}{A_2F_1'} = \frac{f_1'}{f_1' - e}$$

Andererseits sind die Punkte F_1' und F' in Bezug auf die brechende Fläche A_2 einander conjugirt; somit gilt

$$-\frac{f_2}{A_2F_1'} + \frac{f_2'}{A_2F'} = 1,$$

oder

$$-\frac{f_2}{f_1' - e} + \frac{f_2'}{A_2F'} = 1,$$

und hieraus folgt

$$A_2F' = \frac{(f_1' - e)f_2'}{f_1' + f_2 - e}.$$

¹⁾ Bezeichnen wir mit B den Punkt, wo sich die beiden Strahlen I_1F_1' und I_2F_2 schneiden, so sehen wir, dass die beiden Strahlen BI_1 und BR_1 sich nach der Brechung an der ersten Oberfläche (rückwärts verlängert) in K treffen, somit ist K das Bild von B in Bezug auf die brechende Fläche A_1 , und ebenso ergibt sich K' als das Bild von B in Bezug auf die brechende Fläche A_2 . Legen wir ferner durch den Punkt B den achsenparallelen Strahl T_1T_2 , so treffen auch die beiden durch die Brennpunkte F_1 und F_2' gehenden Strahlen rückwärts verlängert die Punkte K und K' . Somit sind auch die beiden Geraden KH und $K'H'$ die Bilder der Geraden BC in Bezug auf die beiden brechenden Oberflächen der Linse.

Es ist demnach

$$H'F' = f' = \frac{f_1' f_2'}{f_1' + f_2 - e}$$

und entsprechend

$$HF = f = \frac{f_1 f_2}{f_1' + f_2 - e}.$$

Hieraus ergibt sich

$$\frac{f'}{f} = \frac{n_3}{n_1},$$

d. h., das Verhältniss der Brennweiten einer Linse ist gleich dem Verhältniss der Brechungsquotienten der beiden umgebenden Medien und hängt nicht von der Substanz ab, aus welcher die Linse besteht.

Wir haben nun den Abstand der beiden Hauptpunkte von den entsprechenden brechenden Flächen zu bestimmen. Unter Benutzung der oben abgeleiteten Beziehungen finden wir

$$\frac{H'F' - A_2F'}{H'F'} = \frac{f_1' - (f_1' - e)}{f_1'} = \frac{e}{f_1'}$$

oder, wenn wir die Strecke $H'A_2$ mit h' bezeichnen, die wir, wie gewöhnlich, in der Richtung von H' nach A_2 als positiv rechnen,

$$\frac{h'}{f'} = \frac{e}{f_1'},$$

somit

$$h' = e \frac{f'}{f_1'} = e \frac{f_2'}{f_1' + f_2 - e}$$

und entsprechend

$$h = e \frac{f}{f_2} = e \frac{f_1}{f_1' + f_2 - e}.$$

Das Intervall $HH' = \delta$ wird daher

$$\delta = e - h - h' = e \frac{f_1' - f_1 + f_2 - f_2' - e}{f_1' + f_2 - e}.$$

Bestehen die beiden äusseren Medien aus Luft, so können wir setzen $n_3 = n_1 = 1$, $n_2 = n$; in diesem Falle haben die beiden Brennweiten gleiche Grösse, es ist also $f' = f$, und unsere früheren Formeln für f_1 , f_2 , f_1' , f_2' liefern uns

$$f = f' = \frac{n R R'}{(n-1)[n(R+R')-(n-1)e]}$$

oder

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} + \frac{n-1}{n} \frac{e}{R R'} \right).$$

Die Abstände h und h' der Hauptebenen von den brechenden Flächen erhalten dann die Werthe

$$h = e \frac{R}{n(R+R')-(n-1)e}$$

$$h' = e \frac{R'}{n(R+R')-(n-1)e},$$

sie sind also proportional den Krümmungsradien R und R' ,

$$\frac{h}{h'} = \frac{R}{R'}$$

und das Interstitium $\delta = e - h - h'$ wird

$$\delta = e(n-1) \frac{R+R'-e}{n(R+R')-(n-1)e}.$$

Ist die Dicke der Linse e nur klein im Vergleich mit den Krümmungsradien R und R' , so gilt angenähert

$$\delta = e \frac{n-1}{n}.$$

So ist bei einer gewöhnlichen Glaslinse vom Brechungsquotient $\frac{3}{2}$ der Werth von δ ungefähr gleich $\frac{e}{3}$.

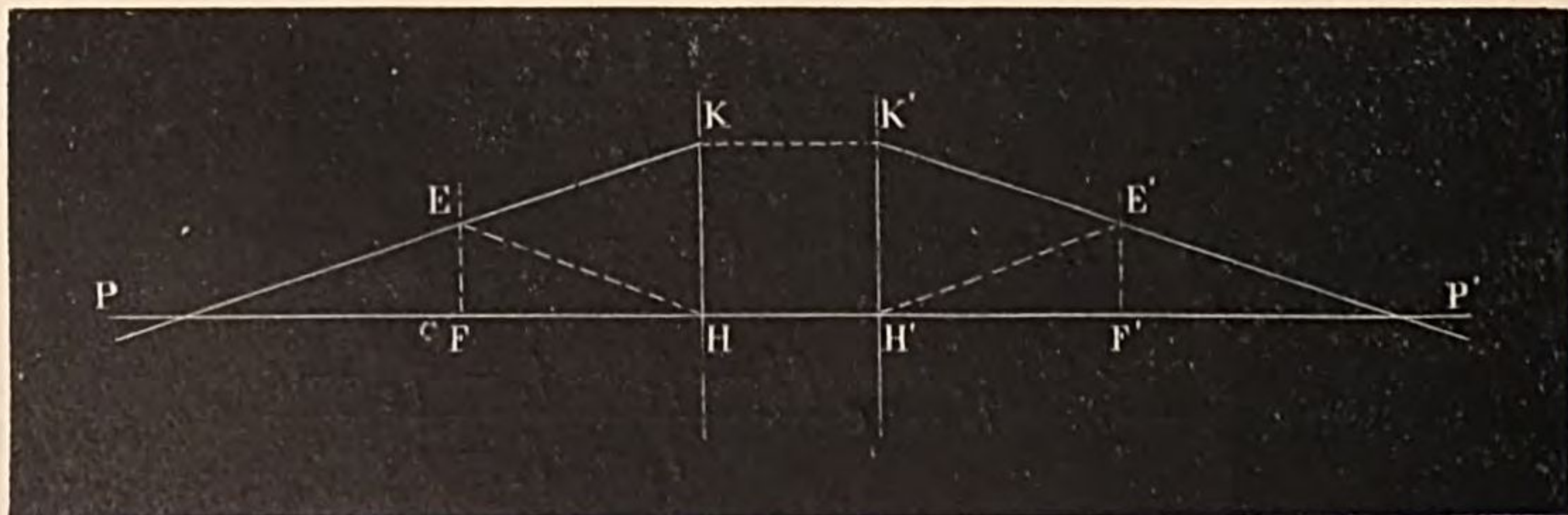


Fig. 281.

Ausserdem haben wir in diesem Falle wegen $f = f'$ auch $HN = H'N' = 0$; bei einer in Luft befindlichen Linse fallen

also die Knotenpunkte N und N' mit den Hauptpunkten H und H' zusammen, und der optische Mittelpunkt liegt bei C

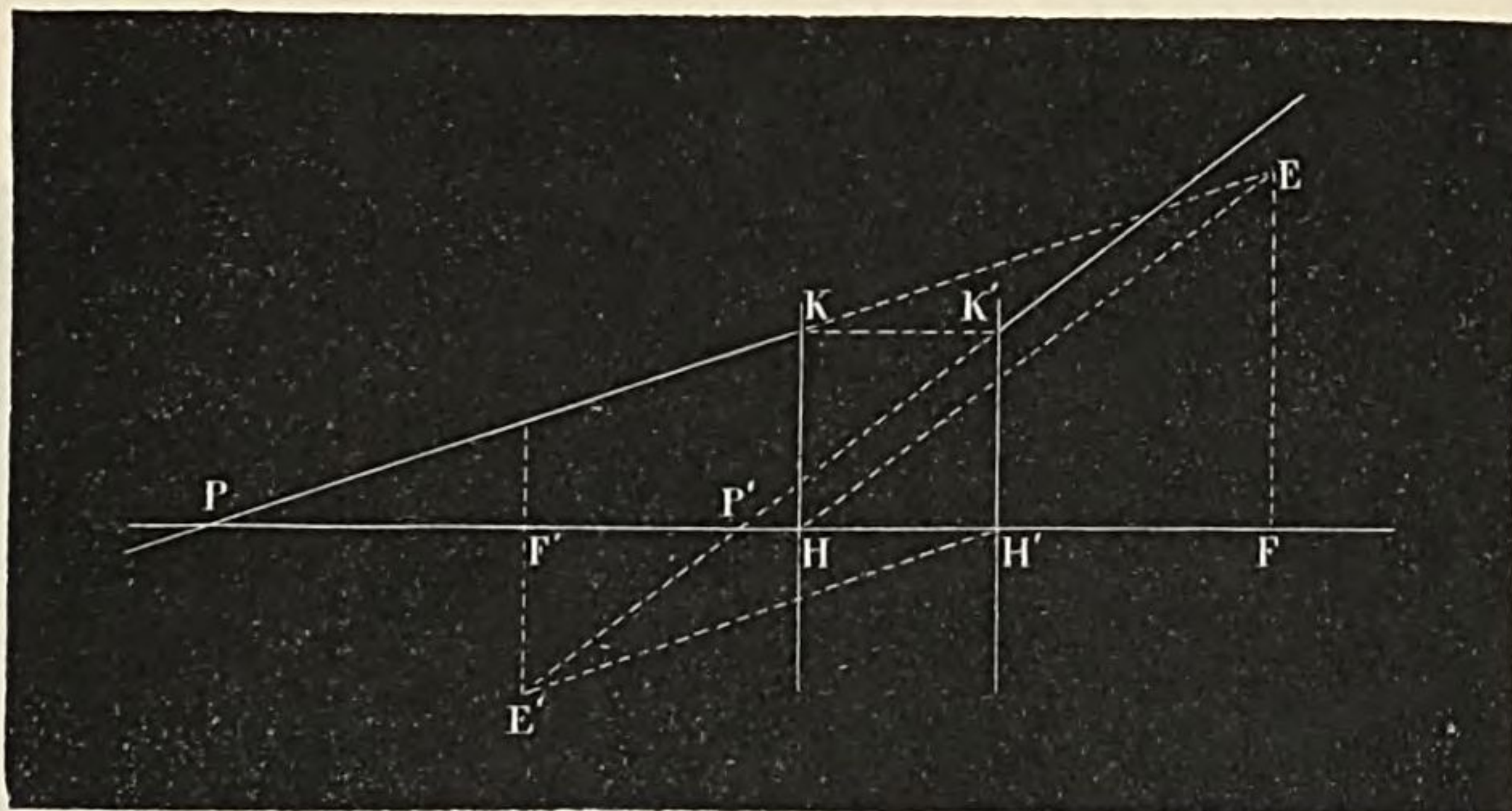


Fig. 282.

(Fig. 280); die drei Punkte H , H' und C sind immer paarweise conjugirt.

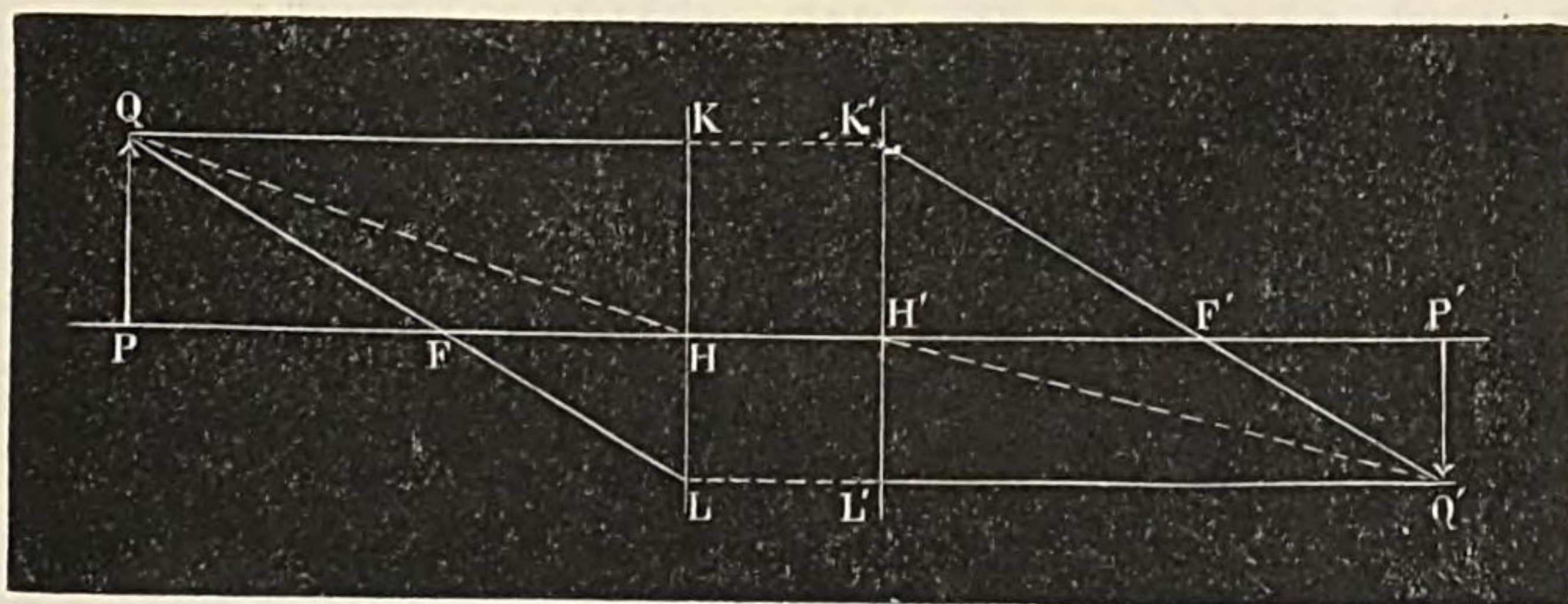


Fig. 283.

Die Constructionen, die man auszuführen hat, um zu einem gegebenen den conjugirten Strahl zu finden, oder das Bild einer

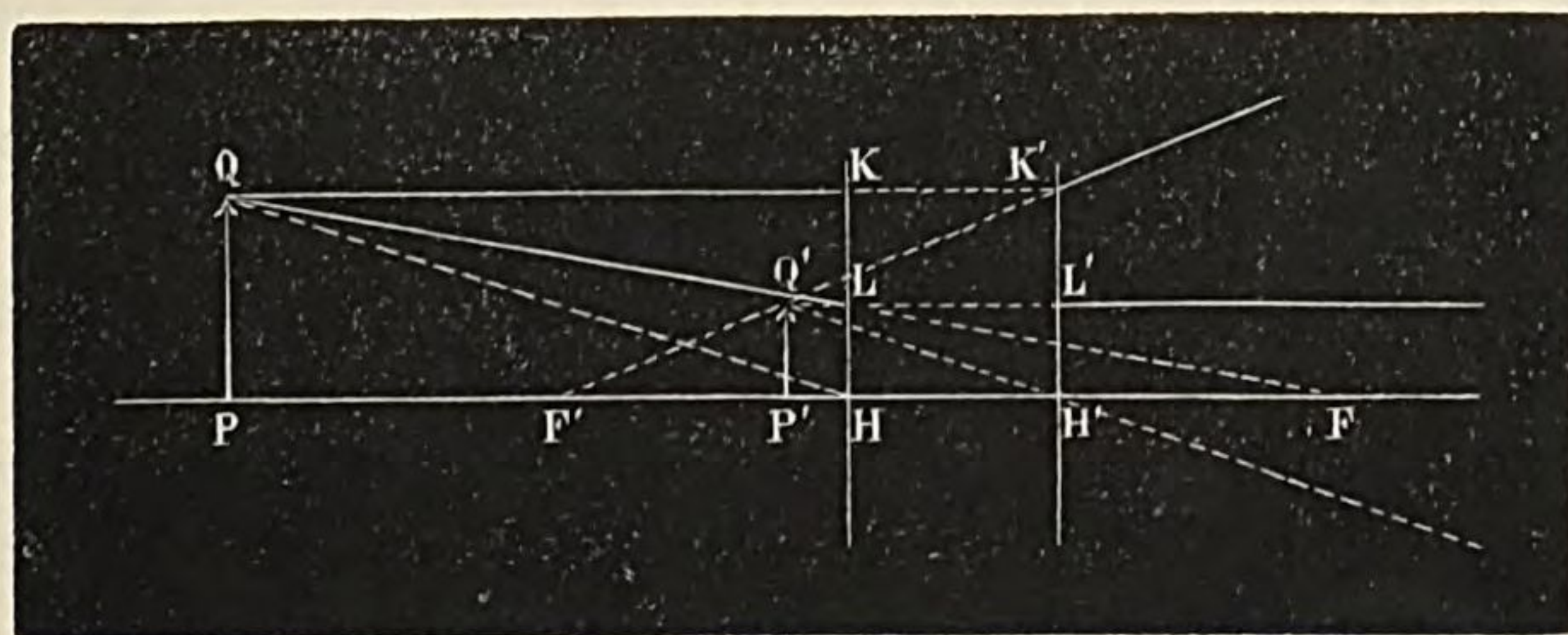


Fig. 284.

kleinen, auf der Achse errichteten Senkrechten zu finden, vereinfachen sich dann in der Weise, wie es aus den Figuren 281 und

283 (Sammellinsen) und 282, 284 (Zerstreuungslinsen) ersichtlich ist.

Wir wollen nun die verschiedenen, früher bereits erwähnten Linsenformen untersuchen.

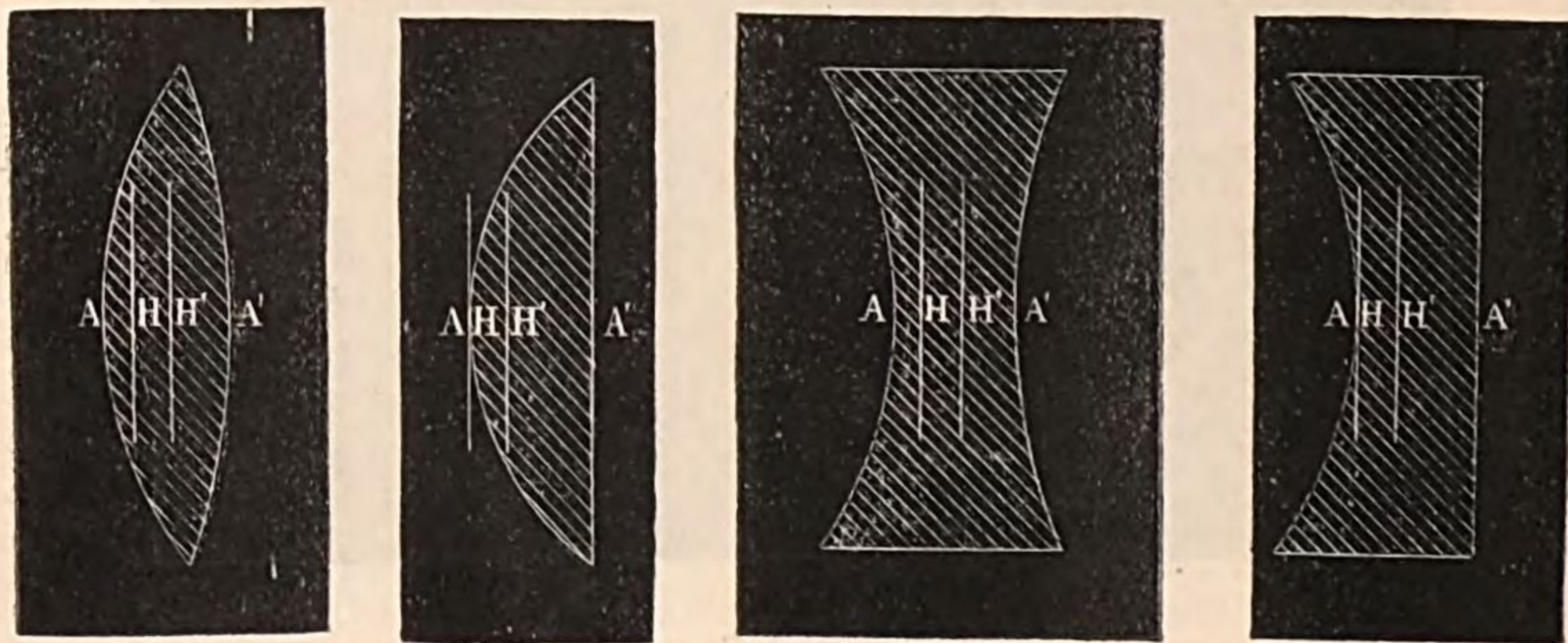


Fig. 285.

Über die *Biconvexlinse* ist zu den oben ausgeführten Ableitungen und Figuren, die sich gerade auf diese Linsenform bezogen, nichts mehr hinzuzufügen.

Bei einer *Planconvexlinse* ist $R' = \infty$ zu setzen, somit wird $f = \frac{R}{n-1}$ und $h = 0$; die erste Hauptebene berührt also die gekrümmte Fläche der Linse; ferner ist $h' = \frac{e}{n}$ und somit $\delta = \frac{n-1}{n}e$.

Bei der *Biconcavlinse* sind beide Krümmungsradien negativ zu nehmen; daher ist f negativ,

$$f = - \frac{n \bar{R} \bar{R}'}{(n-1)[n(\bar{R} + \bar{R}') + (n-1)e]},$$

wenn $-\bar{R}$ und $-\bar{R}'$ die Krümmungsradien der beiden Linsenflächen bezeichnen. h , h' und δ sind positiv, die Punkte H und H' liegen also in normaler Anordnung im Innern der Linse.

Bei der *Planconcavlinse* ist

$$\bar{R}' = \infty, \quad f = - \frac{\bar{R}}{n-1}, \quad h = 0, \quad h' = \frac{e}{n}, \quad \delta = \frac{n-1}{n}e.$$

Für die *Concavconvexlinse* (convergenten Meniscus) gilt

$$f = \frac{n R \bar{R}'}{(n-1)[n(\bar{R}' - R) + (n-1)e]};$$

f ist somit positiv, wenn

$$n(\bar{R}' - R) + (n - 1)e > 0,$$

das heisst, wenn

$$\bar{R}' - R + e > \frac{e}{n}.$$

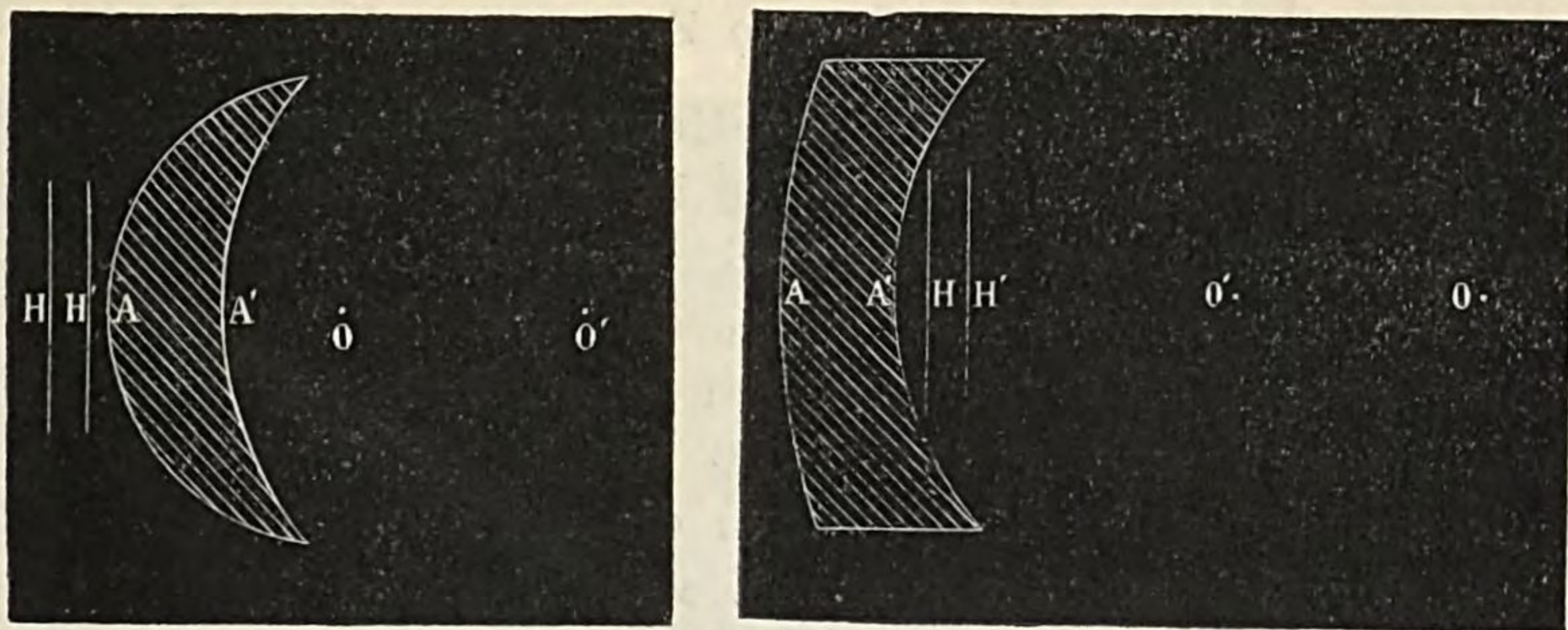


Fig. 286.

Nun stellt die linke Seite dieser letzten Ungleichung den Abstand d der Krümmungsmittelpunkte O und O' beider brechenden Flächen dar, wir haben somit folgende drei Fälle zu unterscheiden:

1. $d > \frac{e}{n}$: Die Linse ist eine Sammellinse. Es genügt also hierzu nicht, dass die Linse an den Rändern dünner ist als in der Mitte, denn dies ist schon der Fall, wenn $d > 0$, es muss vielmehr $d > \frac{e}{n}$ sein.

Ist diese Bedingung erfüllt, dann sind die Abstände der Punkte H und H' von den brechenden Flächen A und A' gegeben durch

$$h = \frac{-eR}{n(\bar{R}' - R) + (n - 1)e},$$

$$h' = \frac{e\bar{R}'}{n(\bar{R}' - R) + (n - 1)e}$$

und es ist

$$\delta = e(n - 1) \frac{\bar{R}' - R + e}{n(\bar{R}' - R) + (n - 1)e}.$$

h ist also negativ, h' positiv, δ ebenfalls positiv; die Punkte H und H' sind normal angeordnet, aber H liegt ausserhalb der Linse.

Nehmen wir ausserdem noch an, dass die Linsendicke kleiner ist als jeder der beiden Krümmungsradien, so liegen auch die beiden Brennpunkte ausserhalb der Linse. Es ist nämlich $f > h'$, denn, da $R > e$, so ist auch $nR > e$ und erst recht $\frac{nR}{n-1} > e$.

2. $d = \frac{e}{n}$: Die Linse ist teleskopisch.

3. $d < \frac{e}{n}$: Die Linse ist eine Zerstreuungslinse. In diesem

Falle ist h positiv, h' negativ, die Hauptpunkte liegen rechts von den entsprechenden Oberflächen. δ ist positiv, wenn $d < 0$, d. h. wenn die Linse an den Rändern dicker ist als in der Mitte; dann sind die Hauptpunkte normal angeordnet und der Gang der Lichtstrahlen entspricht demjenigen bei einer Biconcav- oder Planconcavlinse. Umgekehrt ist $\delta < 0$ für $d > 0$; in diesem Falle ist die Anordnung der Hauptebenen die umgekehrte, H' liegt vor H , und der Strahlengang ist so, wie ihn Fig. 287 wiedergibt.

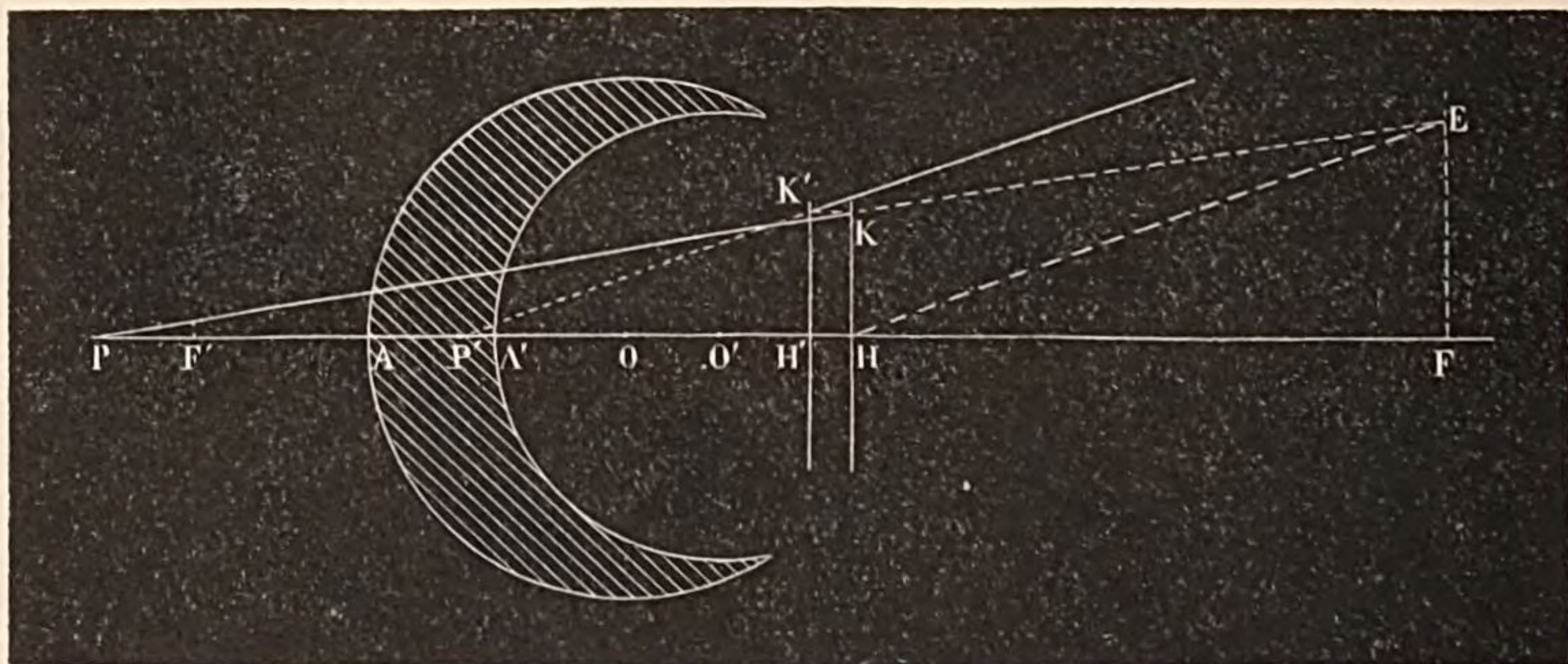


Fig. 287.

Bei geringer Dicke der Linse liegen also die beiden Hauptebenen im Innern der Biconvex- oder Biconcavlinse; geht die eine brechende Fläche in eine Ebene über, so berührt die eine Hauptebene die gekrümmte Fläche; bei einem Meniscus (Concavconvex- oder Convexconcav-Linse) liegt wenigstens die eine Hauptebene ausserhalb, und zwar auf der Seite der stärker gekrümmten Fläche.

Verbindung zweier optischen Systeme. — Wir untersuchen nun ein optisches System, das aus zwei Linsen oder allgemeiner aus zwei Systemen 1 und 2 besteht, die wir durch ihre Hauptebenen A_1, A_1', A_2, A_2' und ihre Brennpunkte F_1, F_1', F_2, F_2' darstellen wollen. Der Abstand der Hauptebenen beider Systeme sei δ_1 bzw. δ_2 und der Abstand der zweiten Hauptebene des ersten

Systems von der ersten Hauptebene des zweiten Systems $A_1'A_2$ sei e . Die beiderseits an das erste System grenzenden Medien mögen die Brechungsquotienten n_1 und n_m besitzen, die Brechungsquotienten der das zweite System umgebenden Medien mögen n_m und n_e sein. Es lassen sich nun die Elemente des resultirenden Systems gerade wie bei einer einzelnen Linse bestimmen, nur dass die Ebenen A_1 und A_2 hier aus je zwei Ebenen bestehen.

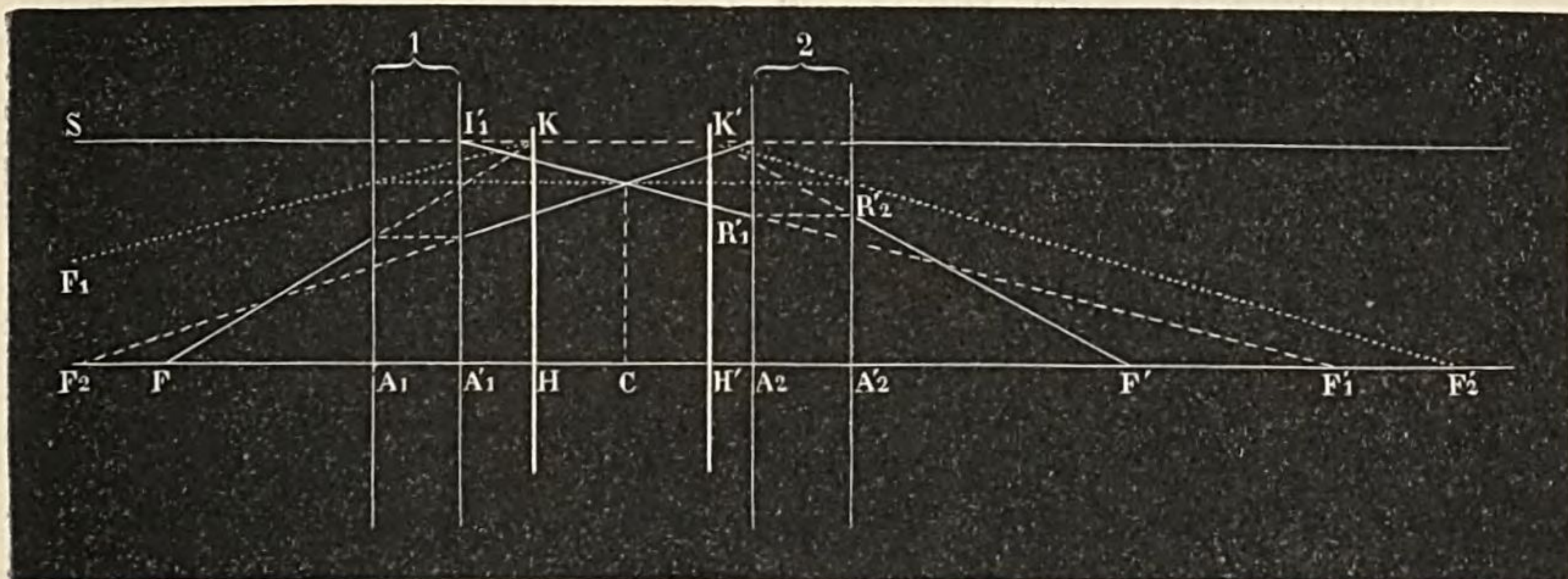


Fig. 288.

Die ähnlichen Dreiecke $K'H'F'$ und $R_2'A_2'F'$ einerseits und $I_1'A_1'F_1'$ und $R_1'A_1F_1'$ andererseits liefern uns die Beziehungen

$$\frac{K'H'}{R_2'A_2'} = \frac{H'F'}{A_2'F'}$$

und

$$\frac{I_1'A_1'}{R_1'A_2} = \frac{A_1'F_1'}{A_2F_1'}$$

hieraus folgt, da

$$K'H' = I_1'A_1' \quad \text{und} \quad R_2'A_2' = R_1'A_2,$$

$$\frac{H'F'}{A_2'F'} = \frac{A_1'F_1'}{A_2F_1'} = \frac{f_1'}{f_1' - e}.$$

Da andererseits die Punkte F_1' und F' in Bezug auf System 2 conjugirt sind, so gilt

$$A_2'F' = \frac{(f_1' - e)f_2'}{f_1' + f_2 - e};$$

demnach ist

$$H'F' = f' = \frac{f_1'f_2'}{f_1' + f_2 - e},$$

und entsprechend

$$HF = f = \frac{f_1f_2}{f_1' + f_2 - e}.$$

Hieraus folgt:

$$\frac{f'}{f} = \frac{n_e}{n_1}.$$

Auch hier ergibt sich also das bereits früher formulirte Gesetz: „Das Verhältniss der Brennweiten des resultirenden Systems ist gleich dem Verhältniss der Brechungsindices der angrenzenden Medien“. Das Gesetz hat somit allgemeine Gültigkeit.

Andererseits wird die Lage der Hauptpunkte des Systems bestimmt durch die Gleichungen (S. 435):

$$h' = e \frac{f'}{f_1'} = e \frac{f_2'}{f_1' + f_2 - e}$$

und

$$h = e \frac{f}{f_2} = e \frac{f_1}{f_1' + f_2 - e},$$

wo $h' = A_2'H'$ und $h = A_1H$ ist; die Lage der Cardinalpunkte ist somit bekannt.

Für den Abstand der beiden Hauptpunkte des ganzen Systems ergibt sich

$$\delta = e + \delta_1 + \delta_2 - h - h'.$$

Besteht das System aus zwei in Luft befindlichen Linsen, so ist $f_1 = f_1'$, $f_2 = f_2'$, und die obigen Formeln gehen über in

$$f = f' = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e},$$

$$h = e \frac{f_1}{f_1 + f_2 - e},$$

$$h' = e \frac{f_2}{f_1 + f_2 - e},$$

$$\delta = - \frac{e^2}{f_1 + f_2 - e} + \delta_1 + \delta_2.$$

Wenn der Nenner aller dieser Ausdrücke Null wird, dann liegen die Cardinalpunkte des Systems im Unendlichen und die oben angegebenen Constructionen verlieren ihre Gültigkeit; man bezeichnet ein derartiges System als *afokales* oder *teleskopisches* System. Besteht bei einem solchen System das einfallende Strahlenbündel aus parallelen Strahlen, so gilt dies auch für das austretende Strahlenbündel, dagegen ändert sich im Allgemeinen der Querschnitt des Strahlenbündels sowie die Richtung desselben; nur ein achsenparalleles Bündel tritt wieder als solches aus.

Wir wollen der Einfachheit halber annehmen, die beiden Linsen, aus denen das System besteht, seien unendlich dünn und befinden sich im Abstand e ; dann ist das Verhältniss von Bildgrösse zu Objectgrösse gegeben durch

$$\frac{I}{O} = \frac{p_1}{p} \cdot \frac{p'}{e - p_1},$$

oder, wenn man p und p_1 mit Hülfe der Gleichungen

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f_1}$$

und

$$\frac{1}{e - p_1} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_2}$$

eliminiert,

$$\frac{I}{O} = - \frac{p'(f_1 + f_2 - e) + f_2(e - f_1)}{f_1 f_2}.$$

Für $f_1 + f_2 - e = 0$ folgt hieraus

$$\frac{I}{O} = - \frac{e - f_1}{f_1} = - \frac{f_2}{f_1}.$$

was sich auch aus den Figuren 289 und 290 direct ergibt.

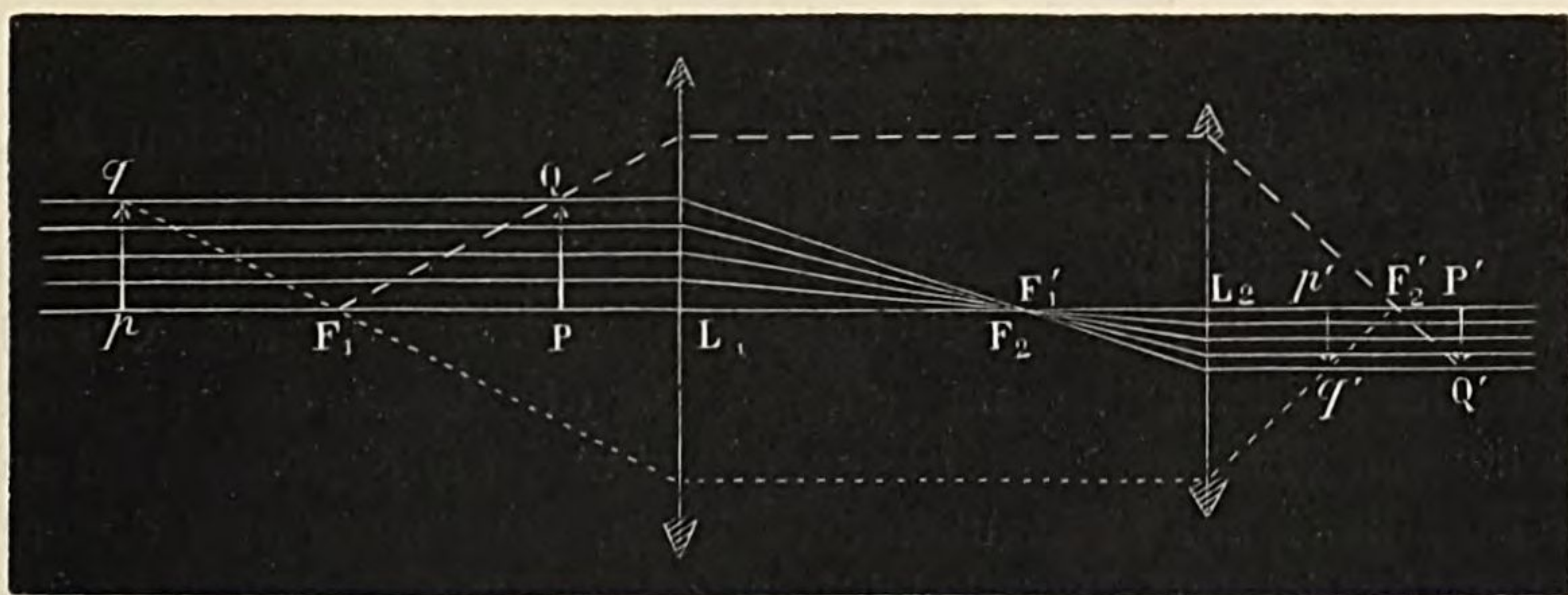


Fig. 289.

Die Grösse des Bildes hängt hier nicht von der Lage des Objectes ab.

Äquivalente Linse. — Geometrisch lässt sich jedes auch noch so complicirte optische System durch eine einzige Linse ersetzen, welche dieselben Cardinalpunkte besitzt, denn der Gang eines

Strahles in den beiden umgebenden Medien wird durch eine solche Substitution nicht geändert.

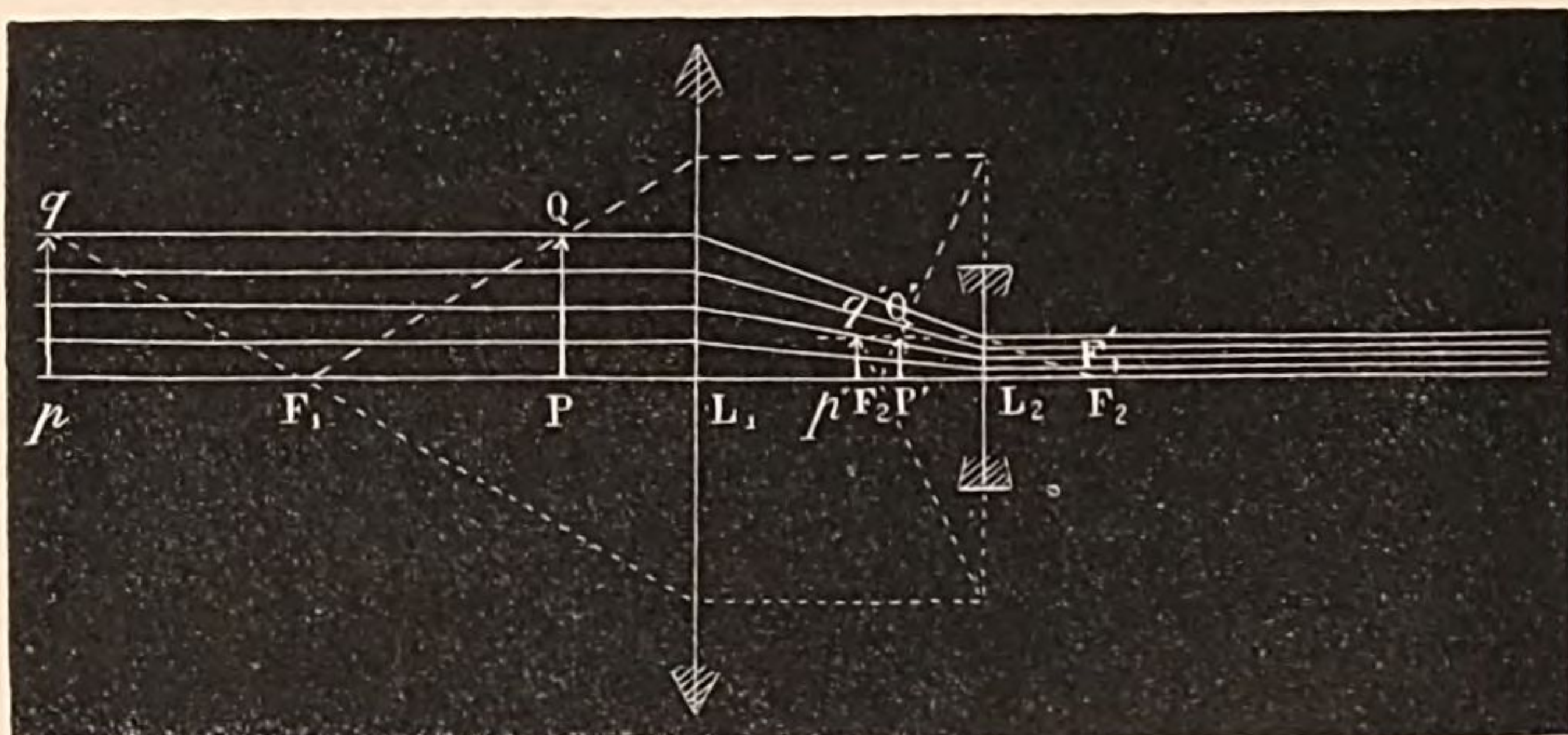


Fig. 290.

Unter der Voraussetzung, dass das umgebende Medium aus Luft besteht, beruht die Bestimmung der äquivalenten Linse auf der Lösung der folgenden vier Gleichungen (S. 436):

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} - \frac{n - 1}{n} \cdot \frac{e}{RR'} \right),$$

$$\delta = e - h - h',$$

$$h = e \frac{R}{n(R + R') - (n - 1)e},$$

$$h' = e \frac{R'}{n(R + R') - (n - 1)e};$$

hierin sind f und δ gegeben; von den sechs Unbekannten R , R' , n , h , h' , e bleiben also zwei willkürlich.

Wenn auch die Lösung der Aufgabe somit theoretisch stets möglich erscheint, so ist sie doch praktisch in den meisten Fällen nicht durchführbar, denn einmal ist die Lage der äussersten brechenden Flächen nicht gleichgültig, und andererseits sind auch die Einfallswinkel nicht unendlich klein, man muss also die sphärische Abweichung berücksichtigen, die sich nur durch passende Combination verschiedener Linsen vermindern lässt.

429. Experimentelle Bestimmung der charakteristischen Elemente eines optischen Systems. — *Messung der Stärke einer dünnen Linse.* Eine unendlich dünne Linse ist durch ihre Stärke bzw. ihre Brennweite definiert. Die Apparate, welche zur Bestimmung der Hauptbrennweite f dienen, heissen Focometer (focus

= Brennpunkt, metrum = Mass) oder Phakometer ($\varphi\alpha\kappa\acute{o}\varsigma$ = Linse, $\mu\acute{\epsilon}\tau\rho\omicron\nu$ = Mass).

Das *Fokometer* von Silbermann beruht auf dem Princip, dass eine Sammellinse von einem in der Entfernung $2f$ befindlichen Objecte ein gleich grosses, reelles, umgekehrtes Bild entwirft, das auf der anderen Seite der Linse in der gleichen Entfernung $2f$ liegt. Man befestigt die Sammellinse L , deren Brennweite gemessen werden soll, auf einem Stativ, das sich längs eines Maassstabes verschieben lässt. Auf demselben Maassstabe gleitet noch

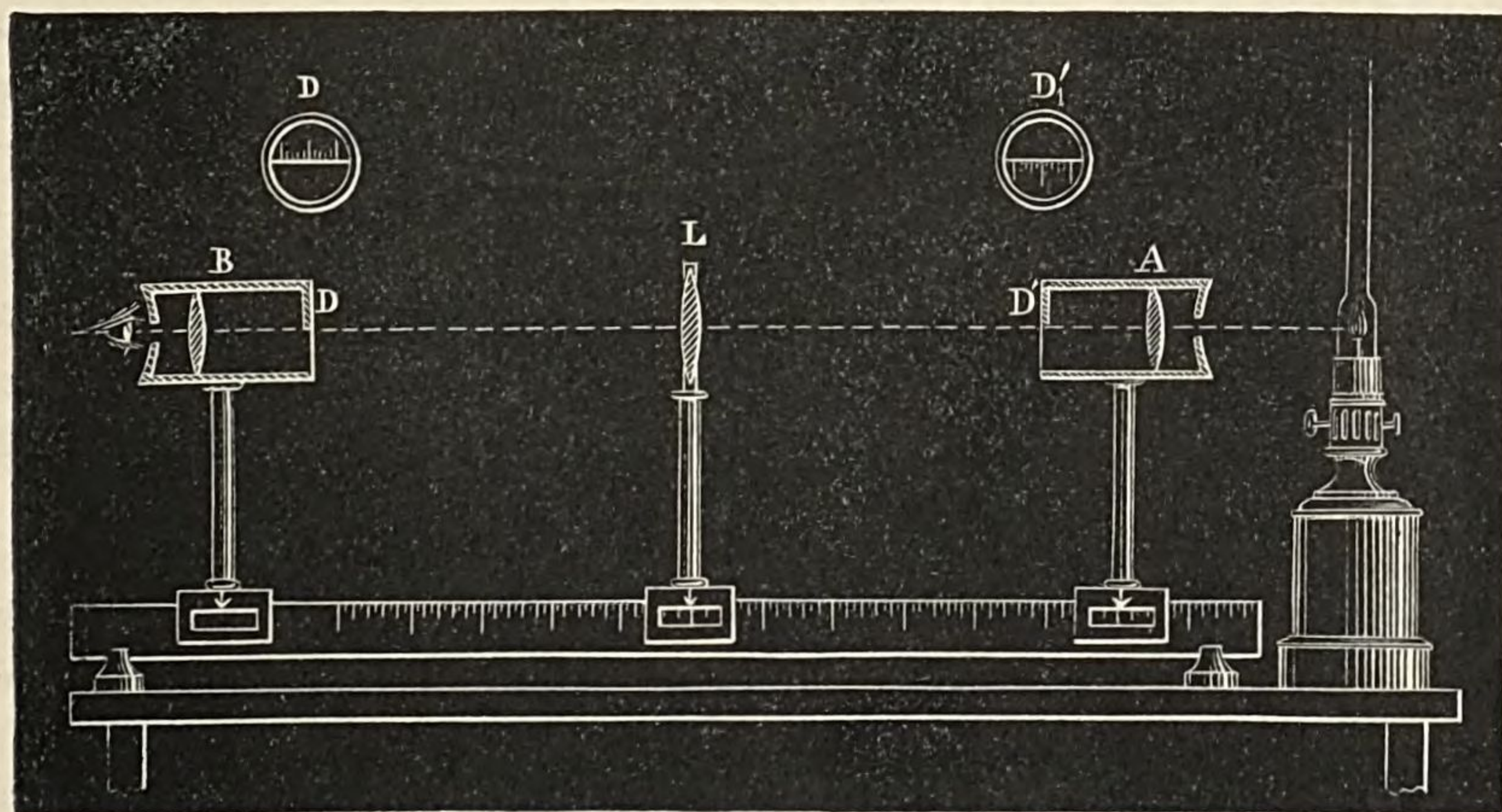


Fig. 291.

ein zweites Stativ, das eine halbkreisförmige Scheibe D' aus durchscheinender Substanz (Elfenbein oder mattem Glase) trägt; auf dieser Scheibe ist eine Millimetertheilung angebracht, welche mit Hülfe einer Beleuchtungslinse A durch eine Lampe erhellt wird. Auf der anderen Seite der Linse L steht, im Nullpunkte des Maassstabes, ein ähnliches System, das aus einer gleichen halbkreisförmigen Scheibe D und aus einer Lupe B besteht. Die letztere justirt man zunächst so, dass die Theilung auf D deutlich erscheint; sodann verschiebt man gleichzeitig die Stative von D' und von L , — und zwar so, dass stets $D'L = LD$ bleibt, — bis das (als D_1' erscheinende) Bild der Scheibe D' derart unter dem Bilde der Scheibe D sichtbar wird, dass die Striche D_1' genau in die Verlängerung der Striche D fallen.¹⁾

¹⁾ Dass das Bild von D' in der Ebene von D liegt, erkennt man daran, dass bei einer Verschiebung des Auges vor dem Okular keine relative Verschiebung (Parallaxe) der Striche von D und D_1' eintritt.

Der Abstand DD' ist dann gleich $4f$ oder genauer gleich $4f + \delta$, wenn δ den Abstand der beiden Hauptebenen (Interstitium) bezeichnet, welcher, wie wir wissen, bei mässig dicken Linsen ungefähr ein Drittel der Linsendicke beträgt.

Da es nicht ganz einfach ist, die beiden Glasscheiben stets in gleicher Entfernung von der Linse zu halten, so brachte Soleil einen Trieb mit zwei Zahnstangen an, durch welchen die beiden äusseren Stative stets in ganz gleicher Weise von der Linse weg bewegt werden, die in diesem Falle fest stehen bleibt. Dieselbe Bewegung wird bei dem *Phakometer* von Snellen durch zwei dünne, biegsame Stahlbänder hervorgebracht, welche einerseits am Object bzw. Bildschirm befestigt sind, andererseits an einem Schlitten, der auf dem Fusse des Apparates gleitet. Zwei Sammellinsen, die symmetrisch beiderseits der zu untersuchenden Linse angebracht sind, vermehren bei diesem Apparate noch die Convergenz der Lichtstrahlen. Der Maassstab besteht hier aus einer empirisch in Dioptrien getheilten Scala, welche direct die gesuchte Brennweite abzulesen gestattet, ohne dass jedesmal die Hülflinsen in Rechnung gezogen werden müssen.

Diese Apparate gestatten allerdings nicht, ohne Weiteres auch die Brennweite einer Zerstreuungslinse zu bestimmen; aber durch Verbindung einer passenden Sammellinse mit der Zerstreuungslinse lässt sich immer ein System herstellen, dessen Brennweite ermittelt werden kann; aus dieser und der bekannten Brennweite der Sammellinse lässt sich dann diejenige der Zerstreuungslinse berechnen. Bezeichnet man nämlich mit $\bar{f}$ den absoluten Werth der Brennweite der Concavlinse, mit f' die Brennweite der Hülfs-Convexlinse, mit φ die Brennweite des aus beiden Linsen bestehenden Systems, so ist

$$\frac{1}{\varphi} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{\bar{f}}$$

und somit

$$\bar{f} = \frac{f' \varphi}{\varphi - f'}.$$

Die Optiker bestimmen gewöhnlich die Stärke der Linsen und speciell der Brillengläser mit Hülfe eines Brillenkastens, welcher eine Reihe von Linsen mit stufenweise zunehmenden, positiven und negativen Stärkegraden enthält. Es genügt dann, diejenige Linse aus dem Brillenkasten zu suchen, welche die Wirkung der zu untersuchenden Linse gerade aufhebt. Man erkennt dies daran, dass das Bild eines Gegenstandes, den man durch die beiden Linsen zusammen genommen betrachtet, sich bei einer Verschiebung

derselben nicht verrückt. Die Nummer des Glases aus dem Brillenkasten, mit dem entgegengesetzten Zeichen genommen, giebt dann direct die Stärke der zu untersuchenden Linse an.¹⁾

Bestimmung der Hauptelemente eines optischen Systems. — Ein optisches System ist durch seine vier Cardinalpunkte bestimmt, nämlich die beiden Hauptbrennpunkte und die beiden Hauptpunkte (bei einem System, dessen äussere brechende Flächen von ein und demselben Medium umgeben sind, fallen die Hauptpunkte mit den Knotenpunkten zusammen). Die Lage dieser vier Punkte auf der Hauptachse des Systems hat man also zu bestimmen, vorausgesetzt, dass die theoretischen Bedingungen für den Aplanatismus und Achromatismus hinreichend erfüllt sind.²⁾

Das einfachste Verfahren,³⁾ das Cornu⁴⁾ wesentlich vervollkommenet hat, lässt sich folgendermaassen präcisiren: a) Man bestimmt die Lage der Hauptbrennpunkte F und F' , indem man den Vereinigungspunkt der Strahlen ermittelt, welche von einem in unendlicher Entfernung befindlichen Objecte ausgehen, dem

¹⁾ Eine einfache Methode zur Bestimmung des Brennpunktes einer dünnen Concavlinse ist von Budden (Nature No. 1346) mitgetheilt worden: Auf dem rechten Ende einer optischen Bank befindet sich ein Schirm mit runder Öffnung, durch welche die Strahlen einer Beleuchtungslampe auf eine links vom Diaphragma befindliche Convexlinse fallen. Links von der Convexlinse steht die zu untersuchende Concavlinse und ein ebener Spiegel. Die Mittelpunkte des Diaphragmas sowie der beiden Linsen mögen in einer zur Achse der Bank parallelen Horizontalen liegen. Man verschiebt nun Convexlinse und Schirm so lange, bis das Bild des Diaphragmas mit dem Diaphragma selbst zusammenfällt. Sodann entfernt man Concavlinse und Spiegel und setzt an Stelle des letzteren einen Schirm, den man so lange verschiebt, bis das durch die Convexlinse allein entworfene Bild des Diaphragmas auf ihm deutlich erscheint. Der Abstand der Schirmfläche von dem Punkte, wo sich die Concavlinse befand, giebt direct die Brennweite der letzteren. Das Strahlenbündel nämlich, das in Folge der Brechung durch die Convexlinse nach dem Brennpunkt der Concavlinse convergirt, tritt aus der letzteren parallelstrahlig aus und wird nach der Reflexion am Spiegel auf demselben Wege wieder zurückgesendet.

Selbstverständlich lässt sich diese Methode auch zur Bestimmung des Krümmungsradius eines Convexspiegels benutzen. — G.

²⁾ Ist das System nicht aplanatisch, so verringert man die Öffnung durch Vorsetzen eines passend gewählten Diaphragmas, um die sphärische Aberration zu beseitigen; ist es dagegen nicht achromatisch, dann verwendet man bei den Bestimmungen nur homogenes Licht (das Vorsetzen eines gefärbten Glases genügt meist schon).

³⁾ Wir nehmen an, das System befinde sich in Luft; dann sind bereits drei Bedingungen — darunter eine Vergrösserung — zur Bestimmung des Systems hinreichend.

⁴⁾ Cornu, Journ. de phys. 6, 276 u. 308; 1877.

man beide Grenzflächen des Systems nach einander zuwendet.
 b) Man stellt ein Object in der Entfernung ω von einem der Hauptbrennpunkte des Systems auf und bestimmt den Abstand ω' des Bildes vom anderen Hauptbrennpunkte; dann ist das Product $\omega\omega'$ gleich dem Quadrate der Hauptbrennweite, also gleich f^2 . Trägt man die Grösse f , von F und F' ausgehend, im richtigen Sinne ab, so findet man die Hauptpunkte H und H' .

a) Die erstere Bestimmung lässt sich leicht mit Hülfe eines beliebigen Objects ausführen, dessen Entfernung so gross ist, dass man sie als unendlich gross auffassen darf, oder auch mit Hülfe eines gut eingestellten Collimators. Cornu benutzt statt des unendlich entfernten Objects lieber ein in geringerer, aber annähernd bekannter Entfernung ω_1 befindliches Object; ist dann $\omega_1 = mf$, so wird $\omega_1' = \frac{f}{m}$; die Grösse ω_1' , um welche man den Abstand des Bildes vom Hauptpunkte verringern muss, um den Abstand des eigentlichen Brennpunkts zu erhalten, lässt sich bei genügend grossem m hinreichend genau bestimmen, auch wenn m nur annähernd bekannt ist.¹⁾

b) Die Messungen von ω und von ω' müssen mit möglichster Genauigkeit ausgeführt werden. Begeht man nämlich bei der Bestimmung von ω und ω' einen Fehler $\delta\omega$ bzw. $\delta\omega'$, so folgt daraus für f ein Fehler δf , der definirt ist durch die Gleichung

$$(f + \delta f)^2 = (\omega + \delta\omega)(\omega' + \delta\omega'),$$

oder angenähert

$$2f\delta f = \omega'\delta\omega + \omega\delta\omega',$$

oder

$$\frac{\delta f}{f} = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta\omega}{\omega} + \frac{\delta\omega'}{\omega'} \right).$$

Mit anderen Worten: der relative Fehler, den man bei der Bestimmung der Brennweite begeht, ist das Mittel aus den relativen Fehlern der Entfernungen ω und ω' des Objects bzw. Bilds vom Brennpunkt.

Die absoluten Fehler $\delta\omega$ und $\delta\omega'$ sind von derselben Grössenordnung, wie der Fehler $\delta\lambda$, welcher bei den Brennpunktsbestimmungen auftritt; man kann somit setzen:

$$\frac{\delta f}{f} = \frac{\delta\lambda}{2} \cdot \frac{\omega + \omega'}{\omega\omega'}.$$

¹⁾ Ist die Lage des Brennpunkts des Systems genau bestimmt, so kann man sich umgekehrt auch des letzteren zur Justirung eines Collimators bedienen.

Der relative Fehler wird also ein Minimum sein für $\omega = \omega'$; dieser Fall ist verwirklicht im Fokometer von Silbermann, wo $\omega = \omega' = f$; aber abgesehen davon, dass das Instrument keine sehr genauen Bestimmungen zulässt, erfordert auch diese Anordnungsweise bei Linsen mit grosser Brennweite einen beträchtlichen Raum (das Vierfache der Brennweite).

Cornu fand es praktischer und genauer, ω und ω' zwei Werthe zu geben, die sozusagen gleich, aber entgegengesetzt denen bei Silbermann sind; er wählte zu diesem Zwecke zwei sehr nahe an den Hauptpunkten gelegene Punkte, nämlich den Schnittpunkt der Hauptachse mit einer der beiden äussersten brechenden Flächen des Systems, und das durch die entgegengesetzte Fläche gesehene Bild dieses Schnittpunkts.



Fig. 292.

Zu diesem Zwecke bringt Cornu auf beiden Oberflächen mit Tusche je einen kleinen Strich S bzw. S' an (Fig. 292), dann wird das Bild von S , durch die Oberfläche S' gesehen, in Σ' erscheinen; er bestimmt nun mit Hülfe eines sogleich zu beschreibenden Verfahrens den Abstand $\Sigma'S' = \varepsilon'$. Sind ferner durch eine vorhergegangene Messung auch die Abstände der Brennpunkte F und F' von den benachbarten brechenden Flächen $FS = d$ und $F'S' = d'$ bekannt, so gestattet die Gleichung

$$d(d' + \varepsilon') = f^2$$

die Hauptbrennweite f zu berechnen.

Sodann wird das System umgedreht und das Bild Σ des auf der anderen Fläche angebrachten Strichs S' durch die brechende Fläche S beobachtet. Eine Messung des Abstandes $S\Sigma = \varepsilon$ giebt die neue Gleichung

$$d'(d + \varepsilon) = f^2,$$

welche ebenfalls f zu bestimmen erlaubt und somit eine Controle der ersten Bestimmung liefert.

Zur Messung von ε und ε' verwendet Cornu folgenden Apparat: Das mit einem passenden Diaphragma versehene System wird

genau centrirt in dem Rohre TT' (Fig. 293) befestigt, das auf einem Schlitten CC' ruht; dieser lässt sich auf einer mit Theilung versehenen Bank BB' verschieben. An einem Ende der Bank befindet sich ein Mikroskop LL' mit grosser Brennweite und positivem Ocular, durch dessen Fadenkreuz die Bildebene φ genau definirt ist.¹⁾ Man verschiebt nun den Schlitten, bis nach einander der auf der Oberfläche S' angebrachte Strich und sodann das Bild Σ' des Striches S scharf erscheint. Die Differenz der Lesungen an der Scala für die beiden Stellungen des Schlittens liefert die Länge ε' .

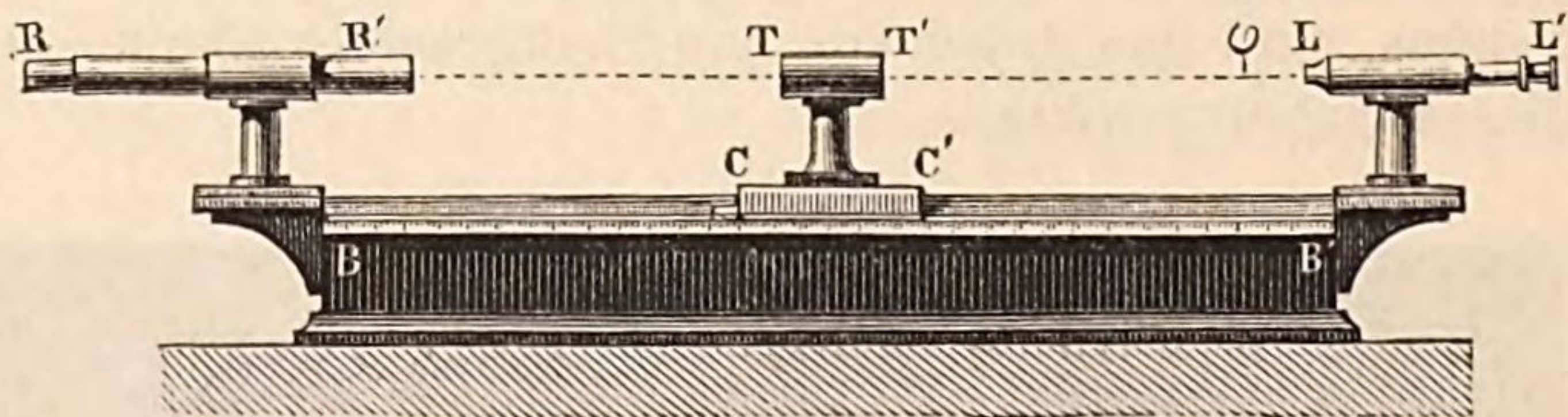


Fig. 293.

Zu einer vollständigen Untersuchung mit den nöthigen Controllmessungen sind 6 Beobachtungen nothwendig.

1. Zunächst richtet man die optische Hauptachse des Apparates auf ein Object, dessen Entfernung ungefähr bekannt und mehrere hundertmal so gross ist, als die Brennweite des zu untersuchenden Systems; dann wird der Schlitten so lange verschoben, bis das Bild dieses Objekts scharf im Gesichtsfeld des Mikroskopes erscheint²⁾ und die Stellung des Schlittens auf der Bank abgelesen; wir nennen die abgelesene Zahl z_0' .

2. Sodann nähert man den Schlitten, bis der Strich auf der zunächstgelegenen Oberfläche scharf erscheint; die Ablesung des Index am Schlitten möge z_1' ergeben.

3. Nun verschiebt man den Schlitten noch mehr, bis der auf der anderen Linsenfläche angebrachte Strich S deutlich erscheint; die neue Stellung des Index sei z_2' .

¹⁾ Am anderen Ende der Bank ist ein Collimator RR' angebracht, der für rascher auszuführende Messungen ein unendlich fernes Object ersetzen soll und nöthigenfalls entfernt werden kann.

²⁾ Ist das zu untersuchende System divergent, so muss man unter Umständen das Mikroskop durch ein astronomisches Fernrohr mit langem Auszug vorsetzen, das zum Erzielen einer genügenden Genauigkeit ein grosses Objectiv haben muss, damit die Strahlen des einfallenden Strahlenkegels keinen zu spitzen Winkel mit einander bilden.

Ist das anvisirte Object genügend weit entfernt, so hat man unmittelbar

$$d' = z_1' - z_0'; \quad d' + \varepsilon' = z_2' - z_0';$$

anderenfalls muss man die Lesung z_0' noch mit der oben angegebenen Correctionsgrösse versehen; im Übrigen bleiben die Formeln unverändert.

4. 5. 6. Man dreht das optische System um und macht drei ganz analoge Einstellungen. Die entsprechenden Ablesungen an der Scala seien z_0, z_1, z_2 , dann ist

$$d = z_1 - z_0; \quad d + \varepsilon = z_2 - z_0.$$

Hieraus folgt:

$$f^2 = (z_1 - z_0)(z_2' - z_0') = (z_1' - z_0')(z_2 - z_0).^1)$$

H. v. Helmholtz²⁾ bestimmte die Cardinalpunkte der Krystalllinse des menschlichen Auges mit Hülfe seines Ophthalmometers;³⁾

¹⁾ Zur Controle kann man auch die Entfernung δ der Hauptebenen des Systems folgendermaassen bestimmen: Man visirt mit dem Mikroskope das durch eine Sammellinse entworfene Bild einer Scala an, bringt dann zwischen das Bild und das Mikroskop das zu untersuchende System und verschiebt das letztere gleichzeitig mit dem Mikroskope so lange, bis das Bild wieder in der ursprünglichen Grösse erscheint. Ist dies der Fall, dann befindet sich das Bild in der ersten Hauptebene des Systems, die Visirebene des Mikroskops in der zweiten Hauptebene; die Verschiebung des Mikroskops liefert also unmittelbar die Grösse δ . (Sentis, Journ. de phys. (2) 8, 283; 1889.)

²⁾ H. v. Helmholtz, Handbuch der physiologischen Optik, 2. Aufl. S. 100 ff.

³⁾ Das Ophthalmometer besteht im Wesentlichen aus einem für geringe Entfernungen eingerichteten Fernrohre, vor dessen Objectiv zwei planparallele Glasplatten gleicher Dicke angebracht sind, deren jede eine Hälfte des Objectivs verdeckt. Befinden sich beide Platten in ein und derselben, zur Fernrohrachse senkrechten Ebene, so erblickt man nur ein einziges Bild des anvisirten Gegenstandes (leuchtenden Spaltes). Wenn man dagegen beide Platten in entgegengesetztem Sinne um gleiche Winkel neigt, so erhält man zwei Bilder, deren Entfernung man aus dem Brechungsquotient n der Platten und dem Winkel i zwischen den Platten und der Fernrohraxe berechnen kann (diese Entfernung ist das Doppelte der in 424 berechneten Verschiebung). Man hat nun die Platten um einen solchen Winkel i zu drehen, dass die beiden Bilder mit ihren einander zugewendeten Rändern sich berühren; in diesem Falle ist die Breite des Spaltbildes gerade gleich der durch n und i bestimmbaren Verschiebung. (v. Helmholtz, loc. cit. S. 11; Wissenschaftl. Abhandlungen 2, S. 286; 1888. S. auch A. Koenig, Das Ophthalmometer, seine Construction und seine Theorie; Zeitschr. f. Instrk. 3, 153; 1883.)

er maass nämlich die Breiten σ und σ_1 der Bilder eines erleuchteten Spaltes von der Breite s , welcher nach einander in die Entfernungen d und d_1 hinter die hintere Linsenfläche gebracht wurde.

Es ist dann

$$\frac{\sigma}{s + \sigma} = \frac{f}{d + h}, \quad \frac{\sigma_1}{s + \sigma_1} = \frac{f}{d_1 + h};$$

hieraus folgt

$$f = (d_1 - d) \frac{\sigma \sigma_1}{s(\sigma - \sigma_1)}$$

und

$$h = \frac{d_1 \sigma_1 (s + \sigma) - d \sigma (s + \sigma_1)}{s(\sigma + \sigma_1)}.$$

Durch Umdrehen der Linse erhielt er nochmals f und ausserdem h' .

Als Mittel aus mehreren Messungen ergab sich $f = 46 \text{ mm}$, $h = 2,5 \text{ mm}$, $h' = 1,5 \text{ mm}$; da die Dicke der Krystalllinse höchstens $4,3 \text{ mm}$ beträgt, so beträgt also der Abstand der beiden Hauptebenen δ nicht mehr als $0,3 \text{ mm}$. Eine isolirte, in Luft befindliche Krystalllinse wirkt demnach nahezu ebenso wie eine unendlich dünne Linse mit einer Brennweite von $f = 46 \text{ mm}$.¹⁾

¹⁾ Die Construction eines neuen, handlichen und zuverlässigen Apparates zur Bestimmung der Brennweiten von Linsensystemen rührt von Abbe (Jena) her; eine eingehendere Beschreibung dieses „Fokometers“ findet sich bei Czapski, Zeitschr. f. Instrk. **12**, 185; 1892, sowie im Preisverzeichniss der optischen Messinstrumente von C. Zeiss, Jena 1893. Das Instrument gestattet die Bestimmung der Brennweite eines Linsensystems und der Örter seiner Cardinalpunkte aus den Vergrösserungen, mit welchen das System zwei in verschiedenen Abständen befindliche Objecte — Glasmaassstäbe — abbildet; es besteht in der Hauptsache aus einem Mikroskopstativ, auf dessen Tisch ein verschiebbarer Schlitten W angebracht ist. Die Verschiebung desselben lässt sich an einer Millimeterscala mit Nonius bis auf $0,02 \text{ mm}$ genau messen. Unterhalb des Tisches ist in einem Abstände von ca. 100 mm eine in $0,5 \text{ mm}$ getheilte Glasscala T fest angebracht; eine zweite kleinere, in $0,1 \text{ mm}$ getheilte Glasscala t lässt sich mittels eines Hebels unter dem Niveau der oberen Fläche des Mikroskoptischchens W vorübergehend in die Achse des Mikroskops führen und dort feststellen. Das zu messende Linsensystem wird centrisch zur Achse des Mikroskops auf den Schlitten W aufgelegt. Unter Benutzung je eines Objectivs von passender Brennweite, welches an den Mikroskoptubus angeschraubt wird, stellt man das Mikroskop zunächst auf das Bild ein, welches das Linsensystem von der unteren Scala T entwirft, und sodann auf das Bild der oberen Scala t . Nach jeder dieser Einstellungen wird die Verschiebung des Schlittens W gemessen, welche erforderlich ist, um bestimmte, in Bezug auf die Achse symmetrisch gegenüberliegende Theilstriche der Scala

430. Aberration. — *Brechung durch eine Kugelfläche.* — Wir gehen nochmals auf die Brechung durch eine Kugelfläche ein.

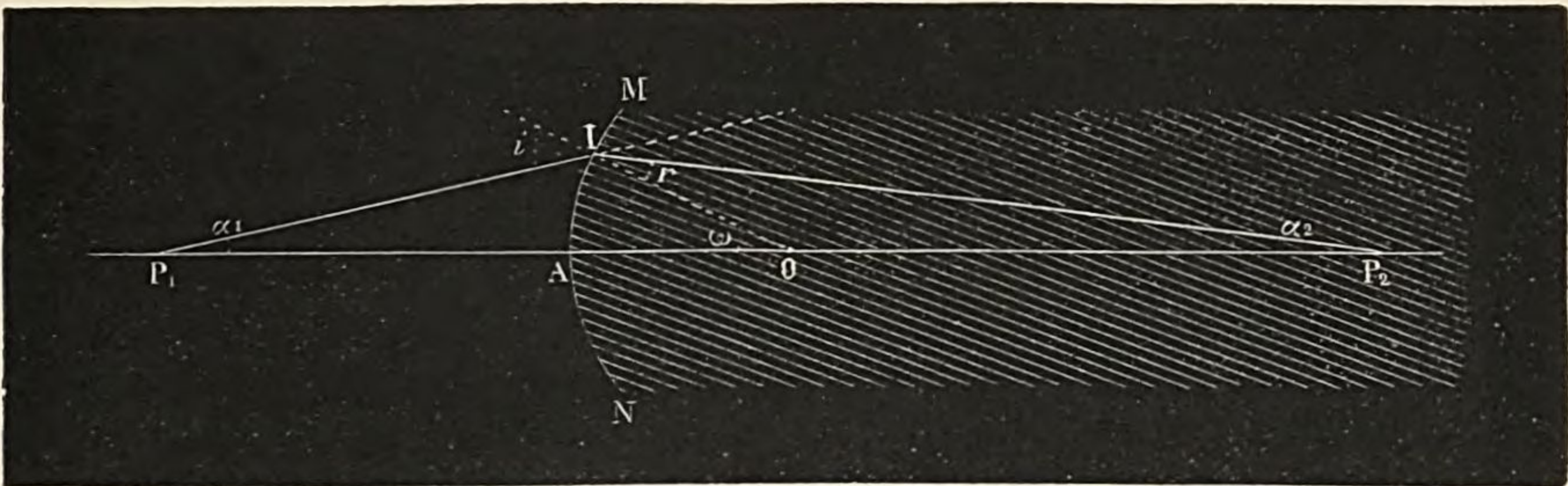


Fig. 294.

Nach Fig. 294 ist (vgl. auch S. 414):

$$\frac{\sin i}{\sin \omega} = \frac{p_1 + R}{IP_1}; \quad \frac{\sin r}{\sin \omega} = \frac{p_2 - R}{IP_2},$$

und somit

$$\frac{p_1 + R}{p_2 - R} = n \frac{IP_1}{IP_2}.$$

nach einander zur Deckung mit einem Strichkreuz im Ocular zu bringen. Sind diese Verschiebungen für die Scalen t und T bzw. Y_1 und Y_2 , die Abstände der beiden, durch die Bewegung des Schlittens nach rechts und nach links eingestellten Striche von einander bzw. y_1 und y_2 und der Abstand der beiden getheilten Flächen t und T von einander, der ein für allemal mit einem Tiefentaster genau bestimmt werden muss, $= a$, so gilt für die Brennweite f des Systems:

$$f = \frac{a}{\frac{y_2}{Y_2} - \frac{y_1}{Y_1}}.$$

Misst man ferner mit dem Tiefentaster noch die Entfernungen einer der Scalen sowie der äusseren Scheitel des Systems von der oberen Fläche der Platte W , so ergibt sich aus den Werthen der Entfernungen: „Scala-Brennpunkt“ und „Scala-Hauptpunkt“ durch einfache Subtraction oder Addition der Werth der Scheitelabstände der Haupt- und Brennpunkte des Systems.

Der Apparat eignet sich in dieser Form zur Bestimmung der Constanten positiver oder negativer Systeme von 50 mm Brennweite und darüber, wobei die Dimensionen des Systems 100 mm im Durchmesser und 50 mm in der Höhe nicht überschreiten dürfen. Bei achromatischen Linsen von über 100 mm Brennweite erhält man die Brennweite leicht bis auf weniger als 0,1% und die Abstände der Hauptpunkte von den Scheiteln auf weniger als 0,1 mm genau.

Dass das Instrument ohne Weiteres auch als Mikroskop verwendet werden kann, soll nicht unerwähnt bleiben. — G.

Bezeichnen wir mit y die Länge der vom Punkte I auf die Achse OA gefällten Senkrechten, so ist

$$IP_1 = \sqrt{y^2 + (p_1 + R - \sqrt{R^2 - y^2})^2}.$$

Bisher hatten wir angenommen, dass $IP_1 = p_1$ sei; wir wollen nun die Rechnung nochmals durchführen, indem wir die Glieder mit y^2 beibehalten, aber die Glieder höherer Ordnung vernachlässigen. Bei diesem Grade der Annäherung, welcher einer mässigen Öffnung der Kugelfläche entspricht, erhalten wir durch Entwicklung des obigen Ausdrucks

$$IP_1 = p_1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{p_1} \right) y^2$$

und ebenso

$$IP_2 = p_2 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{p_2} \right) y^2.$$

Demnach wird

$$\frac{p_1 + R}{p_2 - R} = n \frac{p_1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{p_1} \right) y^2}{p_2 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{p_2} \right) y^2}$$

oder

$$\frac{\frac{1}{R} + \frac{1}{p_1}}{\frac{1}{R} - \frac{1}{p_2}} = n \frac{1 + \frac{1}{2p_1} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{p_1} \right) y^2}{1 - \frac{1}{2p_2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{p_2} \right) y^2},$$

oder, wenn wir mit Herschel¹⁾ setzen:

$$\frac{1}{p_1} = \pi_1, \quad \frac{1}{p_2} = \pi_2, \quad \frac{1}{R} = \kappa, \quad \frac{1}{n} = \nu,$$

$$\frac{\kappa - \pi_2}{\kappa + \pi_1} = \nu \frac{1 - \frac{1}{2} \pi_2 (\kappa - \pi_2) y^2}{1 + \frac{1}{2} \pi_1 (\kappa + \pi_1) y^2};$$

durch Entwicklung dieses Ausdrucks ergibt sich unter Berücksichtigung der Grössen von der Ordnung y^2 :

¹⁾ J. F. W. Herschel, Phil. Trans. **111**, 1821.

$$\kappa - \pi_2 = \nu(\kappa + \pi_1) - \frac{1}{2} \nu(\kappa + \pi_1) [\pi_2(\kappa - \pi_2) + \pi_1(\kappa + \pi_1)] y^2.$$

Unter Beibehaltung der gleichen Genauigkeitsgrenze lässt sich die in der Klammer auftretende Grösse π_2 ersetzen durch die für die Centralstrahlen gültige Grösse

$$(\pi_2)_c = (1 - \nu)\kappa - \nu\pi_1 \quad [\text{vgl. 427 (1)}];$$

dies giebt

$$\pi_2 = (1 - \nu)\kappa - \nu\pi_1 + \frac{1}{2} \nu(1 - \nu)(\kappa + \pi_1)^2 [\nu\kappa + (1 + \nu)\pi_1] y^2. \quad (1)$$

Führen wir ein

$$A = (1 - \nu)\kappa - \nu\pi_1,$$

$$B = \frac{1}{2} \nu(1 - \nu)(\kappa + \pi_1)^2 [\nu\kappa + (1 + \nu)\pi_1],$$

so lässt sich der obige Ausdruck schreiben

$$\pi_2 = A + B y^2$$

und somit

$$p_2 = \frac{1}{A} - \frac{B}{A^2} y^2.$$

Für $n > 1$ schneiden also die Randstrahlen die Achse in geringerer Entfernung von der brechenden Fläche, als die Centralstrahlen (für die letzteren ist ja $y = 0$ und $(p_2)_c = \frac{1}{A}$).¹⁾ Die Längsabweichung (Longitudinal-Aberration) wird

$$\lambda = (p_2)_c - p_2 = \frac{B}{A^2} y^2,$$

die Seitenabweichung (Transversal-Aberration)

$$\varrho = \frac{B}{A} y^3 \quad (\text{vgl. S. 463}),²⁾$$

Diese Grössen werden Null für $p = -R$ und $p = -(n + 1)R$, wie sich aus dem Ausdrücke für B ergibt, wenn man $(\kappa + \pi_1)$

¹⁾ Dies lässt sich leicht experimentell dadurch nachweisen, dass man die ebene Fläche einer planconvexen Linse mit einem Diaphragma bedeckt, das vier Öffnungen hat, zwei in der Mitte und zwei am Rande.

²⁾ Diese Werthe kann man auch ohne Weiteres auf sphärische Spiegel anwenden, denn die Reflexion lässt sich als specieller Fall der Brechung auffassen, indem man nämlich setzt $n = -1$.

oder $\nu z + (1 + \nu)\pi_1 = 0$ setzt. Die Aberration ist dann Null, und zwar nicht nur bis auf Grössen von der Ordnung y^2 , sondern, wie man leicht sieht, ganz allgemein.¹⁾ Es lässt sich auch leicht durch das Experiment bestätigen, dass in diesen beiden speciellen Fällen die Bedingung für den Aplanatismus einer brechenden Fläche erfüllt ist.

Bedingung für den Aplanatismus. — Eine brechende Fläche, welche alle von einem Punkte P_1 ausgehenden Strahlen in einem einzigen Punkte P_2 vereinigt, muss offenbar eine Rotationsfläche mit der Achse P_1P_2 sein; zu ihrer Bestimmung genügt also die

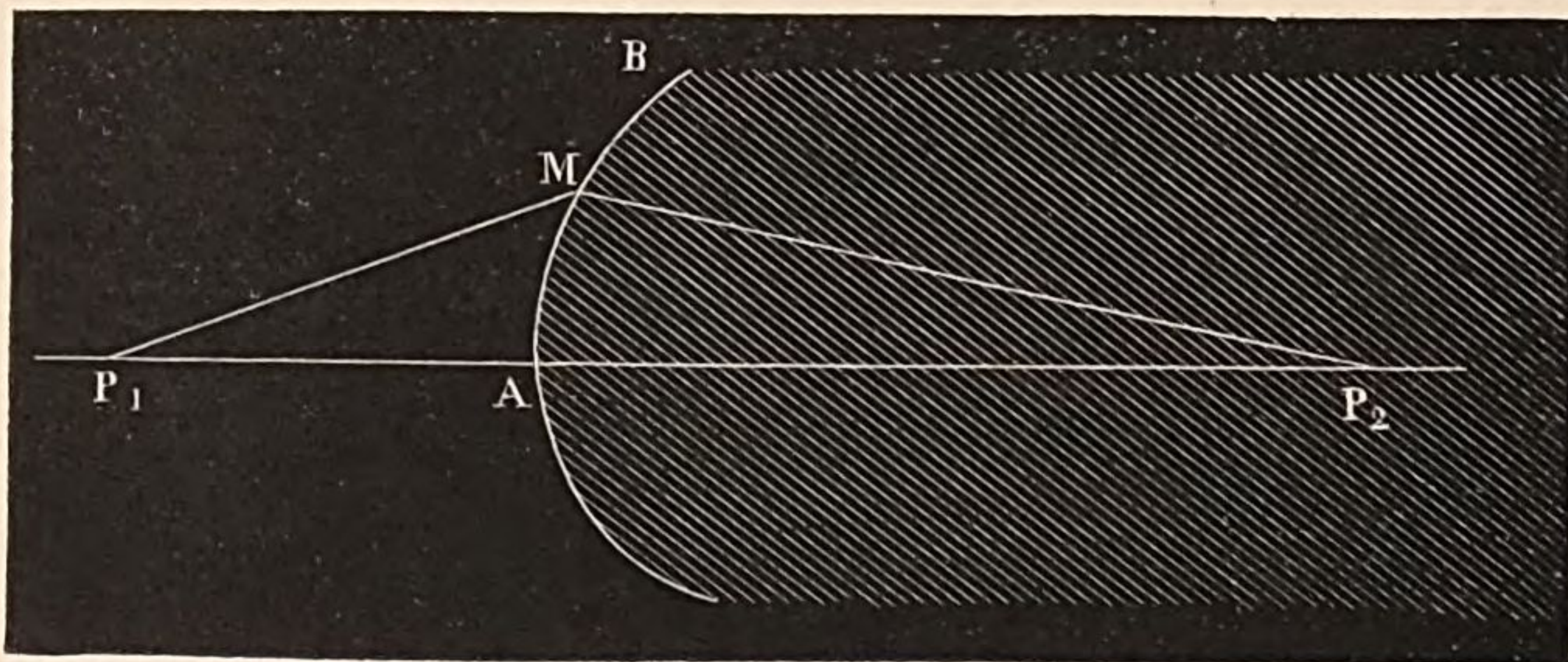


Fig. 295.

Ermittelung der Meridiancurve AB (Fig. 295). Alle Strahlen, welche von P_1 durch AB nach P_2 gelangen, brauchen nach dem Satze von Fermat (422) ein Minimum von Zeit und in Folge dessen die gleiche Zeit, bei welchem Punkte M sie auch in das zweite Medium eintreten mögen. Wir erhalten somit für den Aplanatismus die Bedingungsgleichung

$$\frac{P_1M}{v_1} + \frac{P_2M}{v_2} = \text{Const.};$$

hierbei bezeichnen die Grössen v_1 und v_2 die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in den beiden Medien, deren Quotient bekanntlich gleich dem Brechungsquotienten des zweiten Mediums in Bezug auf das erste Medium ist,

$$\frac{v_1}{v_2} = n.$$

¹⁾ Im ersten Falle (der leuchtende Punkt befindet sich im Mittelpunkt) ist $p' = R$; im zweiten Falle ist $p' = \frac{n+1}{n} R$, wie sich aus der Gleichung (1) 427 leicht ergibt.

Setzen wir also

$$P_1 M = \varrho_1, \quad P_2 M = \varrho_2,$$

so finden wir als Gleichung der Meridiancurve AB :

$$\varrho_1 + n\varrho_2 = \text{Const.}$$

Diese Gleichung stellt eine unendlich grosse Anzahl von Curven — sämtlich Descartes'sche Ovale — dar,¹⁾ und zwar haben die Radienvectoren ϱ_1 und ϱ_2 das gleiche Vorzeichen, wenn die Brennpunkte beide reell oder beide virtuell sind; ist dagegen der eine Brennpunkt reell, der andere virtuell, so sind die Vorzeichen von ϱ_1 und ϱ_2 verschieden.

Bei parallelen einfallenden Strahlen müssen die Abstände ϱ_1 von einer beliebigen, zur Richtung der Strahlen senkrechten Ebene ab gemessen werden. Bezeichnen wir diese Abstände mit u , so haben wir die Gleichung

$$u + n\varrho_2 = \text{Const.}$$

Wir können nun die Lage der Ebene so wählen, dass die Constante Null wird, und behalten somit

$$u + n\varrho_2 = 0,$$

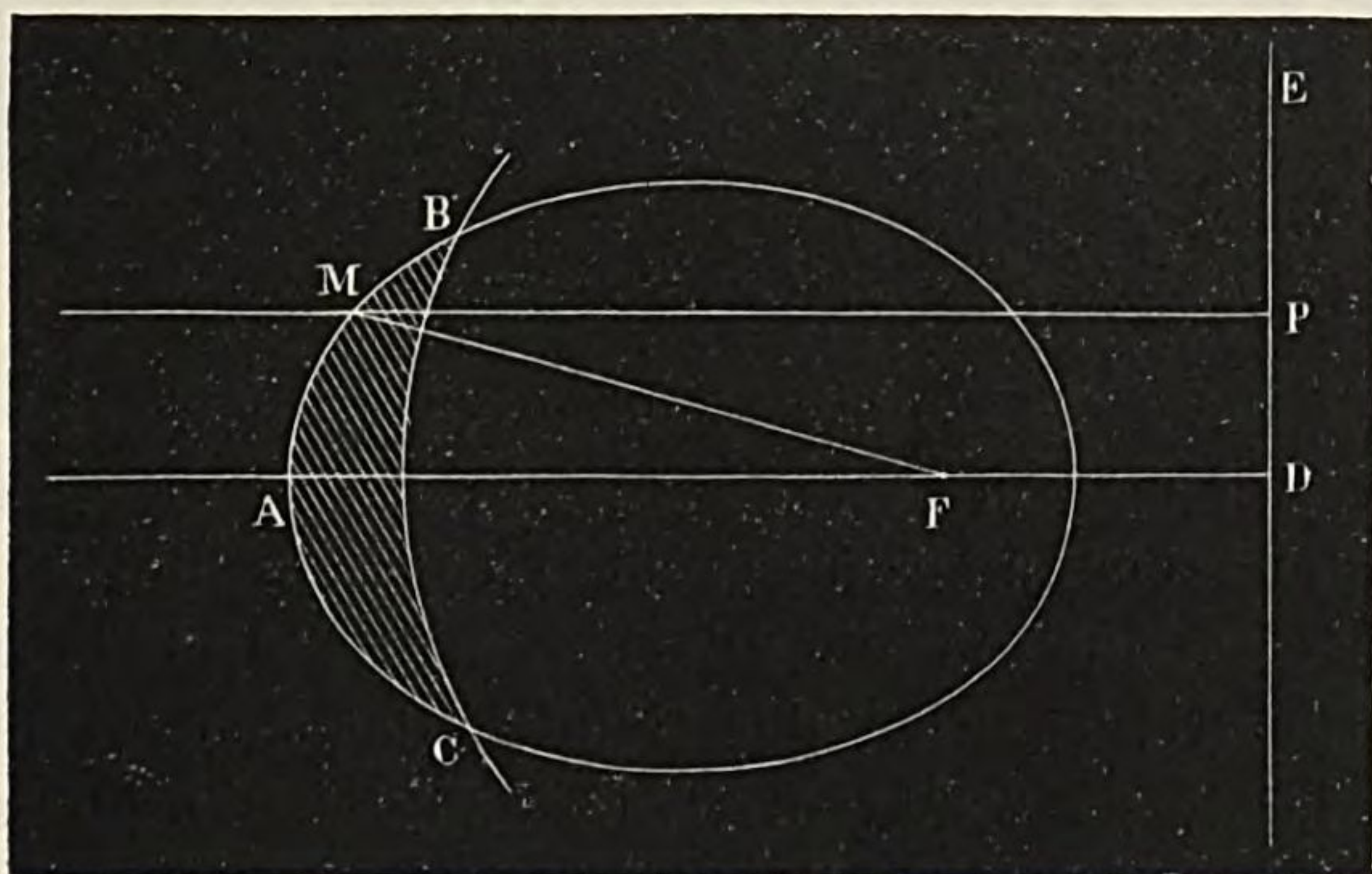


Fig. 296.

wobei stets die Voraussetzung bestehen bleibt, dass $n > 1$. Diese Gleichung stellt eine Ellipse dar, welche auf den Punkt F und

¹⁾ Die Annahme $n = -1$ führt uns wieder auf die für die Spiegel gefundenen Flächen 2. Grades (vgl. S. 377 Anm.). — In Betreff der Descartes'schen Ovale vgl. u. a. Salmon, A treatise on the higher plane curves, S. 202. — G.

die Directrix DE bezogen ist, so dass also $\frac{FM}{PM} = \nu$ ist, oder genauer, eine Schaar von Ellipsen mit der gleichen Excentricität ν .¹⁾

Verbindet man mit einer dieser Ellipsen einen Kreis, dessen Mittelpunkt in F liegt, so erhält man eine Linse ABC , welche für parallele Strahlen streng aplanatisch ist. Es würde also genügen, die Krümmung der convexen Fläche eines convergenten Meniscus mit Kugelflächen in geeigneter Weise zu vergrössern, um ein System zu erhalten, das ein auf die stärker gekrümmte elliptische Fläche auffallendes Bündel paralleler Strahlen in einem einzigen Punkte vereinigt.

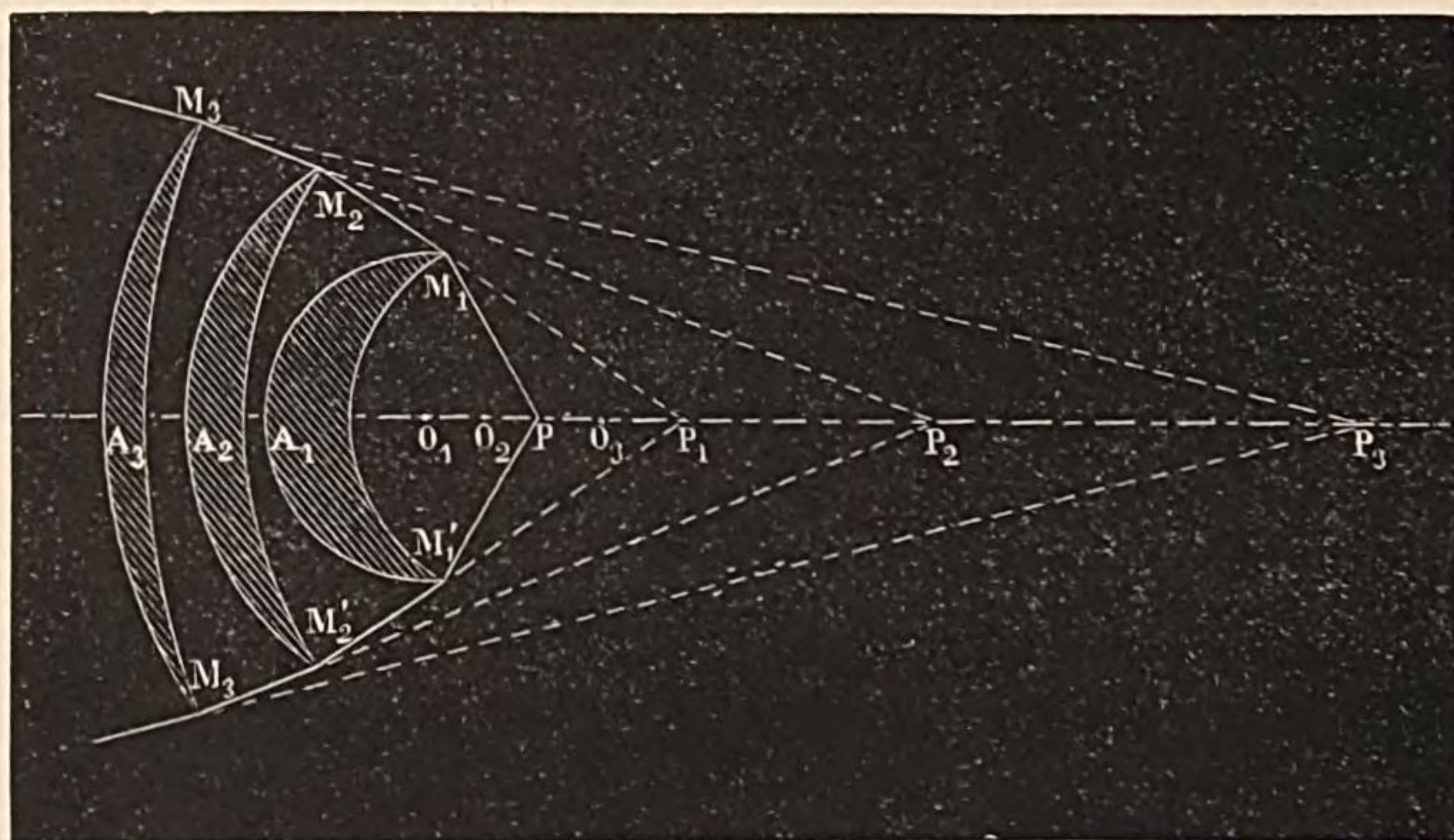


Fig. 297.

Auch durch Verbindung der beiden Fälle, für welche eine sphärische Linse aplanatisch ist, lässt sich eine aplanatische Linse herstellen, die aber allerdings ein virtuelles Bild liefert. Da jedoch diese Kombination die Divergenz des Strahlenbündels bedeutend verringert, so wird das Bündel, das man auf eine letzte Linse fallen lässt, so wenig divergieren, dass die Aberration nur noch recht gering ist. Fig. 297 zeigt, wie man mit Hülfe eines Systems von drei convergenten Menisken die Öffnung eines Strahlenbündels von 120° auf 30° reduciren kann.²⁾

¹⁾ Bekanntlich ist das Verhältniss zwischen den Abständen eines Ellipsenpunktes vom Brennpunkte und von der Directrix gleich der Excentricität $\frac{c}{a}$.

²⁾ Der Brechungsquotient dieser sämtlichen Linsen möge $\frac{3}{2}$ sein.

Aberration bei zwei Kugelflächen. — Wir wollen zum allgemeinen Falle zurückkehren und annehmen, dass das zweite Medium vom dritten durch eine zweite Kugelfläche getrennt sei; wir haben es dann also mit einer Linse zu thun. Die Gleichung für die zweite Brechung wird in diesem Falle

$$\pi_3 = -(1 - \nu')\kappa' + \nu'\pi_2' - \frac{1}{2}\nu'(1 - \nu')(\kappa' + \pi_2')^2 [\nu'\kappa' + (1 + \nu')\pi_2'] y^2; \quad (2)$$

hierbei ist angenommen, dass die Dicke der von dem Randstrahl durchsetzten Glasschicht vernachlässigt werden darf, dass also $y' = y$ ist. In dieser Gleichung bedeutet π_2' das Reciproke der Länge p_2' , die vom Pole der zweiten Fläche an zu rechnen ist.

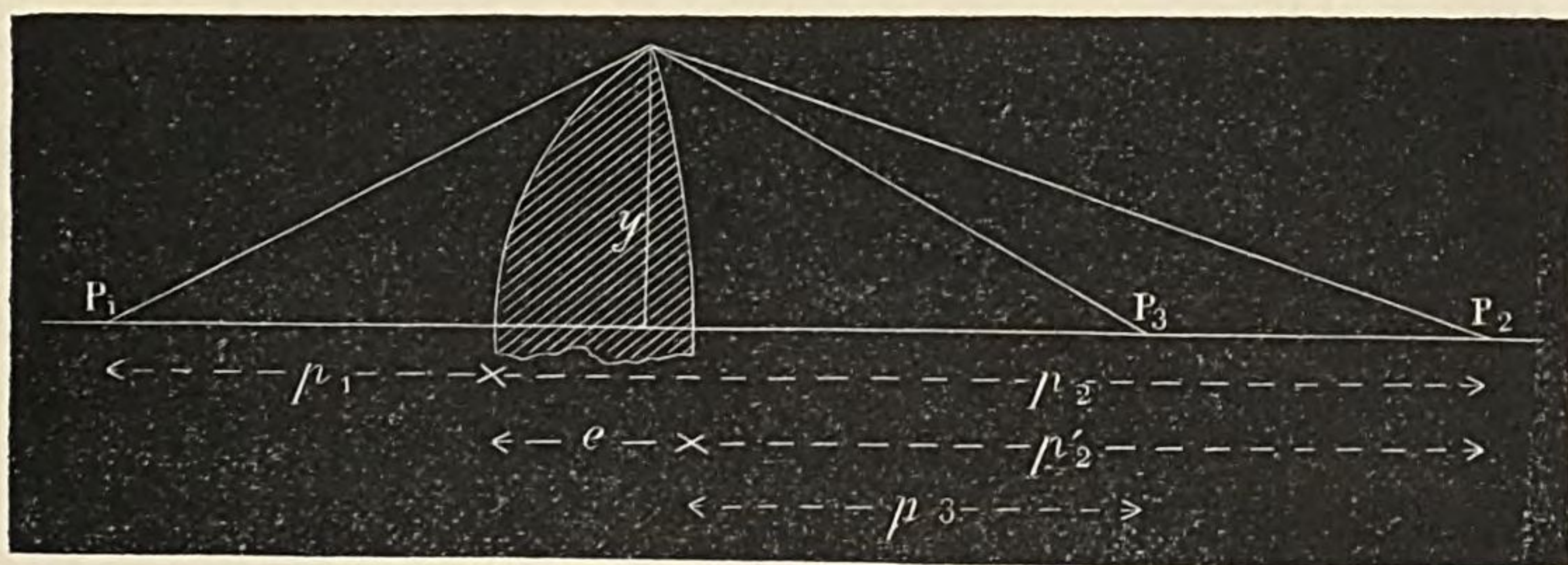


Fig. 298.

Bezeichnen wir also mit e die Dicke der Linse, so können wir unter Berücksichtigung der Grössen zweiter Ordnung setzen

$$\begin{aligned} e &= R_1 - \sqrt{R_1^2 - y^2} + R_2 - \sqrt{R_2^2 - y^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) y^2 \\ &= \frac{1}{2} (\kappa + \kappa') y^2; \end{aligned}$$

somit wird

$$p_2' = p_2 - e$$

Hat die Fläche A_1 einen Krümmungsradius von 10 mm, so muss sich der Lichtpunkt in P in einer Entfernung $A_1 P = \frac{n+1}{n} \cdot R = \frac{5}{3} \cdot 10$ befinden, und die Strahlen treten in das Glas ein durch die Kugelfläche $M_1 M_1'$, deren Mittelpunkt in P liegt. Das Bild entsteht dann in P_1 , in der Entfernung $A_1 P_1 = \frac{5}{2} \cdot 10$, und wenn der Winkel $M_1 P M_1'$ 120° betrug, so ist $M_1 P_1 M_1' = 70^\circ$. In gleicher Weise verringert der Meniskus $A_2 M_2 M_2'$ den Winkel des Strahlenbündels auf 45° , der Meniskus $A_3 M_3 M_3'$ auf 30° .

und demnach angenähert

$$\pi_2' = \pi_2 + \pi_2^2 e.$$

das heisst

$$\pi_2' = (1 - \nu)\kappa - \nu\pi_1 + \left\{ \frac{1}{2} \nu(1 - \nu)(\kappa + \pi_1)^2 [\nu\kappa + (1 + \nu)\pi_1] + \frac{1}{2} [(1 - \nu)\kappa - \nu\pi_1]^2 (\kappa + \kappa') \right\} y^2. \quad (1')$$

Die Gleichungen (1') und (2) gestatten stets, die Lage des Brennpunktes der Randstrahlen zu bestimmen und somit die Aberrationen zu berechnen, da der Brennpunkt der centralen Strahlen durch diejenigen Glieder der Formeln (1) und (2) gegeben ist, welche von y^2 nicht abhängen.

Wir wollen nun für eine gewöhnliche Linse, für welche $\nu' = \frac{1}{\nu}$ ist, die Haupt-Aberrationen wirklich bestimmen.

In diesem Falle haben wir zu setzen

$$\pi_1 = 0,$$

somit erhalten wir

$$\pi_2' = (1 - \nu)\kappa + \frac{1}{2} (1 - \nu)\kappa^2 [\nu^2\kappa + (1 - \nu)(\kappa + \kappa')] y^2.$$

Nennen wir f den zugehörigen Werth von p_3 und ersetzen in dem Coefficienten von y^2 die Grösse π_2' durch $(1 - \nu)\kappa$, so finden wir nach einigen Reductionen

$$\frac{1}{f} = \frac{1 - \nu}{\nu} \frac{1}{\kappa + \kappa'} + \frac{[(1 - \nu)^2 \kappa^2 e + \frac{1 - \nu}{\nu^3} [\kappa'^2 + (2 - 2\nu - \nu^2)\kappa\kappa' + (1 - 2\nu + 2\nu^3)\kappa^2] e}{\nu^3}.$$

Ist aber $\frac{1}{f}$ von der Form $a + be$, so ist, unter Vernachlässigung der höheren Potenzen von e : $f = \frac{1}{a} - \frac{b}{a^2} e$; demnach wird

$$f = \frac{\nu}{1 - \nu} \cdot \frac{1}{\kappa + \kappa'} - \nu \frac{\kappa^2}{(\kappa + \kappa')^2} e - \frac{1}{\nu(1 - \nu)(\kappa + \kappa')^2} [\kappa'^2 + (2 - 2\nu - \nu^2)\kappa\kappa' + (1 - 2\nu + 2\nu^3)\kappa^2] e.$$

Die beiden ersten Glieder dieses Ausdrucks stellen den Werth von f für die Centralstrahlen dar¹⁾

¹⁾ Der Brennpunkt der Centralstrahlen ist bei einer dicken Linse unmittelbar durch folgende beiden Gleichungen bestimmt:

$$(f)_c = \frac{\nu}{1-\nu} \frac{1}{\kappa + \kappa'} - \nu \frac{\kappa^2}{(\kappa + \kappa')^2} e.$$

Somit finden wir für die longitudinale Hauptaberration

$$\lambda = \frac{1}{\nu(1-\nu)(\kappa + \kappa')^2} [(\kappa + \kappa')^2 - \nu(2 + \nu)\kappa\kappa' - 2\nu(1-\nu^2)\kappa^2] e;$$

dieselbe ist also unter übrigens gleichen Umständen und bei dem gewählten Grade der Annäherung proportional der Linsendicke oder proportional $\frac{y^2}{f}$,

$$\lambda = m \frac{y^2}{f}.$$

Die Aberration würde nur für einen Werth $\nu > 4$ gleich Null werden, dieser Werth hat aber keine physikalische Bedeutung, denn es giebt keinen Körper, dessen Brechungsquotient im Verhältniss zu dem der Luft kleiner als $\frac{1}{4}$ ist. Dagegen lässt sich für jeden einzelnen Fall die Aberration auf ein Minimum reduciren. Hat man die Brennweite gewählt, so kann man die Grösse

$$\frac{1}{p_1} + \frac{n}{p_2} = \frac{n-1}{R}$$

und

$$\frac{1}{p_3} - \frac{n}{p_2 - e} = \frac{n-1}{R'},$$

oder, nach der Herschel'schen Bezeichnung,

$$\nu\pi_1 + \pi_2 = (1-\nu)\kappa$$

$$\nu\pi_3 - \pi_2(1 + \pi_2 e) = (1-\nu)\kappa'.$$

Sind die einfallenden Strahlen parallel, dann ist $\pi_1 = 0$, $\pi_2 = (1-\nu)\kappa$, und wir erhalten

$$\frac{1}{(f)_c} = \frac{1-\nu}{\nu} (\kappa + \kappa') + \frac{(1-\nu)^2}{\nu} \kappa^2 e.$$

Diese Gleichung liefert uns den für $(f)_c$ im Texte angegebenen Werth. Nach der gewöhnlichen Schreibweise erhalten wir dafür

$$\frac{1}{(f)_c} = (n-1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) + \frac{(n-1)^2}{n} \frac{1}{R^2} e.$$

In dieser Form ist die Gleichung geeignet zur Berechnung der zweiten Hauptbrennweite (vom Scheitel der Austrittsfläche an gerechnet, d. h. also von $f-h'$ nach den früher gewählten Bezeichnungen).

$\kappa + \kappa'$ als constant betrachten, und somit entspricht das Minimum von λ dem Maximum von

$$\nu(2 + \nu)\kappa\kappa' + 2\nu(1 - \nu^2)\kappa^2,$$

oder dem Maximum von

$$[(2 + \nu)\kappa' + 2(1 - \nu^2)\kappa] [\nu\kappa(1 + 2\nu)],$$

denn die Multiplikation mit dem constanten Coefficienten $(1 + 2\nu)$ ist offenbar gestattet. Nun haben wir aber ein Product aus zwei Factoren, deren Summe constant ist; somit hat dies Product den Maximalwerth, wenn beide Factoren gleich gross sind. Aus dieser Beziehung ergibt sich aber für das Verhältniss der beiden Krümmungsradien der Werth

$$\frac{\kappa'}{\kappa} = \frac{4\nu^2 + \nu - 2}{\nu + 2}$$

als Bedingung dafür, dass die Aberration ein Minimum sein soll.

Setzen wir $n = \frac{3}{2}$, so folgt $\frac{\kappa'}{\kappa} = \frac{1}{6}$, d. h., der Krümmungsradius der zweiten Linsenfläche muss sechsmal so gross sein, als derjenige der ersten Fläche. Im Übrigen kann die Linse biconvex oder biconcav sein, wenn nur die stärker gekrümmte Fläche stets den einfallenden Strahlen zugekehrt bleibt. Wie sich aus den oben entwickelten Formeln ergibt, beträgt dann die Brennweite der Linse $\frac{2}{7}$ vom grösseren Krümmungsradius und die Aberration $\lambda = 1,08 e$.

Dreht man die Linse um und wendet also die schwächer gekrümmte Fläche den einfallenden Strahlen zu, so wird die Aberration mehr als dreimal so gross ($\lambda = 3,5 e$).

Bei einer Linse mit gleichen Krümmungsradien ist $\lambda = 1,67 e$.

Die Aberration einer planconvexen oder planconcaven Linse, deren gekrümmte Fläche den einfallenden Strahlen zugewendet ist, beträgt nicht viel mehr als das Minimum, und da diese Linsenform leicht herzustellen ist, so wird sie von den Optikern auch vielfach verwendet.¹⁾ Dagegen muss man sich davor hüten, die plane Fläche den einfallenden Strahlen zuzuwenden, denn dann würde die Aberration sehr beträchtlich ($\lambda = 4,5 e$).

¹⁾ Sie würde die vortheilhafteste Form sein für ein Glas mit dem Brechungsquotienten 1,6861.

Die Seitenabweichung ϱ ist nahezu gleich der Längsabweichung λ multiplicirt mit dem *Öffnungsverhältniss* $\frac{y}{f}$; es ist demnach

$$\varrho = m \frac{y^3}{f^2}.$$

Hierbei ist jedoch zu bedenken, dass der Mittelpunkt des Aberrationskreises wesentlich mehr Licht erhält als die Ränder desselben.¹⁾ Die Brennfläche hat ihre Spitze im Brennpunkte, und je spitzer diese Brennfläche verläuft, um so schärfere Bilder

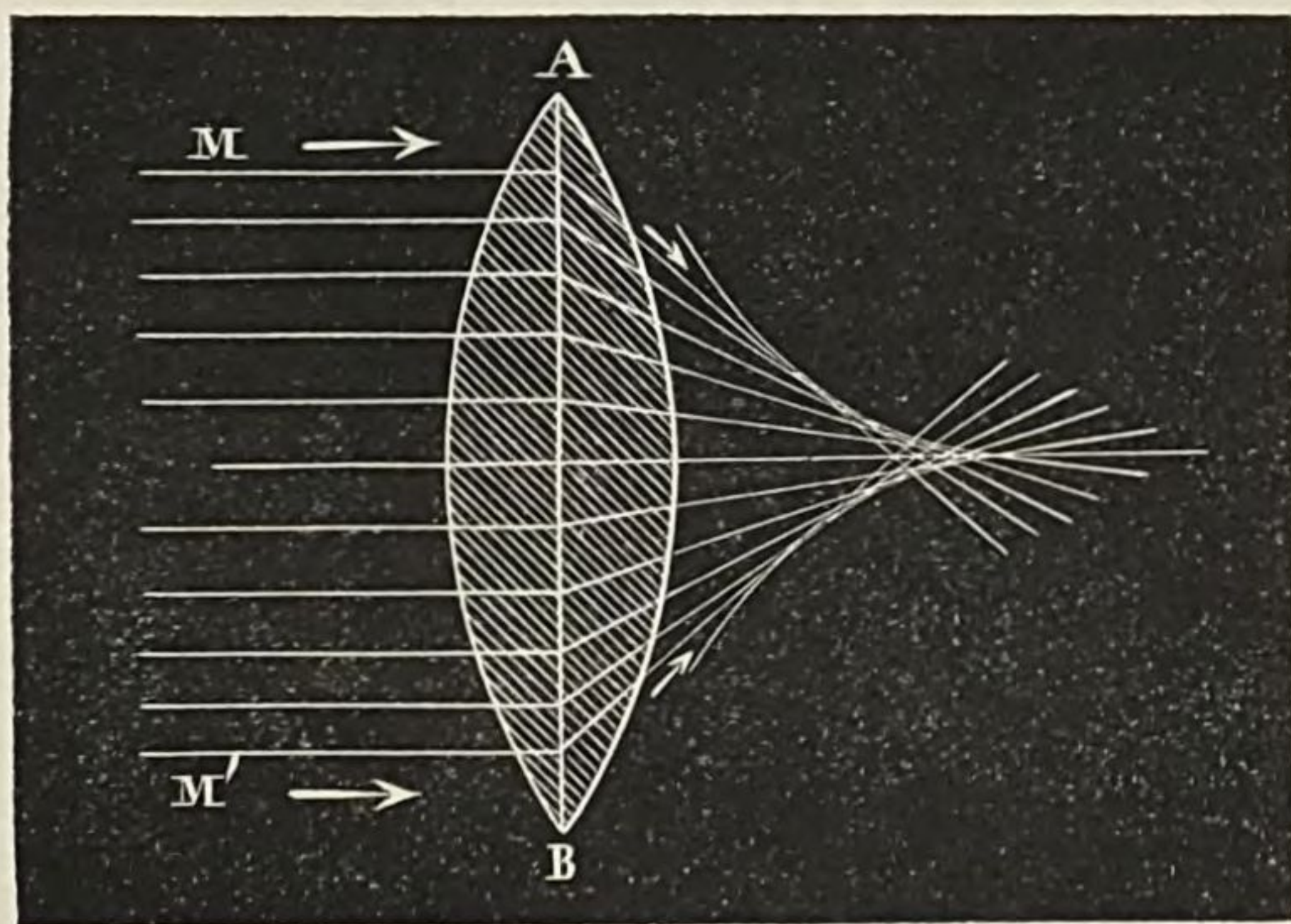


Fig. 299.

entstehen von ein und demselben Punkte in verschiedenen Ebenen; in diesem Falle werden also auch die in verschiedenen Ebenen des Objects gelegenen Punkte mit der gleichen Deutlichkeit abgebildet.

Combination von mehreren Linsen. — Wenn es nun auch im Allgemeinen nicht möglich ist, bei einer einzigen Linse mit Kugelflächen die Aberration vollständig aufzuheben, so gelingt dies doch — wenigstens für die Glieder von der Ordnung y^2 , — durch eine Combination von zwei oder mehr Linsen. Beispielsweise kann man stets bei zwei Linsen, von denen die Brechungsquotienten sowie drei Krümmungsradien gegeben sind, den vierten Krümmungsradius so bestimmen, dass für mässige Öffnungen die sphärische Aberration Null wird.

¹⁾ Wir halten hier nur den geometrischen Gesichtspunkt fest, der freilich für die Linsen ebenso unvollkommen ist, wie für die Spiegel.

Mangin's Scheinwerfer. — Ebenso lässt sich bei nicht zu grossen Öffnungen die Aberration eines Spiegels durch diejenige einer Linse aufheben.

So vereinigte Oberst Mangin in seinem Scheinwerfer den Spiegel und die Linse dadurch, dass er die Fläche MM' eines divergenten Meniskus $MLL'M'$ (Fig. 300) aus Crown Glas versilberte. Er berechnete unter Berücksichtigung des Brechungsquotienten das Verhältniss der beiden Krümmungsradien¹⁾ so, dass die parallel zur Achse SI einfallenden, dann gebrochenen und am Hohlspiegel MM' reflectirten Strahlen in der Richtung RF senkrecht zur Oberfläche LL'

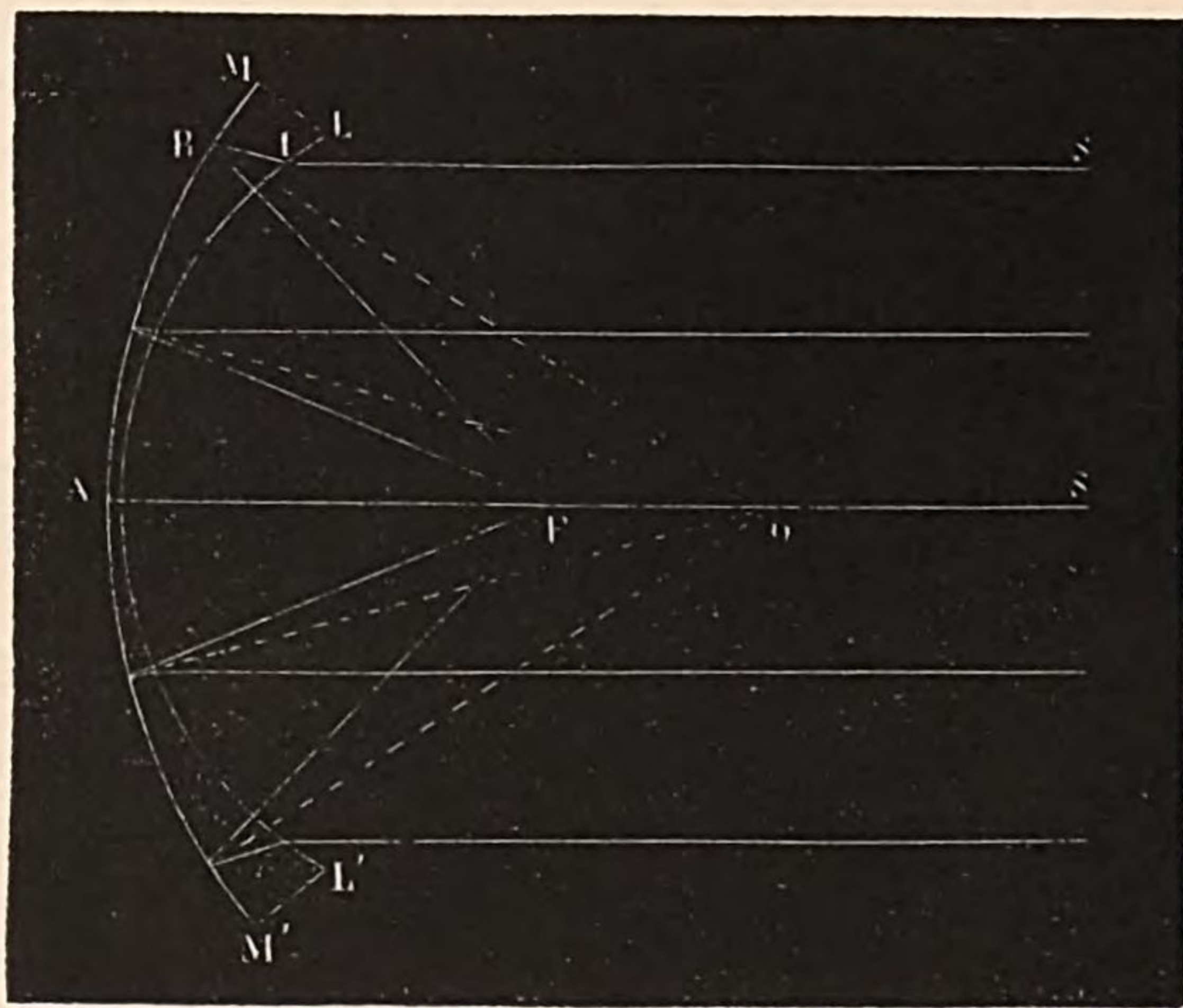


Fig. 300.

austreten; in diesem Falle werden sämtliche Strahlen gegen den Mittelpunkt der Fläche LL' convergiren, der somit den Hauptbrennpunkt des Systems bildet. Bringt man also umgekehrt eine Lichtquelle nach F , so werden die Strahlen derselben die Fläche LL' ohne Ablenkung durchsetzen und nach der Reflexion an der spiegelnden Fläche MM' parallel zur Achse austreten. Bei dem im Jahre 1879 ausgeführten geodätischen Anschlusse von Algier an Spanien unter Leitung der Generale Perrier und Ibañez konnte man die mit einem Mangin'schen Scheinwerfer gegebenen Signale auf eine Entfernung von 300 Kilometer beobachten.

¹⁾ Bei gewöhnlichem Glase $\left(n = \frac{3}{2}\right)$ ist dies Verhältniss $= \frac{3}{2}$, wenn sich die beiden Flächen im Punkte A berühren.

Fresnel'sche Linsen (Treppenlinsen). — Aufgabe der Leuchthürme ist es bekanntlich, einen möglichst grossen Bruchtheil der aus einer Lichtquelle stammenden Strahlen in einer ganz bestimmten Richtung fortzusenden. Die parabolischen Spiegel scheinen diese Aufgabe zu lösen, und thatsächlich waren dieselben im Gebrauch, seit Argant in seiner Lampe mit doppeltem Luftstrom eine Lichtquelle erfunden hatte, welche mit einer starken Leuchtkraft den Vorzug eines geringen Umfanges verbindet.¹⁾ Aber diese Spiegel hatten den Nachtheil, dass fast die Hälfte des Lichtes verloren ging. Deshalb bedeutete es einen wesentlichen Fortschritt in der Leuchthurmtechnik, als August Fresnel den katoptrischen Apparat durch ein dioptrisches System ersetzte, dessen Linsen noch nicht den zehnten Theil des auffallenden Lichts absorbiren. Dies System weist bei grosser Öffnung doch keine bedeutende Aberration auf; es besteht aus einer planconvexen Linse von geringer Öffnung, die von einer Reihe von concentrischen Glasringen umgeben ist (Fig. 301); die Flächen der letzteren sind derartig berechnet, dass jeder ihrer Brennpunkte mit dem Brennpunkt des centralen Theiles zusammenfällt.²⁾ In diesen Brennpunkt

¹⁾ Der erste Apparat dieser wurde Art von Lenoir unter der Leitung von Borda angefertigt und im Jahre 1791 durch den Ingenieur Teulère auf der Spitze des Leuchthurmes von Cordova angebracht. „Diese Erneuerung des Leuchthurmes von Cordova war für das Beleuchtungswesen der Küsten epochemachend. Einerseits nämlich bestrichen die mit Argantlampen versehenen, grossen parabolischen Scheinwerfer den Horizont mit Lichtbüscheln, deren Intensität diejenige der Flachbrenner oder der alten Kohlenfeuer weit übertraf, und andererseits ermöglichte es das Princip des Intermittirens (Blickfeuers), das schon einige Jahre früher auf dem Leuchthurme von Marstrand in Schweden eingeführt worden war, jede Verwechselung mit anderen nächtlichen Landmarken zu vermeiden.“ (Léonor Fresnel, in „Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel“ 3, 13; Paris 1870.)

²⁾ Im August 1819 unterbreitete Fresnel der Leuchthurmkommission das Modell einer vielzonigen planconvexen Linse mit treppenförmigem Profil, und „am 20. Juli 1823 wurde ein mit 8 grossen derartigen Linsen versehener dioptrischer Apparat auf der Spitze des schönsten Bauwerkes angebracht, welches seit der Zeit des Ptolemäus dem Wohle der Seefahrer gewidmet war. Schon zum zweiten Male nämlich war der Thurm von Cordova der Schauplatz einer verheissungsvollen Umwälzung, welche die Wissenschaft auf dem Gebiete der Küstenbeleuchtung hervorgebracht hatte.“ Später vervollkommnete Fresnel sein System noch dadurch, dass er Ringe mit Totalreflexion (Kata-dioptriken) hinzufügte, um auch die Strahlen zu sammeln und nach der gewünschten Richtung zu reflectiren, welche nicht innerhalb des von der Linse begrenzten Lichtkegels verliefen. Auf diese Weise kann man alle von der vorderen Halbkugel umschlossenen Strahlen

brachte Fresnel die Mitte der Flamme einer Lampe mit concentrischen Dochten; heutzutage ersetzt man dieselben durch eine elektrische Bogenlampe, deren Strahlen auf sehr bedeutende Entfernungen sichtbar sind. Die erreichte Tragweite der Lampen von Leuchttürmen erster Ordnung beträgt beispielsweise im Mitteländischen Meere während reichlich elf Monaten im Jahre 32,7 Seemeilen, d. h. mehr als 60 Kilometer.

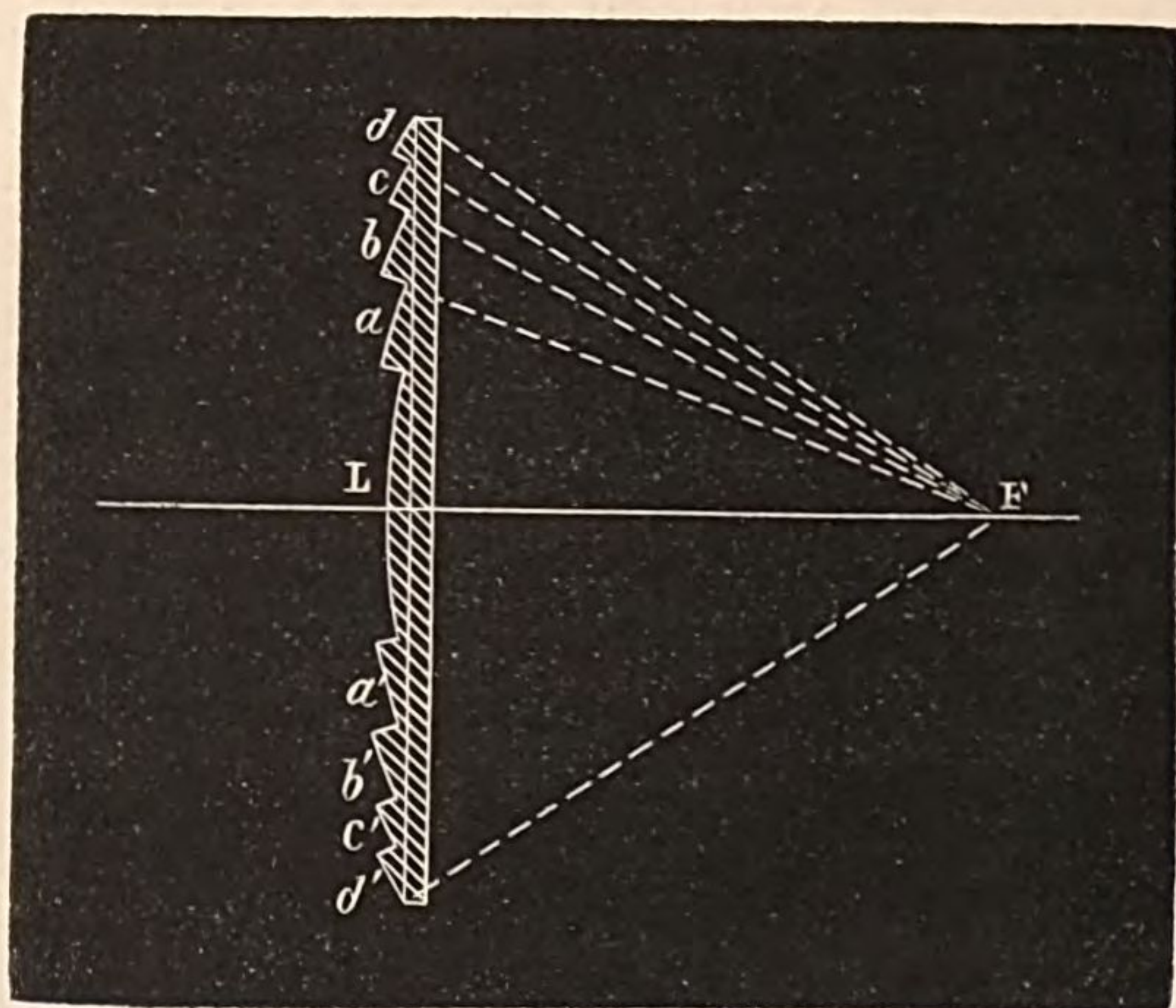


Fig. 301.

Fehler der grossen Bilder. — Das, was wir bei den Linsen von der Hauptachse gesagt haben, gilt offenbar auch für jede andere Achse, deren Neigung gegen die Hauptachse nur gering ist. Wird jedoch diese Neigung beträchtlicher, so treten, wie bei den Spiegeln, neue Fehler auf.

1. Krümmung der Bildfläche. — Entfernt sich das Bild eines ebenen, senkrecht zur Achse gerichteten Objects merklich von der Hauptachse, so bleibt es nicht mehr eben. Beispielsweise entwirft eine planconvexe Linse, deren ebene Fläche nach dem Objecte zu gerichtet ist, von einem im Unendlichen liegenden Objecte ein Bild, welches auf einer Kugeloberfläche liegt, die concentrisch mit der gekrümmten Linsenfläche ist und durch den Brennpunkt geht. Immerhin liefert ein convergenter Meniskus,

nutzbar machen, und da man beim Gebrauche einer elektrischen Lampe die Kohlenstifte, zwischen denen der Lichtbogen sich ausbreitet, stets so formen kann, dass 90% der gesammten Lichtmenge auf diese vordere Halbkugel kommen, so hat es kaum einen Zweck, darin noch weiter zu gehen.

der mit einem hinreichend kleinen Diaphragma versehen ist und dessen concave Seite dem Objecte zugewandt ist, für ein Gebiet von mehr als 15° eine vollständig ebene Bildfläche.

2. Verzerrung des Bildes. — Lange Linien bleiben in der Abbildung nicht gerade: das Bild eines normal zur Achse gerichteten Netzes, dessen Mittelpunkt auf der Achse liegt, wird am Rande zusammengezogen (Verzerrung nach innen, tonnenförmige Verzerrung) oder auseinandergezerrt (Verzerrung nach aussen oder wachsende Verzerrung).

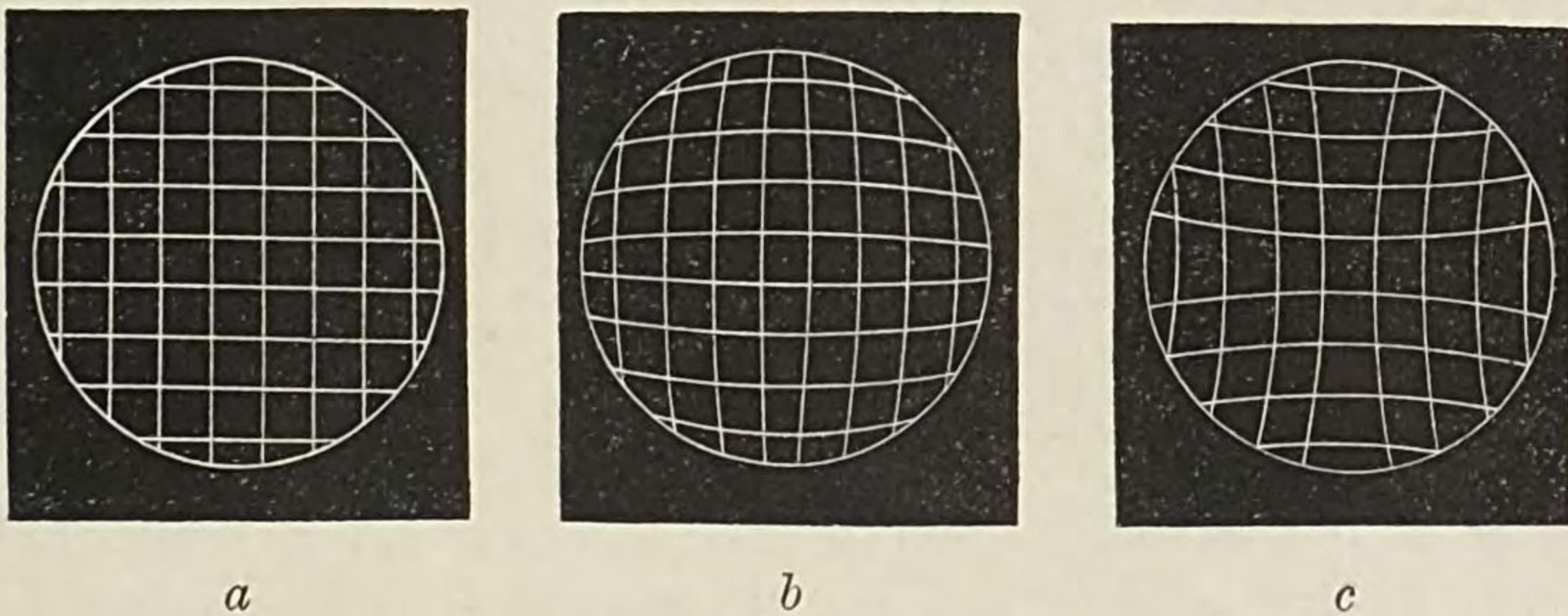


Fig. 302.

In diesem Falle kann man weder von Knotenpunkten, noch von einer Directrix mehr sprechen: Die einfachen Mittel, die wir bisher anwenden durften, versagen, wenn wir den Punkt bestimmen wollen, der zu einem von der Achse weit abliegenden Punkte conjugirt ist. Gleichwohl kann man sich wenigstens von der Art der Bildverzerrung, welche dann eintritt, leicht eine Vorstellung machen.

Wir nehmen an, ein Object RS (Fig. 303) befinde sich zwischen einer convergenten Linse, die wir uns auf die Ebene LO reducirt denken wollen, und der zum Knotenpunkte P des Auges gehörigen Brennfläche. Nach dem Princip der Umkehrbarkeit werden sich dann auch alle an die Brennfläche gelegten Tangenten, welche das Object in den Punkten $a, b, c \dots$ schneiden, in P vereinigen, und das auf der Retina entstehende Bild wird der Figur ähnlich sein, welche von den Strahlen $Pa', Pb', Pc' \dots$ auf der Linsenebene gebildet wird. Nimmt man nun an, dass $ab = bc$ sei, so folgt unmittelbar aus den Gleichungen

$$\frac{a'b' - ab}{ab} = \frac{mm'}{Mm}$$

und

$$\frac{b'c' - bc}{bc} = \frac{nn'}{Nn},$$

dass $b'c' > a'b'$ sein muss. Das Bild eines normal zur Achse gerichteten, centrirten Netzes wird also in diesem Falle nach dem Rande zu auseinandergezerrt sein (Fig. 302c). Das Umgekehrte würde eintreten, wenn sich das Netz jenseits der Brennfläche befände.

Dieselbe Überlegung gilt auch für den Fall, dass man das Bild auf einen Schirm auffängt.

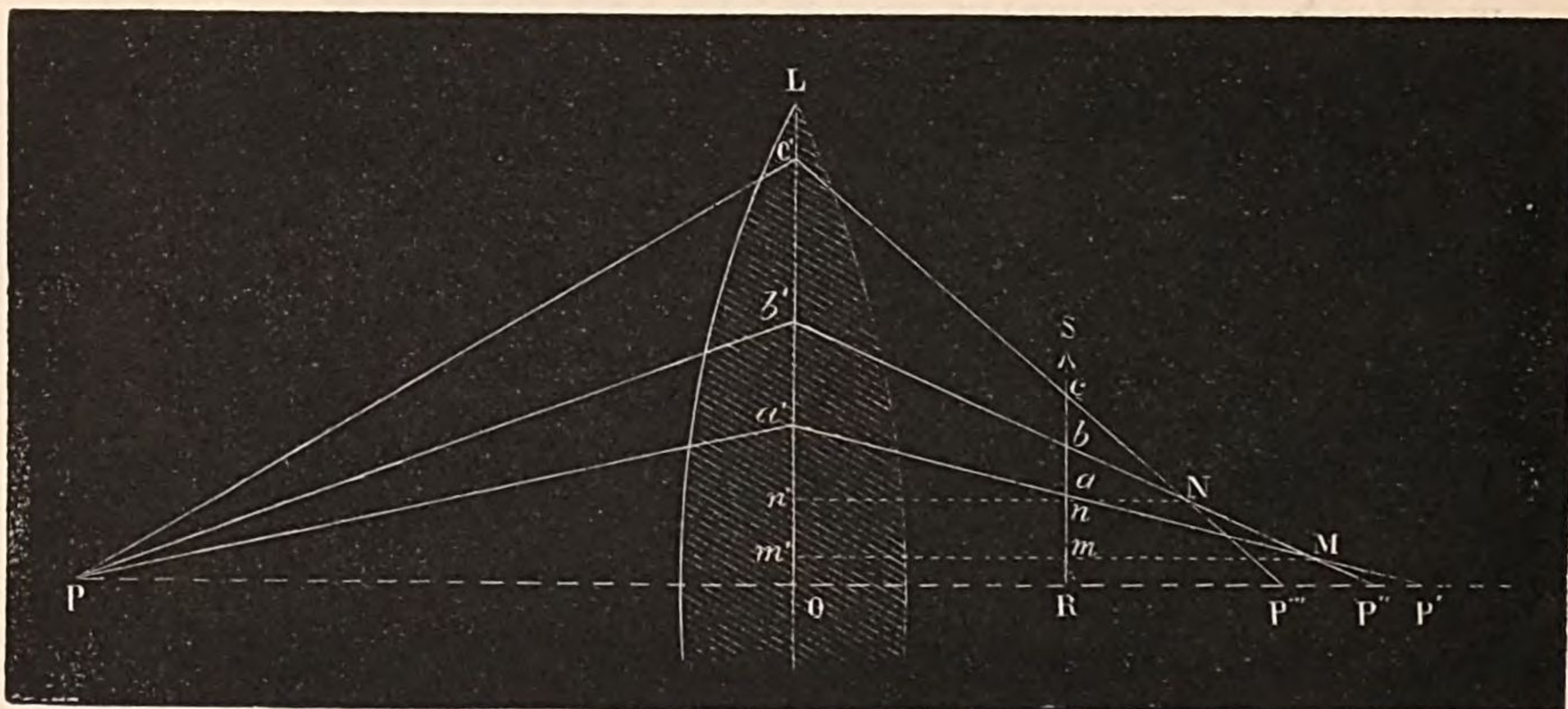


Fig. 303.

3. Astigmatismus. — Endlich verschwindet auch für schiefe Strahlen die Homocentricität: Ein auf einer stark geneigten Nebenachse befindlicher Punkt liefert als Bild nicht mehr einen Punkt, sondern zwei sich rechtwinkelig kreuzende, aber in verschiedenen Ebenen liegende Gerade. Dieser Fehler ist unter dem Namen *Astigmatismus* bekannt; wir sind ihm übrigens bereits mehrfach begegnet, und thatsächlich stellt er, wie wir zeigen werden, den allgemeinsten Fall dar.

431. Allgemeine Eigenschaften eines Lichtbündels.¹⁾

Satz von Malus. — Bei allen diesen verwickelten Verhältnissen befolgen doch die Lichtstrahlen ein Gesetz, das zum erstenmale — mit einer gewissen unrichtigen Einschränkung — von Malus²⁾

¹⁾ Vgl. auch: Kummer, Allgemeine Theorie der geradlinigen Strahlensysteme. Crelle's Journal für reine und angewandte Mathematik 57, 189—230; 1860. — G.

²⁾ Malus, Traité d'optique.

aufgestellt und später durch die Arbeiten von Dupin,¹⁾ Quételet²⁾ und Gergonne³⁾ begründet wurde.

Dies bekannte Gesetz, welches theils nach Malus, theils nach Gergonne benannt wird, lässt sich folgendermaassen aussprechen:

Alle Strahlen, welche ursprünglich auf ein und derselben Fläche senkrecht standen, müssen auch nach einer beliebigen Anzahl von Reflexionen oder Brechungen auf einer Fläche senkrecht stehen; diese Fläche heisst Anticaustik.

Den Beweis⁴⁾ führen wir nach der von Timmermans⁵⁾ angegebenen geometrischen Methode.

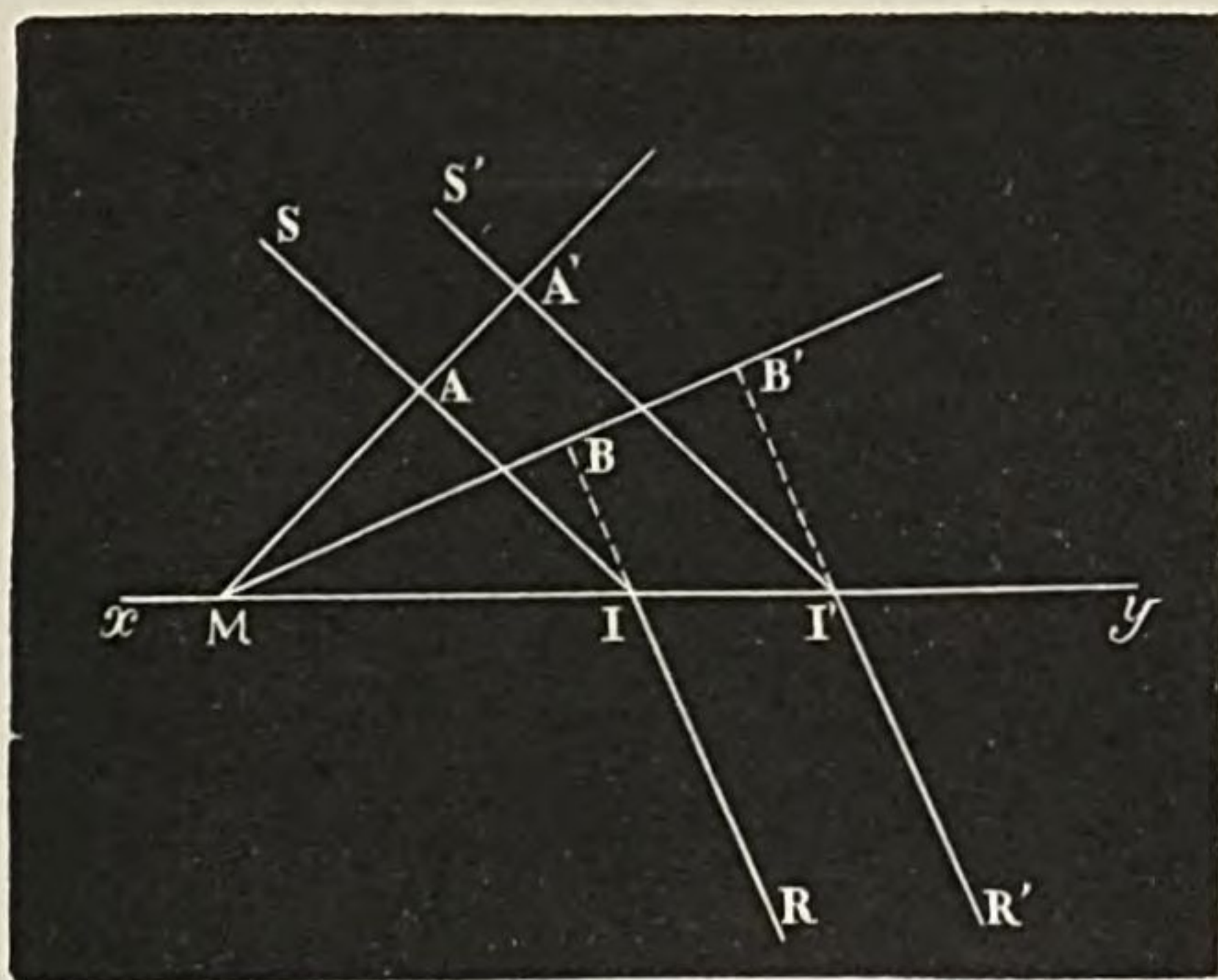


Fig. 304.

Wir wollen zunächst auf ein Bündel paralleler Lichtstrahlen SI , $S'I'$..., das auf eine brechende Fläche xy fällt, die Huyghens'sche Construction anwenden (vgl. 422). Zu diesem Zwecke legen wir die Ebene MA senkrecht zur Richtung der einfallenden Strahlen und construiren um die verschiedenen Punkte der Ebene xy Kugelflächen IA , $I'A'$..., welche diese Ebene in A , A' ... berühren; sodann verkürzen wir die Radien dieser Kugeln im Verhältniss $1 : \frac{1}{n}$ und legen durch M an diese so verjüngten Kugeln auf derselben Seite der xy -Ebene die Tangentialebenen; diese

¹⁾ Dupin, Ann. de chim. et de phys. (2) 5; 1817.

²⁾ Quételet, Nouv. Mém. de l'Acad. de Bruxelles 3 und 4; 1822.

³⁾ Gergonne, Ann. de Gergonne, passim.

⁴⁾ Der analytische Beweis findet sich in Bertrand, Traité de calcul différentiel et intégral 1, S. 685, und in Darboux, Théorie générale des surfaces 2, S. 275; das letztere Werk enthält eine sehr vollständige Untersuchung dieser Frage.

⁵⁾ Timmermans, Correspond. math. et phys. des Pays-Bas 1; 1826.

fallen in eine einzige Ebene MB zusammen, welche auf allen gebrochenen Strahlen senkrecht steht.

Dieselbe Construction gilt bekanntlich auch für die Reflexion, die man als Brechung mit dem Brechungsquotient -1 ansehen kann; die auf den reflectirten Strahlen senkrechte Ebene liegt alsdann auf der anderen Seite der xy -Ebene.

Wir wollen uns auf die Brechung beschränken und voraussetzen, dass die brechende Fläche Σ ganz beliebig sein möge, während sämtliche einfallenden Strahlen auf ein und derselben

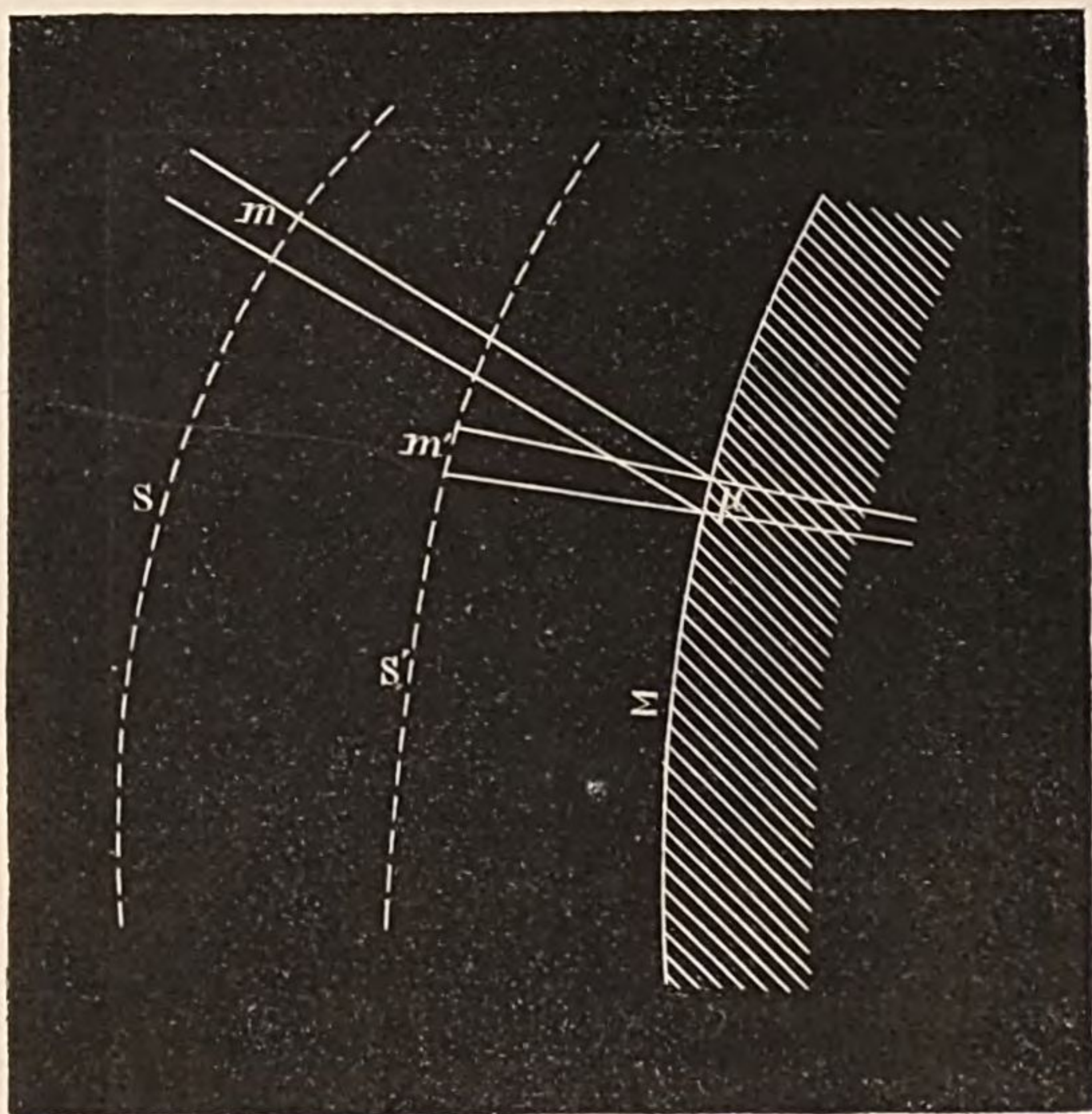


Fig. 305.

Fläche S senkrecht stehen sollen. Berücksichtigen wir nur die in einem unendlich dünnen Bündel $m\mu$ enthaltenen Strahlen, so können wir auf diese die oben angegebene Construction anwenden, d. h., wir beschreiben um die Punkte des Elementes μ Kugelflächen, welche das Element m berühren, verkleinern sodann die Radien dieser Kugeln im Verhältniss $1:\frac{1}{n}$ und construiren mit diesen Radien eine neue Kugelschaar; dann werden die auf der Seite von S liegenden Schnitte dieser letzteren Kugeln mit einander ein ebenes Element m' bestimmen, das auf den gebrochenen Strahlen senkrecht steht. Verfahren wir nun ebenso für alle Elemente der Oberfläche S , so erhalten wir eine zu den gebrochenen Strahlen normale Fläche S' .

In analoger Weise lässt sich nach einer zweiten Brechung (oder Reflexion) die auf den gebrochenen Strahlen senkrechte Fläche construiren, und so fort.

Hieraus ergibt sich, dass man immer eine beliebige Anzahl von Reflexionen oder Brechungen durch eine einzige Reflexion oder eine einzige Brechung mit gegebenen Brechungsquotienten ersetzen kann, denn es existirt immer eine Fläche Σ , die so beschaffen ist, dass die Radien der Berührungskugeln, welche man um jeden ihrer Punkte an die Flächen S und S' gelegt hat, im Verhältniss $1:\frac{1}{n}$ stehen.

Da die von einem Punkte ausgehenden Lichtstrahlen sämmtlich auf einer beliebigen Kugelfläche senkrecht stehen, welche diesen leuchtenden Punkt zum Mittelpunkte hat, so gehören dieselben auch zu der oben erwähnten Gattung von Strahlen, die sämmtlich zu einer und derselben Fläche normal gerichtet sind. Demnach werden auch diese von einem einzigen Punkte ausgehenden Lichtstrahlen nach einer beliebigen Anzahl von Reflexionen und Brechungen auf einer und derselben Fläche senkrecht stehen. Sie lassen sich also in zwei Gruppen von orthogonalen abwickelbaren Flächen zusammenfassen. Die Gesamtheit der Wendungscurven aller abwickelbaren Flächen ein und derselben Gattung bildet eine Schale der Brennfläche; die letztere ist also im allgemeinen eine zweischalige Fläche. Sind alle brechenden Flächen durch Umdrehung um eine durch den leuchtenden Punkt gehende Gerade entstanden, so fällt eine der Schalen der Brennfläche mit der Achse zusammen, während die andere Schale ebenfalls eine Rotationsfläche um diese Achse darstellt.

Sturm'scher Satz. — Durch die eben ausgeführten Ableitungen wurde Sturm auf einen wichtigen Satz über die Beschaffenheit eines unendlich dünnen Strahlenbündels geführt. Es möge MP (Fig. 306) ein Element der auf den gebrochenen Strahlen senkrechten Fläche S' darstellen; auf diesem denken wir uns die beiden zu einander senkrechten Schaaren von Krümmungslinien construirt. Die Senkrechten, welche man in den verschiedenen Punkten einer zur ersten Schaar gehörigen Linie MN errichtet, schneiden sich sämmtlich (bis auf unendlich kleine Grössen zweiter Ordnung) in einem Punkte H ; die Punkte $H, H' \dots$ bilden eine kleine Gerade, die auf der abwickelbaren Fläche liegt, welche durch die zur zweiten Schaar gehörigen Linie PQ bestimmt ist, denn die Normalen, welche man in den zur Linie PQ gehörigen Punkten $A, A' \dots$ errichtet, gehen eben durch $H, H' \dots$. Ebenso schneiden sich die Normalen, welche auf den zur zweiten Schaar gehörigen

Curven errichtet werden, sämmtlich auf einer kleinen Geraden KK' , die auf der zur ersteren senkrecht stehenden abwickelbaren Fläche MN liegt.

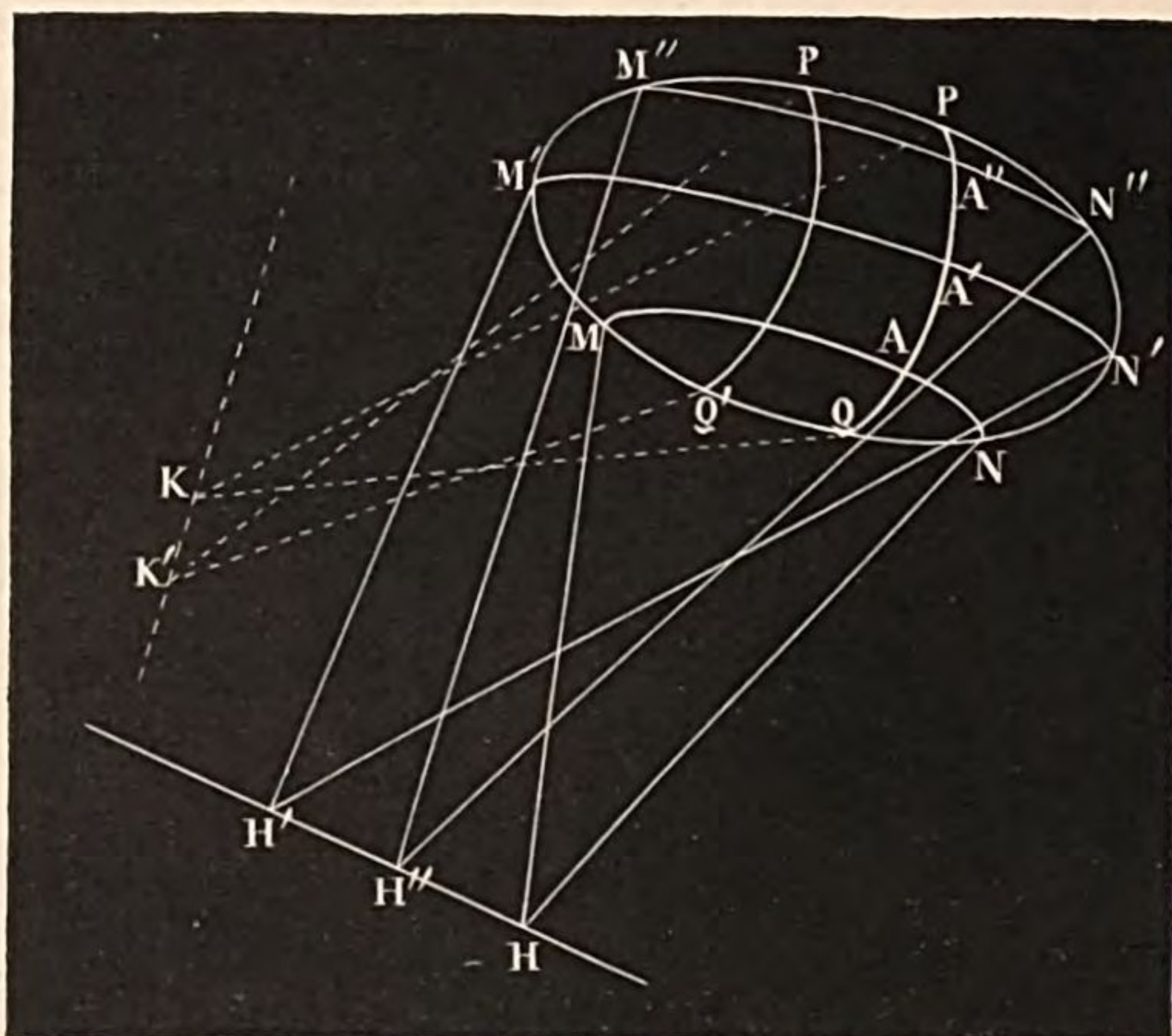


Fig. 303.

Somit schneiden sich also alle Strahlen eines unendlich dünnen Strahlenbündels in zwei unendlich kleinen Geraden, die auf zwei senkrecht zu einander stehenden Ebenen liegen; Sturm nannte dieselben die *Brennlinien*.

Diese beiden Geraden treffen sich, wie wir bereits gelegentlich bemerkten, im Allgemeinen *nicht*, es giebt also in Folge dessen auch keinen eigentlichen Brennpunkt.

Die Existenz dieser Brennlinien lässt sich leicht dadurch nachweisen, dass man auf einen Spiegel oder eine Linse in sehr schräger Richtung ein schmales Strahlenbündel fallen lässt und in Richtung der reflectirten oder gebrochenen Strahlen einen Schirm verschiebt.

432. Cylinderlinsen. — Als Cylinderlinsen bezeichnet man diejenigen, welche wenigstens auf einer Seite — wenn nicht auf beiden Seiten — von einer Cylinderfläche begrenzt werden.

Am meisten werden die *Plancylinderlinsen* verwendet, deren eine Fläche von einem convexen geraden Kreiscylinder gebildet wird, während die andere Fläche aus einer zur Cylinderachse parallelen Ebene besteht.

Die *optische Achse* ist eine auf beiden Flächen senkrechte Gerade; es giebt daher eine unendlich grosse Anzahl optischer

Achsen, die alle einander parallel sind und im *axialen Hauptschnitte* liegen; als *transversalen Hauptschnitt* bezeichnet man jeden auf der Achse senkrecht stehenden geraden Schnitt durch den Cylinder.¹⁾

Stellen wir uns eine Plancylinderlinse durch ihre Projectionen auf die beiden senkrecht zu einander stehenden Hauptebenen dar, so sehen wir unmittelbar, dass ein von einem Punkte P ausgehendes Strahlenbündel geringer Öffnung aus der (unendlich dünn angenommenen) Linse folgendermaassen austritt:

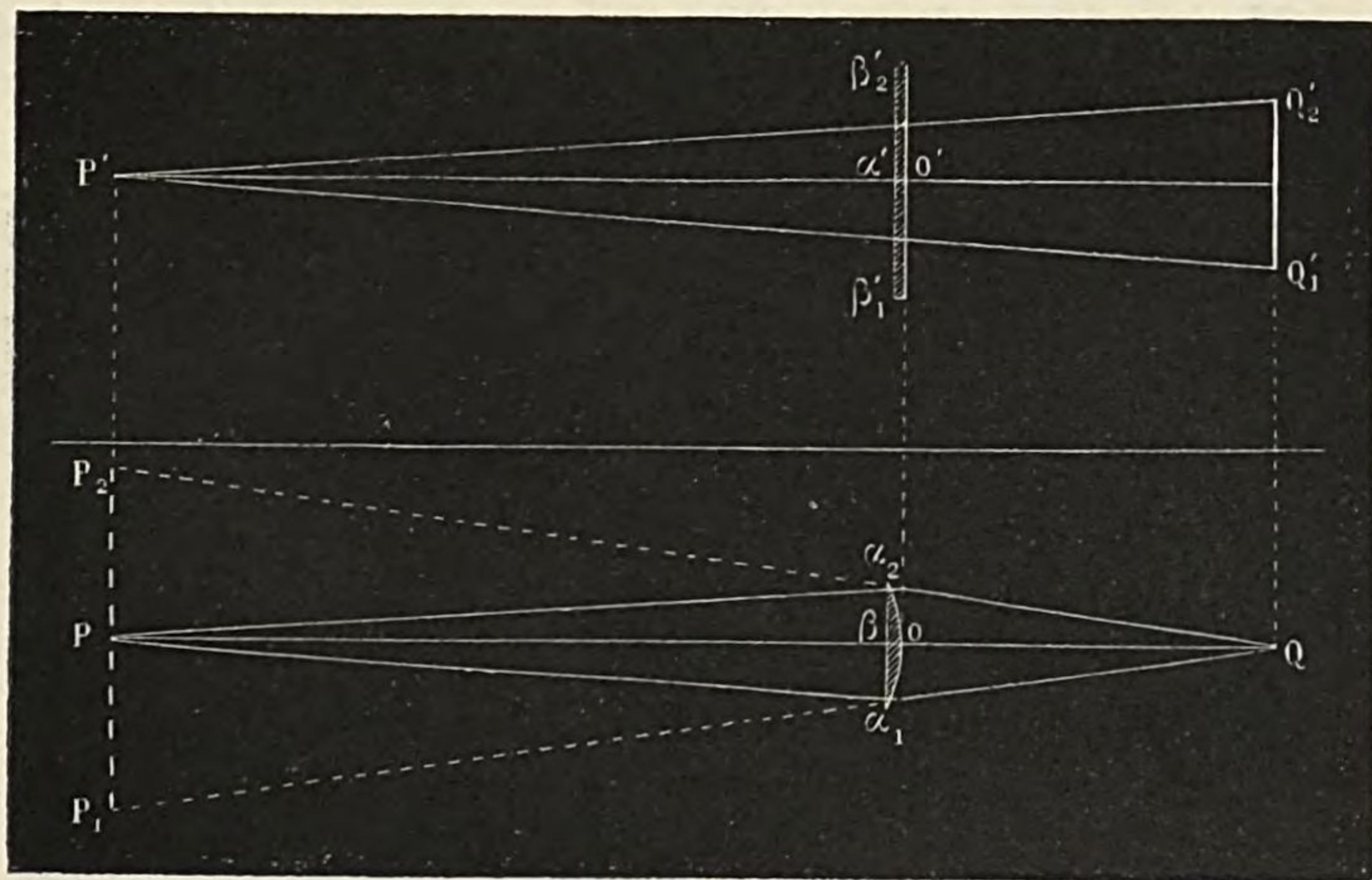


Fig. 307.

Im Axialschnitte ebenso, als wenn das Bündel einfach eine unendlich dünne planparallele Platte durchsetzt hätte, d. h., als ob die Linse überhaupt nicht vorhanden wäre;

Im Transversalschnitt, als ob das Lichtbündel eine planconvexe Linse durchsetzt hätte.

Das Strahlenbündel wird also eine der Cylinderachse parallele Lichtlinie bilden, deren Abstand von der Linse durch die Formel

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

gegeben ist; darin bedeutet f die Brennweite der Planconvexlinse von demselben Transversalschnitte. Diese Lichtlinie bildet somit

¹⁾ Man nennt diesen Schnitt auch *Maximalschnitt*, da hier die Stärke der Linse ein Maximum ist, während dieselbe im Axialschnitte ein Minimum ist.

die eine Brennnlinie. Nun treffen aber die sämtlichen Strahlen, rückwärts verlängert, die Gerade P_1P_2P' , welche senkrecht zur Axialebene durch den Punkt P geht; dies ist also die zweite Brennnlinie.

Die Wirkung der Linse lässt sich hieraus für jeden einzelnen Fall leicht ableiten. Es möge beispielsweise durch P ein System von Geraden gehen, die sämtlich zur optischen Achse senkrecht stehen und wie die Speichen eines Rades divergiren, dann wird in Q nur von der zur ersten Brennnlinie parallelen Speiche eine Gerade als Bild entstehen, während die anderen Speichen Bandenbilder liefern, deren Breite bis zum senkrechten Azimuth continuirlich wächst.

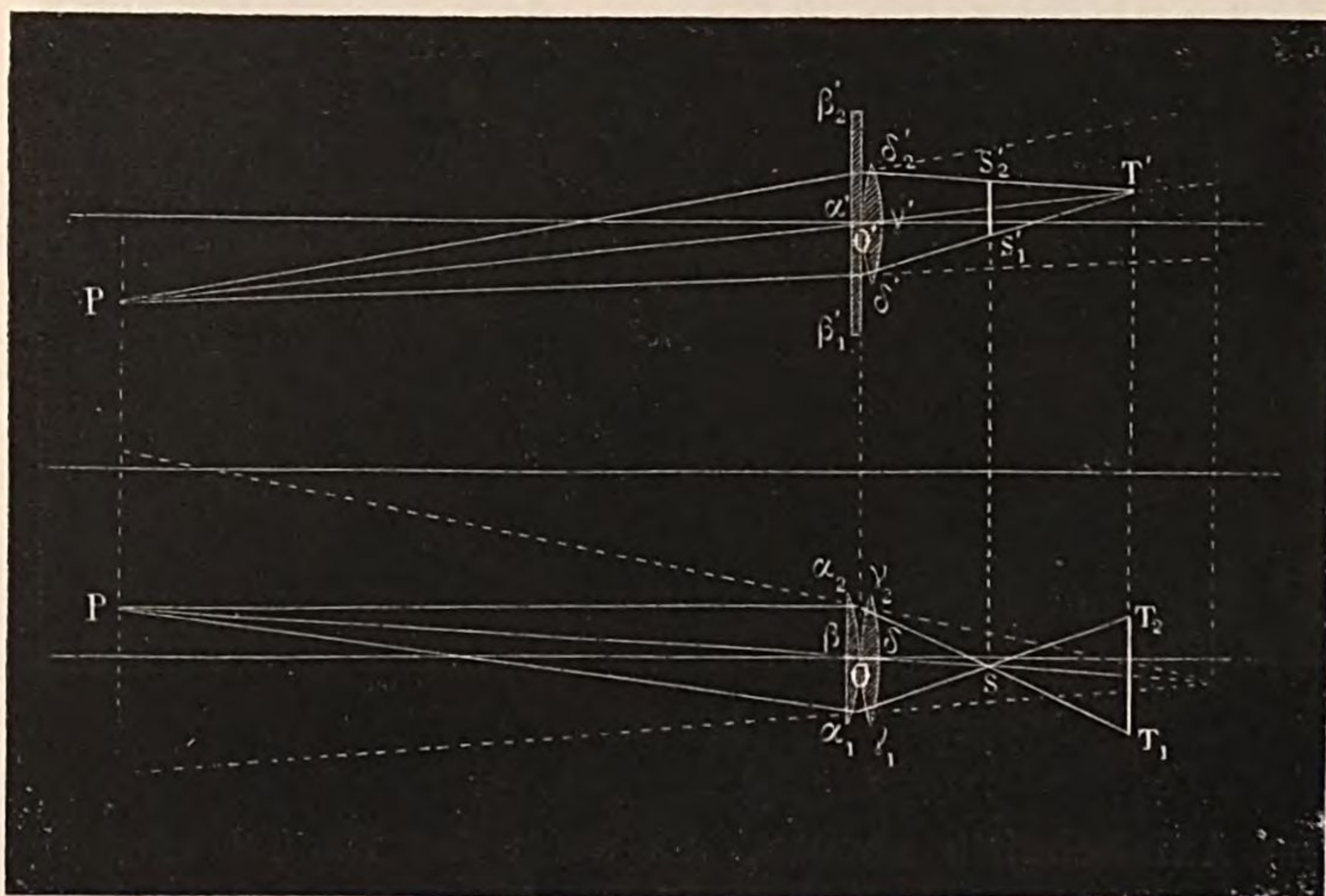


Fig. 308.

Vereinigen wir eine Cylinderlinse mit einer sphärischen Linse zu einem sogenannten *astigmatischen System*, dann werden die von einem beliebigen Punkte P ausgehenden Strahlen nach dem Austritte aus der Linse zwei gerade Brennnlinien S und T bilden deren Lage man graphisch oder rechnerisch leicht bestimmen kann. Da nämlich die Stärke eines Systems, das aus zwei sich berührenden, unendlich dünnen Linsen besteht, gleich der Summe der betreffenden Stärken der einzelnen Linsen ist, so wird die Stärke des Systems im Maximalschnitt $\frac{1}{f} + \frac{1}{F}$ und im Axialschnitt $\frac{1}{F}$ sein, wenn F die Hauptbrennweite der sphärischen Linse bezeichnet.

Ein Object, durch ein astigmatisches System betrachtet, erscheint im Allgemeinen deformirt. Ertheilt man dem auf eine feste Gerade gerichteten System eine Rotationsbewegung, so bleibt das Bild, je nach den Versuchsbedingungen, entweder unbeweglich, oder es pendelt hin und zurück, oder es rotirt continuirlich. Von dieser Erscheinung kann man sich leicht Rechenschaft ablegen, wenn man nicht das auf der Retina entstehende Bild berücksichtigt, sondern die dem letzteren ähnliche Figur, welche in der Linsenebene durch die Directionslinien ausgeschnitten wird (vgl. **430**, Fig. 303), die gleichzeitig durch die als Object dienende Gerade und durch das zum Knotenpunkt des Auges conjugirte Paar von Brennpunkten gehen.¹⁾

¹⁾ Leroy, Rev. gén. d'ophtal. **6**, 145; 1887.

Viertes Capitel.

Dispersion.

I. Zusammengesetzte Natur des weissen Lichts.

433. Versuche von Newton. — *Fundamentale Erscheinung.* — Wenn ein Büschel weisser Lichtstrahlen eine stärkere Brechung erleidet, so sieht man stets, dass das Büschel sich verbreitert und färbt. Die Dispersion ist in Folge dessen ebenso lang bekannt, wie die Brechung. So sagt schon Seneca, dass ein mit Hohlkehlen oder Erhöhungen versehener Glasstab, auf welchen in transversaler Richtung Sonnenstrahlen fallen, die Farben des Regenbogens zeige, und zwar unterscheidet er bei diesen Farben Roth, Gelb und Blau, und macht auch darauf aufmerksam, dass die verschiedenen Nüancen ganz unmerklich in einander übergehen.¹⁾

Zur Untersuchung der Erscheinung, die beim schrägen Durchgange des Sonnenlichts durch ein Stück Glas auftritt, bediente sich Kepler eines gleichseitigen Glasprismas.²⁾ Der Versuch lässt sich sehr einfach anstellen: Man lässt ein Bündel Sonnenstrahlen, das durch ein kleines Loch von beliebiger Gestalt in ein dunkles Zimmer dringt, durch ein Prisma gehen,³⁾ dessen Kante senkrecht zur Einfallsebene steht; fängt man das Bild mit einem Schirme

¹⁾ Virgula solet fieri vitrea, striata vel pluribus angulis in modum clavae torosa; haec, si ex transverso solem accipit, colorem talem qualis in arcu videri solet, reddit. — Videmus in eo (arcu) aliquid flammei, aliquid lutei, aliquid coerulei, et alia in picturae modum subtilibus lineis ducta, ut ait poeta; ut an dissimiles colores sint scire non possis, nisi cum primis extrema contuleris. (Seneca, questiones naturales 1, 7 und 3.)

²⁾ Kepler, Dioptrice S. 6. Augusta Vindelicorum (Augsburg); 1611.

³⁾ Das Prisma braucht nicht gleichseitig zu sein, falls es sich nur um den Nachweis der Dispersion handelt.

auf, so erscheint es in der Richtung senkrecht zur Prismenkante auseinander gezogen und lebhaft gefärbt.

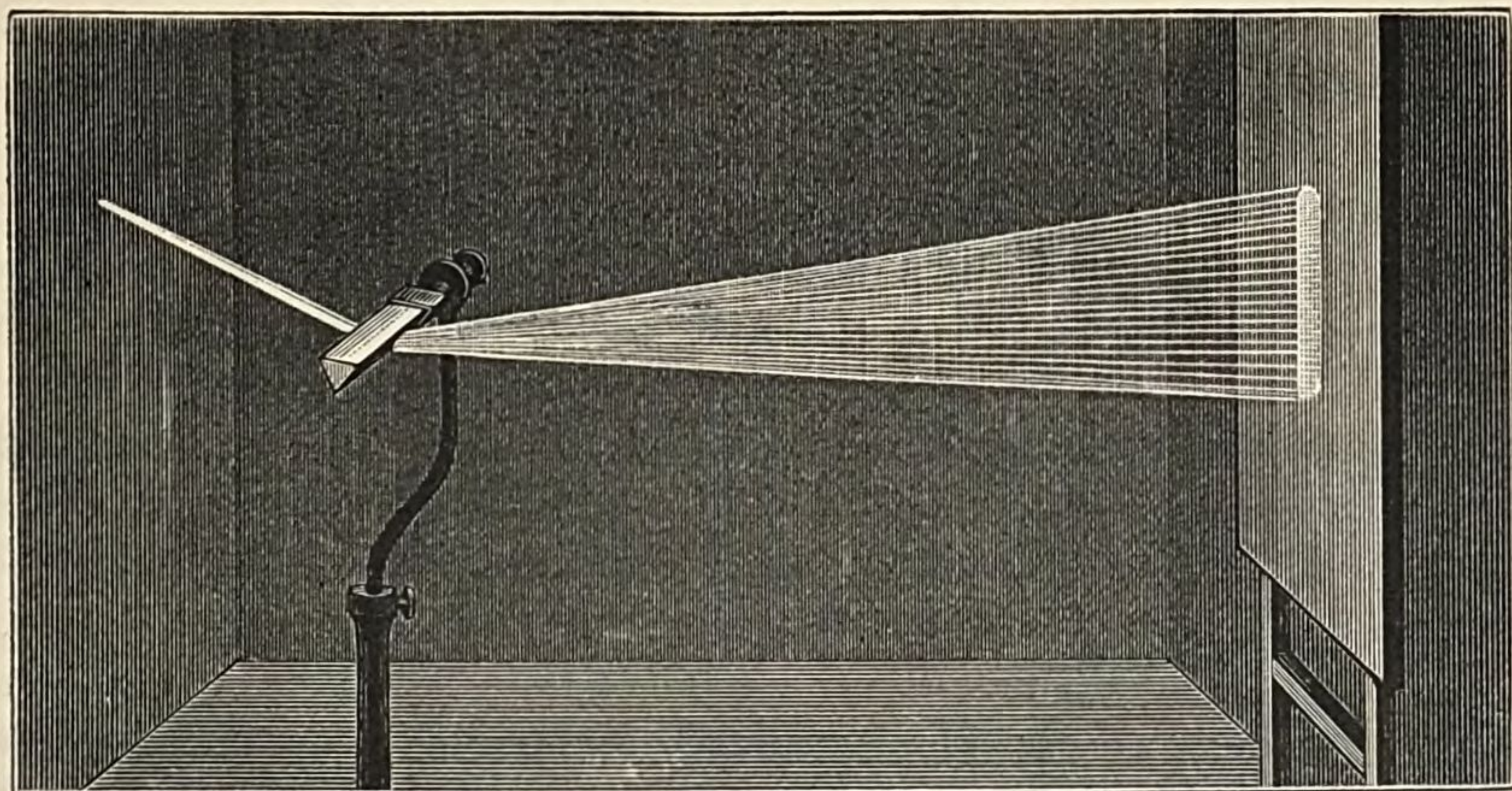


Fig. 309.

Erklärung von Newton. — *Zusammengesetzte Natur des weissen Lichts.* — Newton gab zuerst eine Erklärung für diese Erscheinung, indem er dieselbe darauf zurückführte, dass das weisse Licht aus einer unendlich grossen Anzahl von einfachen Lichtarten bestehe, die gleichzeitig durch ihre Brechbarkeit und ihre Farbe charakterisirt seien.¹⁾

Nach der Undulationstheorie ist eine Lichtart, ebenso wie ein Ton, durch seine Schwingungsperiode definirt, welche bei allen Erscheinungen (bis auf einzelne ganz specielle Fälle) unverändert bleibt: Von dieser Periode hängen Farbe und Brechbarkeit ab. Ist die Schwingungsperiode gegeben, so kennt man auch die Wellenlänge für ein Medium, in welchem sich das Licht mit einer bestimmten Geschwindigkeit fortpflanzt. In der Optik pflegt man eine Lichtart durch ihre Wellenlänge im leeren Raum zu definiren und führt darauf die Brechbarkeit und die Farbe zurück.

Soll die Verlängerung des Bildes thatsächlich die zusammengesetzte Natur des Lichts beweisen, so muss das Prisma im Minimum der Ablenkung stehen. Würde man nämlich auch annehmen, dass allen in dem Büschel befindlichen Strahlen von Sonnenlicht der gleiche Brechungsquotient zukäme, so würden die Strahlen doch, da sie unter verschiedenem Winkel auf das Prisma

¹⁾ Newton, Optics; London 1704.

auffallen, im Allgemeinen verschieden stark abgelenkt werden, und in Folge dessen würde das Bild in der Brechungsebene verlängert erscheinen. Nur in der Nähe der Minimalstellung wird die Ablenkung, die sich hier nur unendlich wenig mit dem Einfallswinkel ändert, für alle Strahlen des in Betracht kommenden dünnen Lichtbündels nahezu dieselbe sein, wenn auch streng genommen nur ein einziger Strahl das Prisma in der Minimalstellung passirt; in Folge dessen wird dann das Prisma das gesamte Strahlenbüschel um einen gewissen Winkel ablenken. Hätten nun alle das Lichtbüschel zusammensetzenden Strahlen den gleichen Brechungsquotient, so würden die Dimensionen des auf dem Schirme entstehenden Bildes genau dieselben sein, wie wenn das Prisma überhaupt nicht vorhanden wäre. Besteht dagegen das weisse Licht aus Strahlen verschiedener Brechbarkeit, so werden ebenso viele Bilder entstehen, als Strahlen vorhanden sind, und alle diese Einzelbilder zusammengenommen werden einen Flecken hervorbringen, der in der Richtung senkrecht zur brechenden Kante des Prisma verlängert erscheint.

Beziehung zwischen Farbe und Brechbarkeit. — Gleichzeitig mit der Verlängerung des Bildes treten auch die Regenbogenfarben auf. Die Farbe ist nämlich der — allerdings etwas unbestimmte — physiologische Charakter einer Lichtart, wie die Brechbarkeit als der physikalische Charakter derselben betrachtet werden muss. Dies bewies Newton durch verschiedene Experimente, die er sämmtlich anstellte, um zu zeigen, dass verschiedenfarbige Strahlen auch verschiedene Brechbarkeit besitzen.

1. Auf ein schwarzes Papier brachte er dicht nebeneinander ein rothes und ein blaues Rechteck. Wenn er dann das hell erleuchtete Blatt durch ein Prisma betrachtete, fand er das blaue Rechteck stärker abgelenkt als das rothe.

2. Ferner entwarf er mit Hülfe einer Linse von jedem Rechteck ein Bild, und zwar hatte er, um den Schirm scharf einstellen zu können, über beide Felder einen dünnen schwarzen Seidenfaden gespannt; es ergab sich dabei, dass das blaue Bild der Linse näher lag, als das rothe.

Diese zunächst absichtlich mit materiellen Farben angestellten Versuche lassen sich, wie wir später sehen werden, viel genauer mit den Spektralfarben selbst ausführen.

Sonnenspectrum. — Als Sonnenspectrum bezeichnet man diejenige farbige Erscheinung, welche von den Sonnenstrahlen jenseits des Prismas hervorgebracht wird, wenn alles weisse Licht aus dem Bilde verschwunden ist; dies tritt stets ein, wenn die Öffnung, durch welche die Strahlen in das verdunkelte Zimmer

eintreten, klein genug ist, und wenn sich der Schirm in hinreichender Entfernung vom Prisma befindet.

Nach Newton unterscheidet man im Spectrum sieben Hauptfarben:¹⁾

Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo, Violett.

Unter der obigen Voraussetzung, dass die Öffnung, durch welche die Strahlen eintreten, sehr klein ist, hat das Spectrum die Gestalt eines von zwei Halbkreisen, oder allgemeiner, von zwei Ellipsen begrenzten Rechtecks. Jedes einzelne Strahlenbüschel liefert nämlich ein kreisförmiges Bild vom scheinbaren Durchmesser der Sonne. Hieraus folgt sofort, dass die Farben nicht rein sein können, da sich die verschiedenen Bilder theilweise über einander lagern.

Beweise für die Newton'sche Erklärung. — Trotz der Mängel seines Verfahrens gelang es Newton doch, die Richtigkeit seiner Annahme nachzuweisen, dass nämlich die verschiedenfarbigen Strahlen auch verschiedene Brechbarkeit besitzen, dass sie jedoch durch ihren Brechungsquotient genau charakterisirt sind, indem Strahlen vom gleichen Brechungsquotient sich immer gleichartig verhalten.



Fig. 310.

Zum Beweise dieses Satzes lassen sich eine ganze Anzahl von Versuchen anstellen.

a) *Polyprisma.* — Das Polyprisma (426) gestattet, die Erscheinung der Dispersion mit ganz beliebigen Substanzen und bei allen möglichen Winkeln zu untersuchen. In allen Fällen bleibt die Erscheinung im Wesentlichen die gleiche; demnach ist die Dispersion nicht eine specielle Eigenschaft, die nur unter bestimmten Verhältnissen auftritt, sondern vielmehr das Ergebniss eines allgemeinen Gesetzes. Das Sonnenlicht besteht also aus einer grossen

¹⁾ Newton glaubte, dass die Vertheilung der Farben über das Spectrum unveränderlich sei und von der Substanz des Prismas nicht abhängen (bekanntlich eine irrige Ansicht). Er suchte daher auch das numerische Gesetz für die Aufeinanderfolge der Farben zu ergründen, und, da er dasselbe in der phrygischen Tonleiter zu finden meinte, unterschied er willkürlich sieben Farben, deren Grenzen das Gebiet des Spectrums theilten, wie die sieben Noten *c d es f g a b c* die Saite des Monochords, nämlich nach den Verhältnisszahlen $\frac{8}{9}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{9}{16}, \frac{1}{2}$. Hierbei entspricht das erste Intervall $1:\frac{8}{9}$ dem Violett, das zweite $\frac{8}{9}:\frac{5}{6}$ dem Indigo, ... das letzte $\frac{9}{16}:\frac{1}{2}$ dem Roth.

Anzahl verschiedener Strahlen, und zwar haben die Strahlen, welche für eine bestimmte Substanz verschiedene Brechungsquotienten besitzen, auch für irgend eine andere Substanz verschiedene Brechungsquotienten; hierbei bleibt das Vorzeichen der Differenz gewöhnlich das gleiche.

b) *Totalreflexion*. — Die Erscheinung der Totalreflexion lieferte Newton einen neuen Beweis für die Richtigkeit seiner Ideen. Der durch die Gleichung $\sin \lambda = \frac{1}{n}$ definirte Grenzwinkel wird für die verschiedenen Strahlen nicht der gleiche sein: Bei einem Einfallswinkel, bei dem ein rother Strahl noch aus dem Glas in die Luft austreten kann, wird für einen violetten Strahl an der Trennungsfläche der beiden Medien bereits Totalreflexion eintreten.

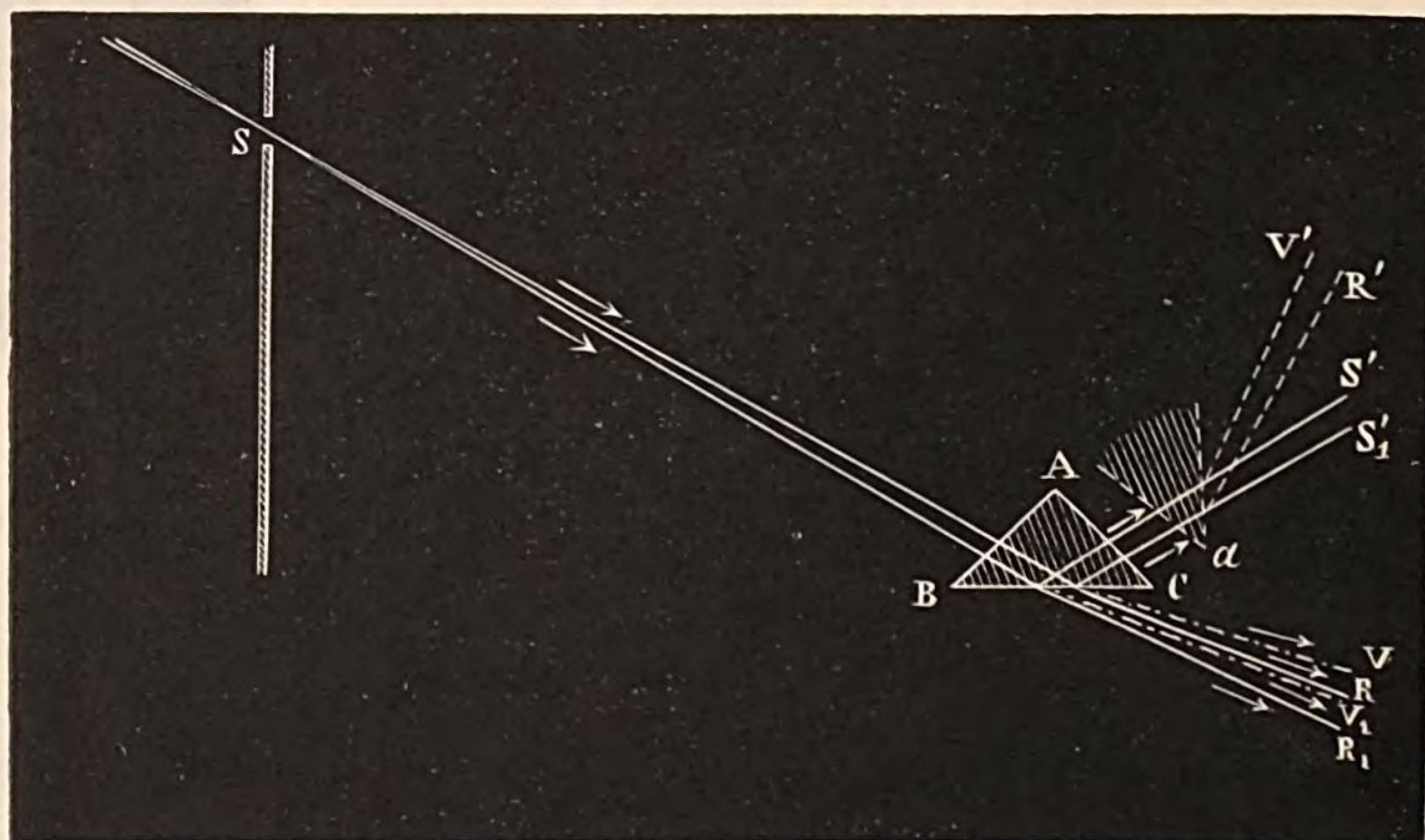


Fig. 311.

Auf dieser Thatsache beruht folgender Versuch: Ein Bündel weissen Lichtes, das die eine Fläche AB eines allseitig polirten, gleichseitigen Prismas ABC trifft, wird nach der Brechung an der Basisfläche ein Spectrum VR_1 hervorbringen. Dreht man nun das Prisma um seine Achse, bis der Winkel, den die Strahlen im Innern mit der Basis einschliessen, die Grösse des Grenzwinkels für die brechbarsten Strahlen erreicht, dann wird Violett aus dem Spectrum verschwinden und in einer zur Richtung der einfallenden Strahlen symmetrischen Richtung reflectirt werden.

Bei fortgesetzter Drehung des Prisma in demselben Sinne sieht man, wie weiterhin auch Indigo aus dem Spectrum verschwindet, um dem Violett parallel reflectirt zu werden, und so fort, bis schliesslich jeder Strahl an der Basis reflectirt wird; hierbei ist

stets der Winkel, welchen ein Strahl mit der Austrittsfläche des Prisma bildet, ebensogross als derjenige, den er beim Eintritt in das Prisma mit der ersten Fläche eingeschlossen hatte. Somit legt sich das Bündel von Indigo-Strahlen über das violette Strahlenbündel und ändert den Farbenton des reflectirten Bildes; dasselbe tritt bei jeder folgenden Farbe ein, so dass die Färbung des Bildes fortwährend wechselt, bis sie schliesslich in Weiss übergeht. Bevor jedoch für irgend eine Lichtart totale Reflexion eintritt, findet bereits für alle Lichtarten partielle Reflexion statt, so dass stets schon ein von der Basisfläche reflectirtes Bündel weissen Lichts vorhanden ist. Dies Bündel wird also violett gefärbt, wenn die violetten Strahlen eine totale Reflexion erleiden, und wird allmählich in die verschiedenen anderen Farbtöne übergehen, die jedoch wenig glänzend erscheinen, weil sie mit dem vorhandenen weissen Lichte vermischt sind. Es ist deshalb rathsam, die reflectirten Strahlen noch durch ein zweites Prisma *a* gehen zu lassen. Dies liefert ein zweites Spectrum *V'R'*, das zunächst ziemlich schwach auftritt, dann aber sich lebhaft färbt, in dem Maasse als die Farben aus dem ersten Prisma verschwinden.

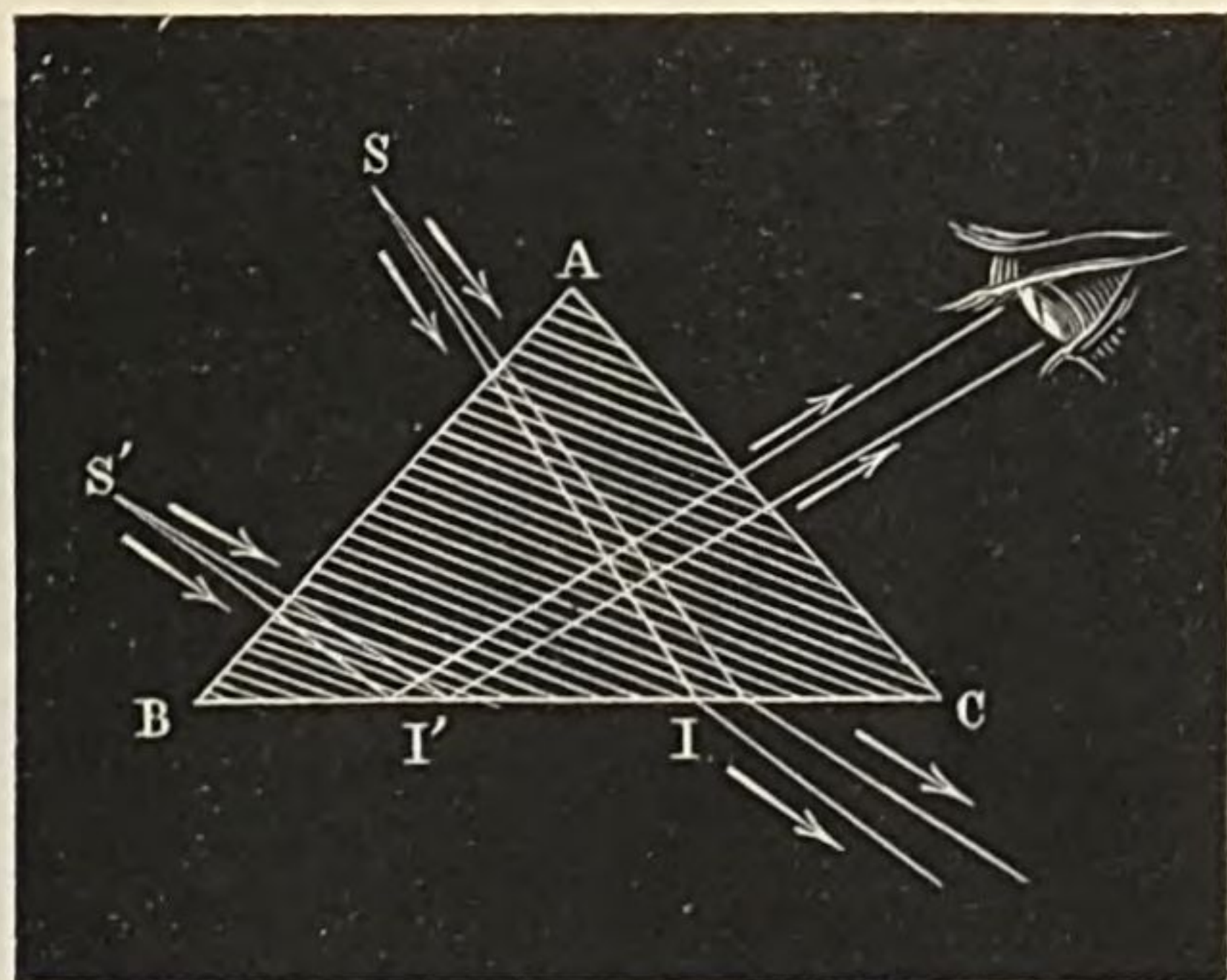


Fig. 312.

Nach Herschel und Wollaston lässt sich der Versuch auch so abändern, dass man ein etwa von einem Fenster kommendes breites Bündel weissen Lichts auf ein Prisma fallen lässt. Bringt man nun das Prisma in eine solche Richtung, dass für alle Bestandtheile eines ganz bestimmten weissen Strahles Totalreflexion eintritt, so wird ein über der zweiten Prismenfläche befindliches Auge die Basis des Prismas in zwei Theile getheilt sehen: Einen sehr hellen, wo für alle farbigen Strahlen Totalreflexion stattfindet, einen zweiten, von dem nur der nicht gebrochene Theil

der sämtlichen Strahlen reflectirt wird, und dazwischen einen farbigen Streifen, in dem die violetten und blauen Farbentöne vorherrschen.

Entsprechend unterscheidet ein unter der Prismenfläche befindliches Auge einen vollständig dunkeln Theil, wo die Totalreflexion stattfindet, einen hellen Theil und dazwischen eine farbige Zone, in welcher hauptsächlich die violetten Strahlen fehlen und die deshalb an ihrer hellsten Stelle ins Röthliche spielt.

c) *Linsen*. — Einen anderen Beweis für die Richtigkeit der Newton'schen Hypothese liefert die Wirkungsweise der Linsen bei Anwendung von weissem Lichte. Die Brennweite einer Sammellinse, deren Flächen die Krümmungsradien R und R' haben, ist definirt durch die Formel

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right);$$

die Entfernung f muss also vom Roth zum Violett in demselben Maasse abnehmen, als n wächst. Thatsächlich schneiden sich auch, wenn Sonnenlicht auf eine Convexlinse fällt, die violetten Strahlen näher an der Linse als die rothen.

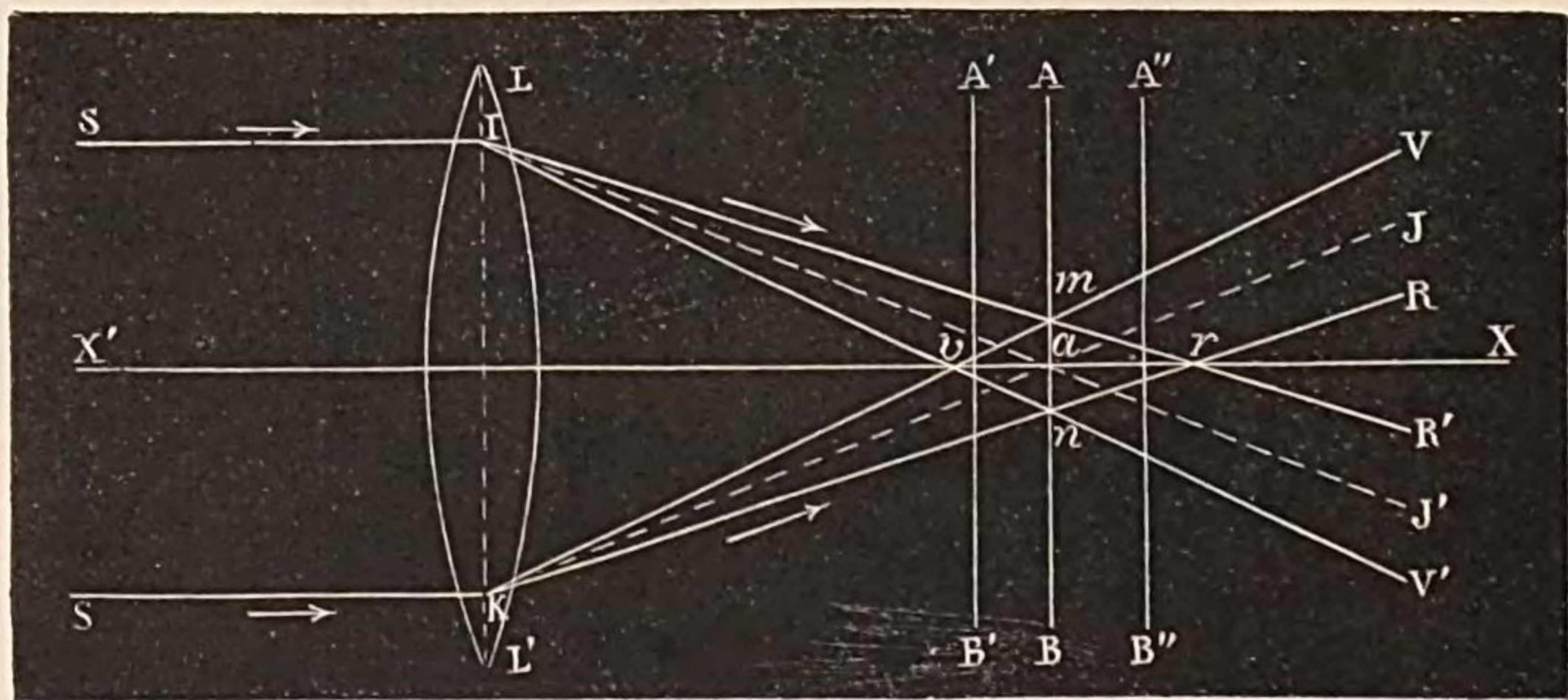


Fig. 313.

Dies lässt sich nachweisen, indem man das Strahlenbündel mit einem Schirm auffängt. Hält man den Schirm zwischen die Linse und den Brennpunkt der violetten Strahlen, so erscheint ein weisser, kreisrunder Fleck, von rothen Rändern umsäumt, während dieser weisse Fleck jenseits des Brennpunkts der rothen Strahlen violette Ränder zeigt. Zwischen diesen beiden äussersten Brennpunkten ist die Erscheinung verwickelter. Wenn der Schnitt des Lichtbündels an der Stelle AB ziemlich weiss erscheint, so ist dies darauf zurückzuführen, dass die verschiedenen Strahlen

sich sämmtlich in einem sehr engen Raume kreuzen; thatsächlich liefern sie jedoch keineswegs weisses Licht, wie man leicht erkennen kann, wenn man die Erscheinung durch eine Lupe betrachtet.

Statt das Lichtbündel an verschiedenen Stellen mit einem Schirme aufzufangen, kann man es auch mit Hülfe von Kreidestaub sichtbar machen und seine Zusammensetzung einem grösseren Auditorium vorführen. Zu diesem Zwecke wird man am passendsten eine grosse, etwa planconvexe Linse wählen, wie man sie zum Nachweise der sphärischen Aberration gebraucht, und über der ebenen Fläche ein Diaphragma befestigen, das nur am Rande eine ringförmige Öffnung frei lässt.

Newton wies die Änderung der Brennweite mit der Brechbarkeit des Lichts noch mit einem genaueren Verfahren nach, analog demjenigen, welches er bereits für die materiellen Farben benutzt hatte.

Den in ein vollständig dunkles Zimmer eintretenden Lichtstrahl zerlegte er und liess einen Theil desselben von bestimmter Farbe auf ein Buch fallen. In einiger Entfernung von demselben stellte er eine grosse Convexlinse auf, mit Hülfe deren er die von der Druckseite diffus reflectirten Strahlen sammelte. Diese liess er sodann auf ein weisses Blatt fallen und verschob das letztere so lange, bis die Buchstaben scharf erschienen. Auf diese Weise liess sich also die Lage des Bildes, welches durch die gerade auf das Buch fallenden Strahlen einer bestimmten Farbe entstand, genau ermitteln. Veränderte nun die Sonne ihren Stand, so wechselte damit auch die Farbe der Strahlen, und wenn dieselbe von Roth zu Violett überging, so musste das Papier der Linse immer mehr genähert werden, wenn das Bild noch deutlich erscheinen sollte.

Das vom Prisma zerlegte Licht ist nicht mehr zusammengesetzt. — Alle bisher angeführten Erscheinungen liessen sich durch die Annahme erklären, dass das weisse Licht aus verschiedenfarbigen Strahlen zusammengesetzt ist, die durch ihre Brechbarkeit charakterisirt sind. Es blieb nun noch übrig, zu untersuchen, ob die durch das Prisma getrennten Strahlen nicht mehr zusammengesetzt sind.

Trotz der Unvollkommenheit seines experimentellen Verfahrens gelang Newton doch der Nachweis, dass ein Bündel von Strahlen, deren Brechungsquotient in Bezug auf ein Prisma derselbe ist, unter keinen Umständen weiter zerlegt werden kann.

a) *Versuch mit den gekreuzten Prismen.* — Einen schlagenden Beweis für diese Thatsache liefert der Versuch mit den ge-

kreuzten Prismen. Hinter einem ersten Prisma, das ein Spectrum liefert, stellt man ein zweites aus dem gleichen Material und vom gleichen brechenden Winkel so auf, dass seine brechende Kante senkrecht zu derjenigen des ersten Prismas gerichtet ist; dann wird eine auf den Kanten des zweiten Prismas senkrecht stehende Ebene nur Strahlen enthalten, welche denselben Brechungsindex haben, wenn das erste Prisma das Licht vollständig in

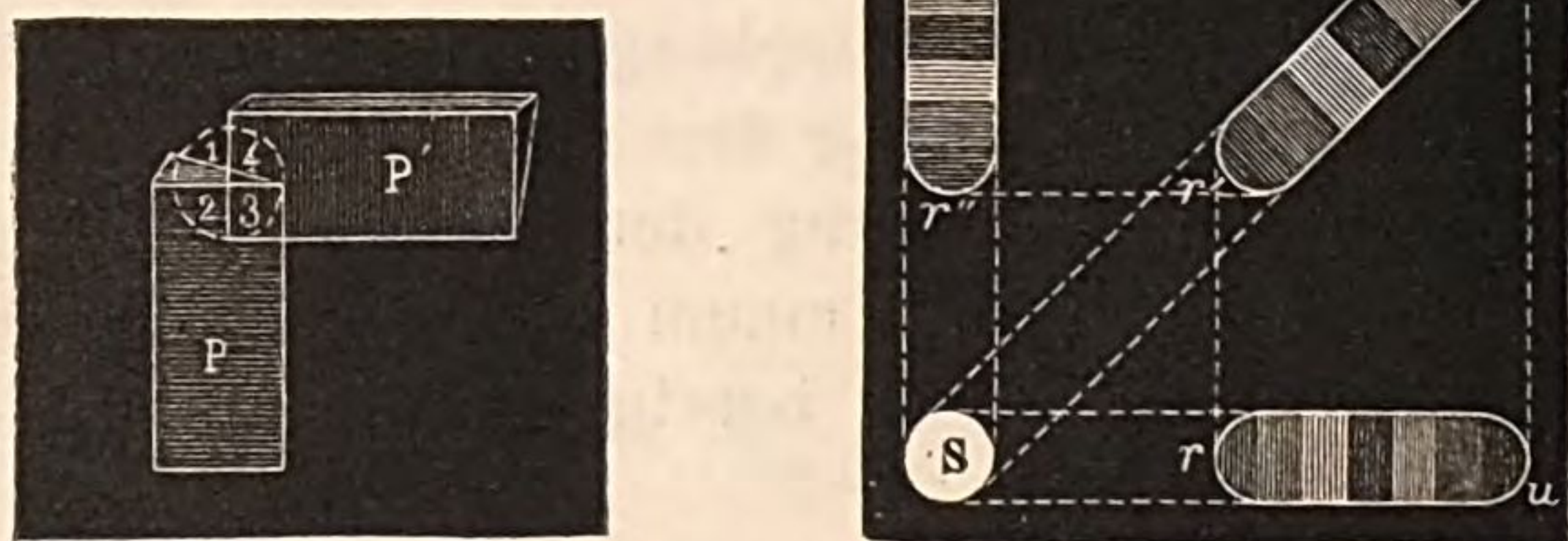


Fig. 314.

seine Bestandtheile zerlegt hat. Bei dieser in Fig. 314 dargestellten Anordnung erhält man auf einem hinter dem ganzen System aufgestellten Schirme folgende vier Bilder: das directe Bild s , die beiden Spectren ru und $r''u''$, welche von den Prismen P und P' gesondert hervorgebracht werden, und endlich ein unter 45° geneigtes Spectrum $r'u'$, das von den Strahlen herrührt, welche durch beide Prismen eine Brechung erleiden. Es zeigt sich nun, dass die Breite dieses letzteren Spectrums gleich der Breite der Spectren ist, welche nur durch eine einzige Brechung hervorgebracht werden; hierdurch ist der Beweis geliefert, dass alle Strahlen, welche im ersten Spectrum ein und dieselbe verticale Linie schneiden, den gleichen Brechungsquotienten besitzen.

b) *Unveränderlichkeit eines isolirten Strahlenbündels.* — Wenn man mit Hülfe eines kleinen, in einen Schirm MM gebohrten Loches aus einem Spectrum ein recht schmales Strahlenbündel ausschneidet und dasselbe auf ein zweites Prisma A' fallen lässt, so beobachtet man nur eine Ablenkung, aber nicht eine Verbreiterung oder eine Farbenänderung des Büschels.

Allerdings muss man zugeben, dass diese Versuche immer an einer gewissen Unvollkommenheit leiden; wenn sie auch keinen Zweifel darüber aufkommen lassen, dass die spectral zerlegten Strahlen einfache sind, so zeigen sie doch andererseits, wie schwer es ist, ein reines Spectrum hervorzubringen.

c) *Beleuchtung mit monochromatischem Lichte.* — Unter diese Art

von Erscheinungen muss auch die Thatsache gezählt werden, dass einfarbiges Licht, welches auf irgend einen Körper fällt, keine weiteren Veränderungen erleidet, wie es bei dem weissen Lichte der Fall ist. Während nämlich das letztere eine gewisse Farbe erhält, weil seine Bestandtheile von der Oberfläche des Körpers in verschiedener Weise zurückgeworfen werden, bleibt die Farbe des monochromatischen Lichts unverändert, nur seine Intensität ändert sich je nach der Art, wie es von dem betreffenden Körper zerstreut wird.¹⁾ Die Farbe des monochromatischen Lichts hängt also nicht von der Natur des Körpers ab, auf welchen das Licht fällt, nur seine Intensität ist veränderlich.

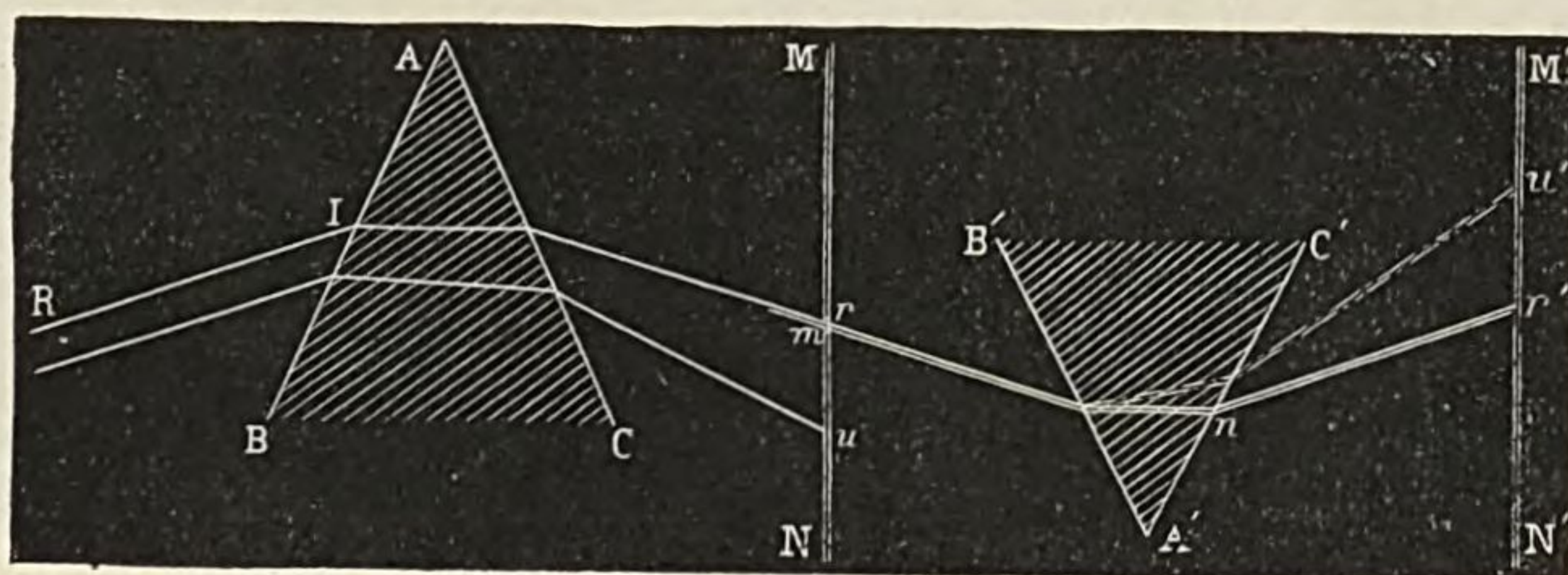


Fig. 315.

Wiedervereinigung zu weissem Lichte. — Newton controlirte die Richtigkeit seiner Analyse auch durch eine Anzahl von Versuchen, indem er umgekehrt durch Vereinigung von Strahlen, die durch ein Prisma zerstreut worden waren, weisses Licht hervorbrachte.

a) *Zusammensetzung durch sieben Spiegel.* — Ein Versuch, der im Princip sehr nahe liegt, aber recht schwer auszuführen ist, beruht darauf, dass man die verschiedenen Spectralstrahlen nach einem und demselben Punkte hin reflectiren lässt. Als reflectirende Fläche benutzte Newton einfach die Wand, auf welcher er das Spectrum auffing; brachte er ein Papier in eine solche Lage, dass es von den verschiedenen Farben gleich stark beleuchtet wurde, so erschien es weiss. Heutzutage benutzt man dazu sieben kleine, kreisförmige Spiegel, welche auf einer Schiene angebracht sind und sich längs derselben verschieben lassen. Man stellt nun die Spiegel so, dass die Mittellinie eines jeden der sieben Hauptstrahlenbündel genau auf die Mitte eines jeden Spiegels fällt und

¹⁾ Gesichter, die durch Natriumlicht beleuchtet werden, — etwa dadurch, dass man einer Alkoholflamme Kochsalz zusetzt, — sehen bekanntlich geisterhaft bleich aus.

kann nun durch Neigung der Spiegel bewirken, dass sich sämtliche reflectirten farbigen Strahlen in einem einzigen Punkte vereinigen; dort entsteht weisses Licht. Auch die Hauptresultate der Farbenmischung lassen sich auf diesem Wege darstellen, freilich in recht ungenauer Weise, da die auf jeden Spiegel fallenden Farben keineswegs homogen sind.

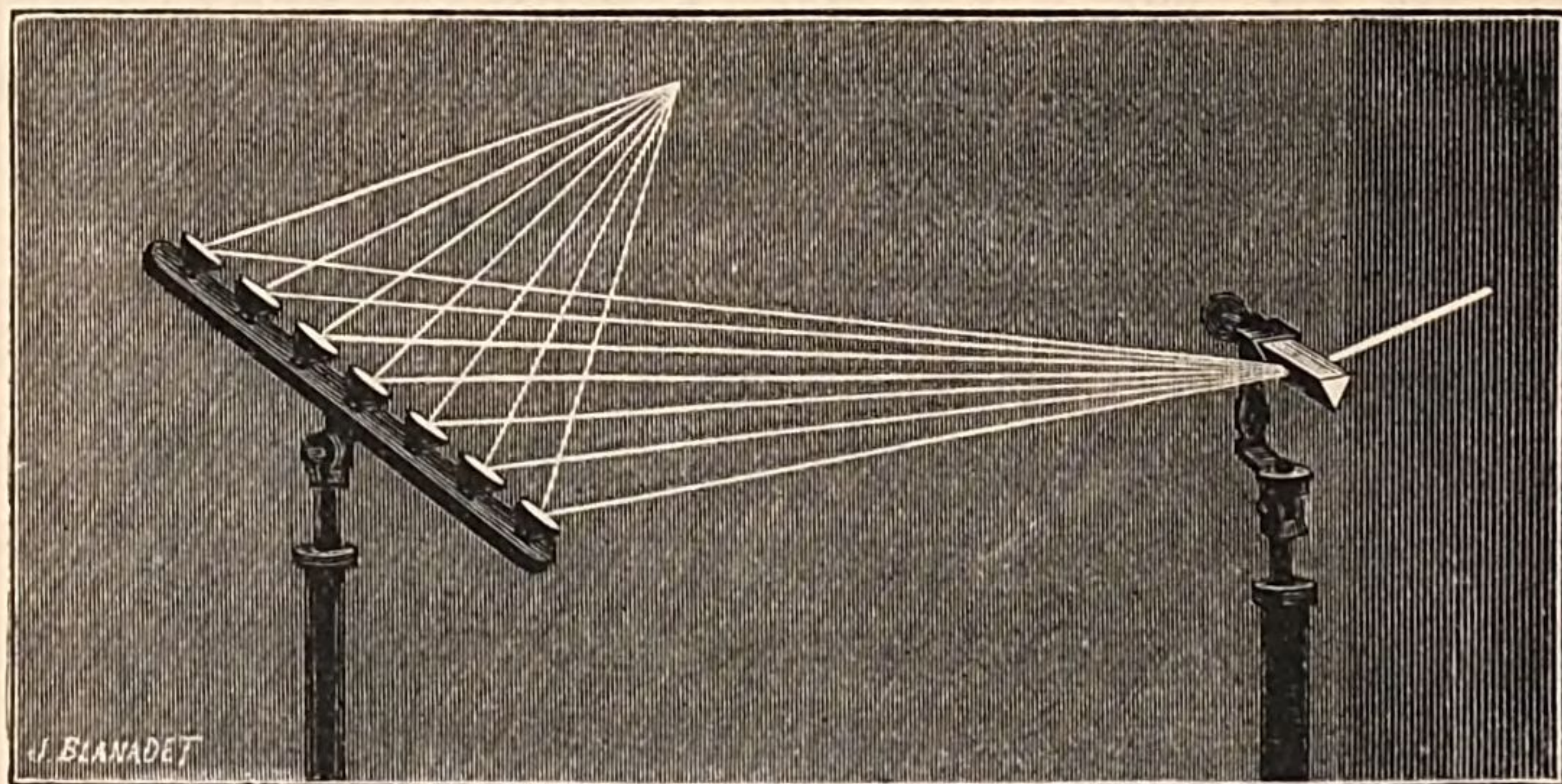


Fig. 316.

b) *Wiedervereinigung durch Prismen.* — Ein anderes Verfahren besteht darin, dass man die Wirkung des ersten Prismas durch ein zweites Prisma wieder aufhebt. Dieser Versuch lässt sich auf verschiedene Weise anstellen:

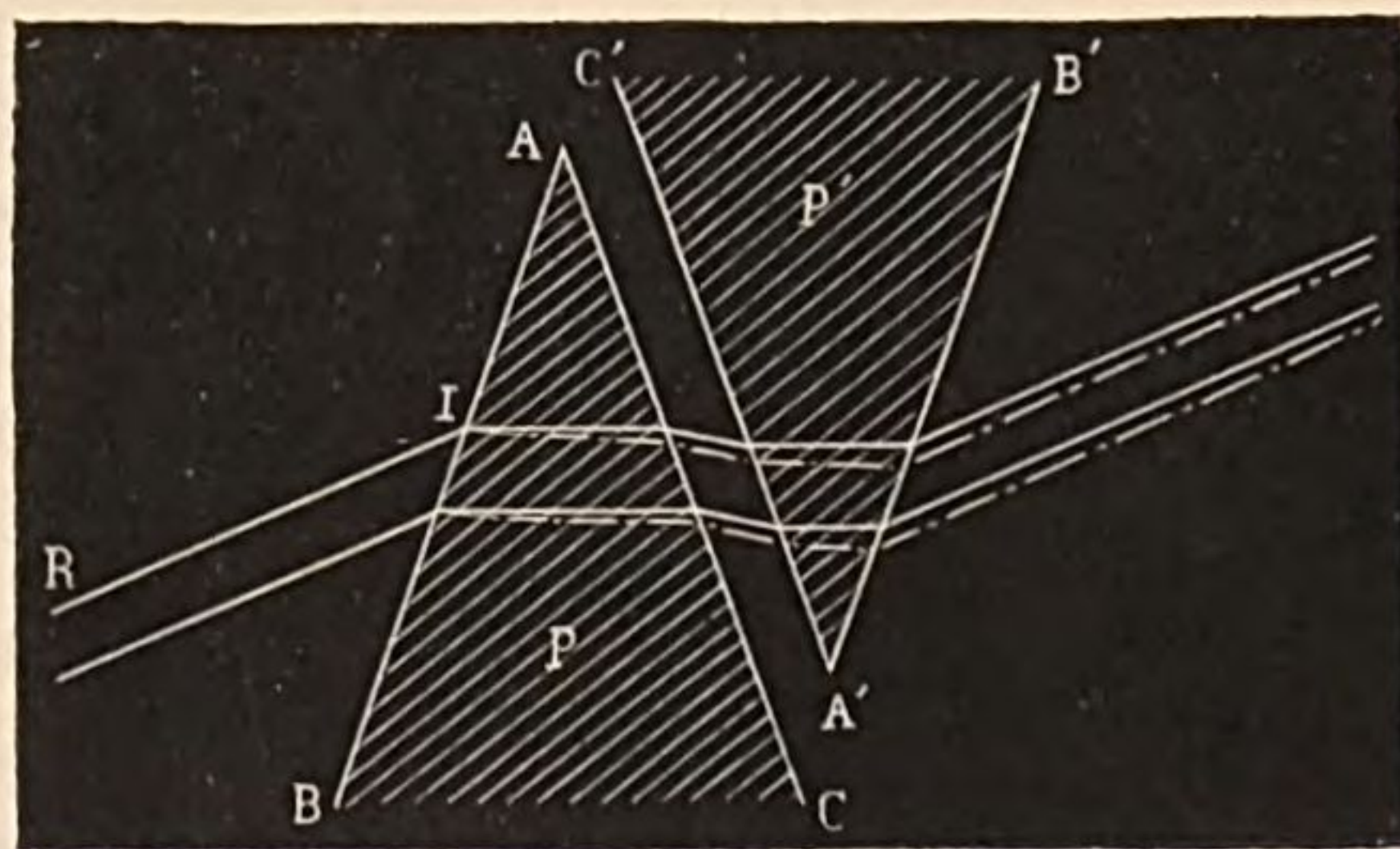


Fig. 317.

Hinter einem Prisma P , das ein sehr reines Spectrum entwirft, stellt man ein dem ersten ganz gleiches, aber umgekehrt gerichtetes zweites Prisma P' auf. Ist der Zwischenraum zwischen den beiden Prismen so gering, dass die in das zweite Prisma eintretenden Strahlen sich noch zum grössten Theile decken, so werden dieselben wieder einander parallel gemacht, und aus dem

zweiten Prisma tritt ein Büschel weissen Lichtes aus, das nur an den beiden Rändern gefärbt erscheint, und zwar an einem Rande roth, am anderen violett.

Man kann zu diesem Versuche auch einen rechteckigen Glas-trog benutzen, der durch eine in der Diagonalrichtung eingekittete Glasplatte in zwei Prismen zerlegt wird. Füllt man eine der beiden Abtheilungen mit Wasser, so erhält man ein wenn auch schwaches, aber doch deutlich erkennbares Spectrum; giesst man hierauf auch noch in die andere Abtheilung Wasser, so sieht man statt des Spectrums ein Bündel paralleler weisser Lichtstrahlen austreten.

Diese Wiedervereinigung durch gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete Brechung lässt sich auch mit einem einzigen Prisma ausführen, wie Charles auf Grund eines alten Kepler'schen Versuchs angegeben hat. Fällt nämlich auf ein gleichseitiges Prisma ein Bündel Sonnenlicht unter einem Winkel, welcher dem Minimum der Ablenkung entspricht, so tritt aus jeder Prismenfläche gleichzeitig ein Büschel spectral zerlegter und ein Büschel weisser Lichtstrahlen aus.

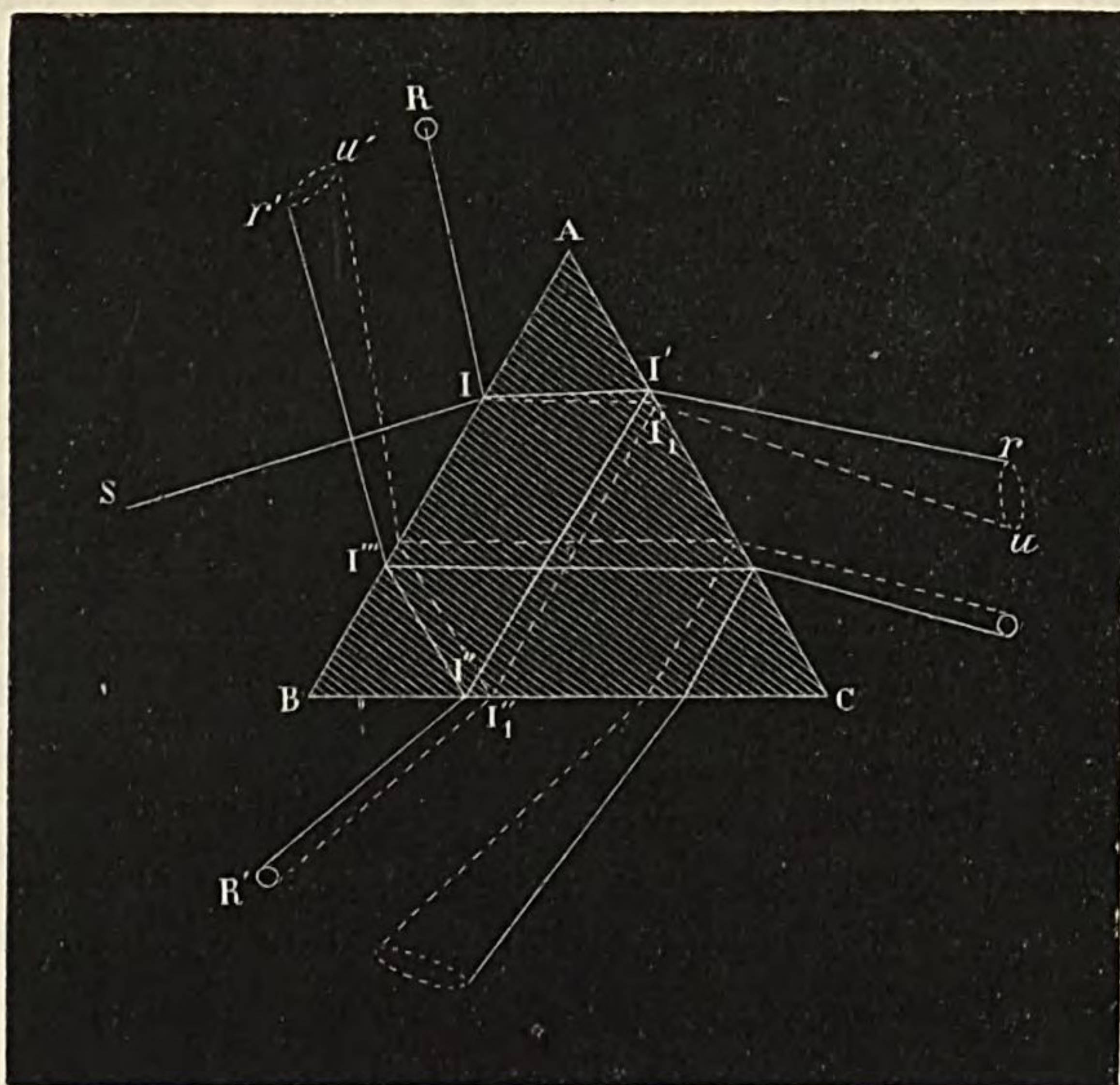


Fig. 318.

Der Grund dieser Erscheinung wird unmittelbar aus Fig. 318 ersichtlich. Ein Theil des bei I einfallenden Strahles wird in der Richtung IR reflectirt, der Rest tritt in das Prisma ein, verlässt dasselbe zum Theil wieder und liefert das Spectrum ru ; der nicht

austretende Theil wird reflectirt und trifft die dritte Fläche BC . Auch hier theilt sich das Bündel $I'I''I_1'I_1''$ wieder in zwei Theile, von denen der eine $I''R'$ austritt, der andere $I''I'''$ reflectirt wird etc. Nun ist es aber bei der Symmetrie der Figur leicht ersichtlich, dass für jeden einfachen Strahl der innere Einfallswinkel bei I'' gleich dem inneren Brechungswinkel bei I ist. Alle diese Strahlen treten also einander parallel aus und liefern ein — bis auf die Ränder — weisses Bild. Das reflectirte Büschel $I''I_1''I'''I_1'''$ befindet sich aber in Bezug auf die Fläche BC genau in demselben Verhältnisse, wie das Bündel $II'I_1'$ nach der ersten Brechung bei I in Bezug auf die Fläche AB ; somit wird es nach seinem Austritte bei I''' ein Spectrum $r'u'$ liefern, in welchem die Farben in der gewöhnlichen Reihenfolge vertheilt sind, also das Roth der brechenden Kante B zunächst liegt. Schliesslich erhält man also alle 6 auf der Figur angegebenen Strahlenbündel.¹⁾

Von diesen Lichtbündeln, deren Intensität immer abnimmt, hatte Kepler nur die drei ersten angegeben, nämlich R , ru und R' , von denen das eine weiss ist, das andere farbig und das dritte von dem Glase, das es durchsetzt, ebenfalls einen gewissen Farbenton annimmt;²⁾ er konnte jedoch das Fehlen einer eigentlichen Färbung bei R' nur dadurch erklären, dass bei I'' keine Brechung eintrete.

c) *Wiedervereinigung durch Linsen.* — Stellt man eine Sammellinse³⁾ in genügender Entfernung jenseits des Prima auf, so erzeugen die schon ziemlich getrennt auf die Linse auffallenden Strahlen in der Nähe der Hauptbrennebenen ein recht reines Spectrum, indem jede Strahlengattung in ihrem Brennpunkte $f, f' \dots$ zur Vereinigung gelangt. Im weiteren Verlaufe kreuzen sie sich und lagern sich bei ab , der zur vorderen Prismenfläche conjugirten Ebene, über einander, denn die verschiedenfarbigen Strahlen, welche von ein und demselben Punkte m des Prismas ausgegangen sind, vereinigen sich in einem Punkte m' , der für die mittleren Strahlen zu m conjugirt ist. Man erhält also in dieser Ebene einen weissen Fleck, der allerdings von farbigen Rändern umsäumt ist, doch lässt sich der Einfluss der letzteren durch An-

¹⁾ Da die Richtung des durch die Fläche AC austretenden Büschels weissen Lichtes mit der Richtung der mittleren gelben Strahlen im Minimum der Ablenkung zusammenfällt, so erhält man in der Mitte des Spectrums ru , welches man durch ein gleichseitiges Prisma entwirft, stets eine Spur weissen Lichts, wenn man nicht die Fläche BC schwärzt.

²⁾ Sole prisma irradiante tria genera radiorum resultant, sincerus, vitri colore et iridibus coloribus (Kepler, loc. cit.).

³⁾ Ein Hohlspiegel würde denselben Dienst leisten.

wendung eines passenden Diaphragmas beseitigen. Ebenso wie vor dieser Ebene ist auch hinter derselben die Wiedervereinigung der Strahlen unvollkommen, da dieselben von hier ab in umgekehrter Richtung getrennt werden. Fängt man beispielsweise bei ab die Strahlen mit einer matten Porzellanscheibe auf, so erscheint ein weisser Fleck; nimmt man statt dessen aber einen polirten Spiegel, so sieht man ein farbiges Spektrum, weil die

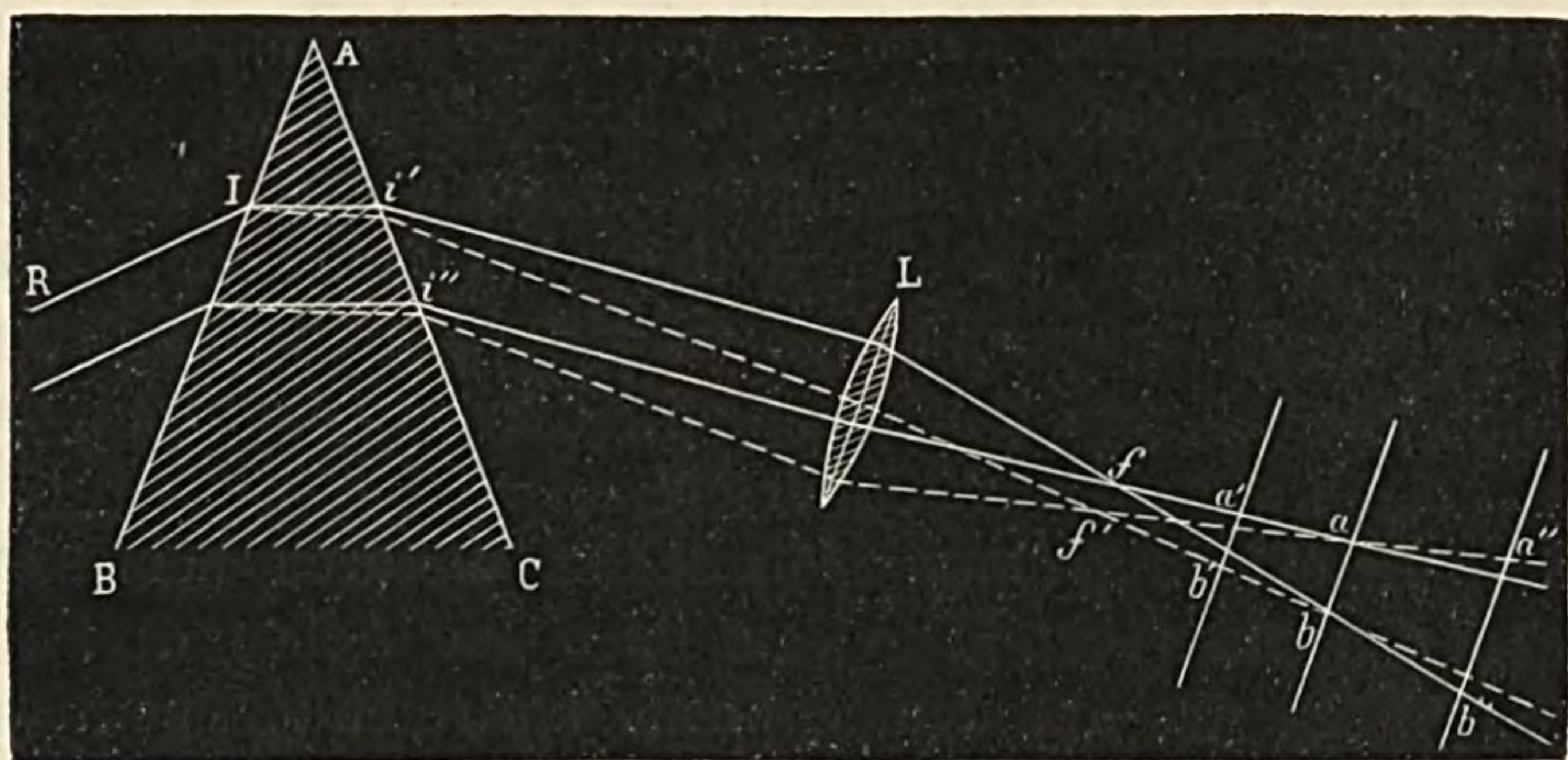


Fig. 319

verschiedenen regelmässig reflectirten Strahlen sich ebenso trennen, als wenn sie ihren Weg direct über jene Ebene hinaus fortgesetzt hätten.

Dieser Versuch eignet sich auch sehr gut zu Untersuchungen über die Farbenzusammensetzung. Fängt man nämlich bei ff' einen Theil der Strahlen mittels einer Art von Kamm ab, wie dies Newton that, oder durch ein kleines Prisma, wie in dem Apparate, den Duboscq zu diesem Zwecke herstellte, so erhält man bei ab das Licht, das sich durch das Übereinanderlagern der übrig gebliebenen Strahlen ergibt.

Auf diese Weise lässt es sich leicht nachweisen, dass verschiedene Farben complementär sind, d. h., dass sie, in bestimmtem Verhältnisse gemischt, Weiss geben.¹⁾ Unter den Spektralfarben sind nach Helmholtz folgende complementär:²⁾

¹⁾ v. Helmholtz, Physiologische Optik S. 277.

²⁾ Das Verhältniss, in welchem zwei solcher einfacher Farben zu mischen sind, damit Weiss entsteht, entspricht durchaus nicht den physiologisch gleichen Intensitäten. Nur bei der Mischung von Blau und Orange müssen beide Theile für das Auge eine nahezu gleiche Intensität besitzen, dagegen scheinen Violett, Indigoblau und Roth wesentlich dunkler, als die ihnen entsprechenden complementären Mengen von Grünlichgelb, Gelb und Grünlichblau (v. Helmholtz, loc. cit.).

<i>Roth</i>	und	<i>Grünlichblau</i>
<i>Orange</i>	„	<i>Blau</i>
<i>Gelb</i>	„	<i>Indigoblau</i>
<i>Grünlichgelb</i>	„	<i>Violett.</i>

Die zum Grün des Spectrum gehörende Complementärfarbe, das Purpurroth, ist nicht einfach, sondern aus den an den Enden des Spectrums auftretenden Farben (Violett und Roth) zusammengesetzt.¹⁾

d) *Wiedervereinigung durch physiologische Wirkungen.* — Ferner ist noch eine subjective physiologische Methode zur Wiedervereinigung des Lichts zu erwähnen, welche darin besteht, dass man in rascher Folge auf der Retina eine Reihe von Bildern in den verschiedenen Spectralfarben entwirft; da die Eindrücke auf der Retina sich einige Zeit lang erhalten, so addiren sich die Farben, als ob sie gleichzeitig erschienen.

Diese Erscheinung lässt sich leicht dadurch hervorbringen, dass man das zerstreue Prisma um seine Achse dreht. Dann oscillirt nämlich das auf dem Schirme auftretende Spektrum zwischen der Lage, welche dem Minimum der Ablenkung entspricht, und derjenigen, wo das Licht in Folge von Totalreflexion verschwindet, hin und her, und wenn die Bewegung hinreichend rasch ist, so glaubt das Auge nur weisses Licht zu sehen, abgesehen von den beiden Grenzen der vom Spectrum zurückgelegten Strecke.

Der bekannte Versuch mit dem Newton'schen Farbenkreisel, den wir Muschenbroeck verdanken, gehört ebenfalls hierher.²⁾



Fig. 320.

Die Ausführung all' dieser Experimente mit Spectralfarben wird nur dann in befriedigender Weise gelingen, wenn man wirklich einfaches Licht verwendet. Wir hatten uns nun bisher damit begnügt, dass wir auf ein Prisma ein paralleles oder doch wenig divergentes Strahlenbüschel von einer gewissen Breite fallen liessen und das Licht mit einem in einiger Entfernung be-

findlichen Schirme auffingen. Nun besteht aber das einfallende Strahlenbüschel aus unzähligen verschieden brechbaren Strahlen;

¹⁾ Vgl. 441, wo auch die jetzt gebräuchlichen Farbenmischapparate Erwähnung finden.

²⁾ Dieser Versuch kann auch mit Hülfe des Projectionsapparates einem grösseren Kreise sichtbar gemacht werden, wenn man eine aus farbigen Gelatinestücken zusammengesetzte Scheibe verwendet.

in Folge dessen werden sich die hierdurch auf dem Schirme hervorgebrachten hellen Flecken zum grossen Theile überdecken, und in Folge dessen wird die Trennung der Farben nur unvollständig sein können.

Verfahren zur Erzielung eines reinen Spectrums. — Um diesem Übelstande zu begegnen, benutzte Newton folgendes Verfahren, dessen Tragweite erst in unserer Zeit vollständig erkannt wurde: Das durch einen schmalen Spalt eintretende Licht fällt auf ein Prisma, dessen Kante dem Spalt parallel ist und das sich für die Strahlen mittlerer Brechbarkeit im Minimum der Ablenkung befindet; hinter dem Prisma ist eine Convexlinse angebracht, welche in der zum Spalt conjugirten Ebene ein reines Spectrum entwirft. Allerdings ist ja streng genommen das Prisma nur für diejenigen Strahlen aplanatisch, deren Bahn genau symmetrisch ist und die ausserdem das Prisma ganz nahe der Kante durchsetzen, aber angenähert gilt dies doch auch für jedes der einfachen Strahlenbündel, welche beim einfallenden Lichte über einander gelagert sind und vom Prisma durch ungleiche Brechung getrennt werden.

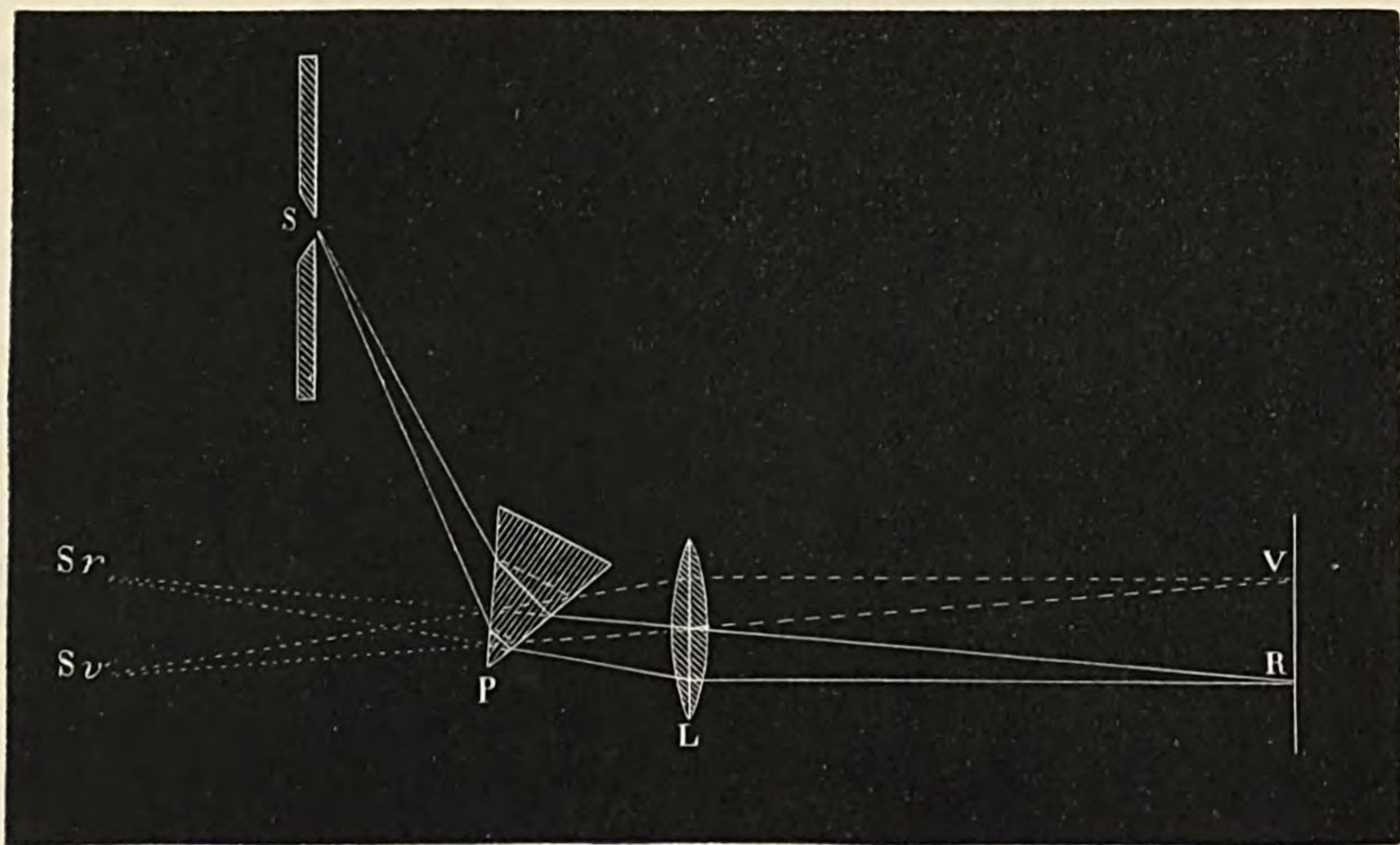


Fig. 321.

Demnach wird eine achromatische Linse in ein und derselben Ebene so viel deutliche und verschiedene Bilder des Spalts liefern, als in dem zur Verwendung gelangenden Lichte verschiedenfarbige Strahlen vorhanden sind. Würde also der Spalt auf eine zur Prismenkante parallele Linie reducirt, so würde eine vollständige Trennung der Strahlen eintreten. In der Praxis wird

die Reinigung des Lichtes immer eine beschränkte bleiben, da das Licht ja hinreichende Intensität haben soll und der Spalt in Folge dessen eine gewisse Breite behalten muss. Vermindert man aber diese Breite allmählich und lässt ein schmales Bündel aus dem erhaltenen Spectrum von neuem auf ein Prisma fallen, so zeigt sich keine merkliche Verbreiterung mehr.¹⁾

Fraunhofer'sche Linien. — Wenn nun die verschiedenen einfachen Strahlen im Sonnenlichte keine zusammenhängende Reihe bilden, so muss das Spectrum dunkle Zwischenräume aufweisen. Solche beobachtet man thatsächlich, wenn man den Versuch Newton's wiederholt; dass dieser selbst sie nicht gesehen hat, lag jedenfalls an der schlechten Beschaffenheit seiner Gläser. Wollaston²⁾ war der erste, der auf dieselben aufmerksam machte, während Fraunhofer³⁾ sie zuerst genau untersuchte und zeichnete; Fig. 322 giebt ein auf die Hälfte verkleinertes Bild dieser Zeichnung wieder. In demselben lassen sich acht hauptsächliche Linien unterscheiden, welche Fraunhofer so wählte, um die sieben Farben des Spectrums einigermaassen auseinanderzuhalten.

- A. Im *Ultraroth*,
- B. Im *Roth*,
- C. Zwischen *Roth* und *Orange*,
- D. Zwischen *Orange* und *Gelb*,
- E. Zwischen *Gelb* und *Grün*,
- F. Zwischen *Grün* und *Blau*,
- G. Zwischen *Indigo* und *Violett*,
- H. Im *Ultraviolett*.

¹⁾ Newton arbeitete mit einem Spalt in Gestalt eines stark verlängerten gleichschenkeligen Dreiecks, dessen Basis der Kante des Prismas parallel stand, so dass an den beiden Enden die Breite sehr gering war. Heutzutage wendet man gewöhnlich einen Spalt mit parallelen und beweglichen Backen an. Im Übrigen kann man direct die Anordnung von Newton benutzen: Man stellt das Objectiv eines astronomischen Fernrohrs von ca. 1 Meter Brennweite 2 Meter von dem Spalt auf, durch welchen die Sonnenstrahlen eintreten, und wählt die Entfernung des Schirmes derart, dass man ein scharfes Bild des Spalts erhält (dies Bild wird in der gleichen Entfernung von der Linse entstehen und gleiche Grösse besitzen, wie das Object); dann stellt man das Prisma entweder vor oder hinter der Linse so auf, dass seine Kante parallel dem Spalte ist, und dass es sich für die Strahlen mittlerer Brechbarkeit im Minimum der Ablenkung befindet.

²⁾ Wollaston, Phil. Trans. 1802.

³⁾ Fraunhofer, Denkschriften der K. Akad. d. Wiss. zu München 5, 193; 1817, und Gesammelte Schriften (herausgegeben von Lommel, München 1888).

Ausserdem fällt in der Figur noch auf

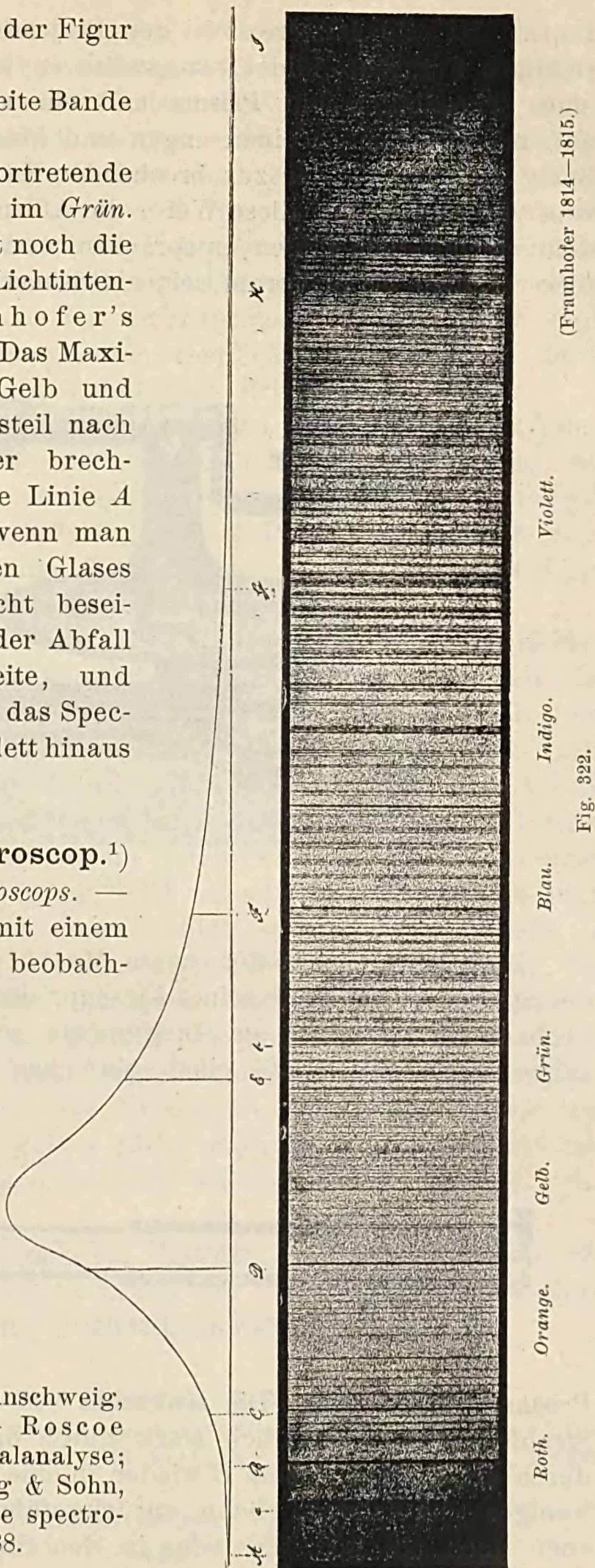
- a) eine ziemlich breite Bande im *Ultraroth*,
- b) eine stark hervortretende dreifache Linie im *Grün*.

Über der Figur ist noch die Curve der relativen Lichtintensitäten nach Fraunhofer's Schätzung angegeben. Das Maximum findet sich im Gelb und die Curve fällt sehr steil nach der Seite der weniger brechbaren Strahlen ab. Die Linie A kann man nur sehen, wenn man mit Hülfe eines rothen Glases alles andersfarbige Licht beseitigt; weniger steil ist der Abfall nach der anderen Seite, und manche Augen können das Spectrum noch weit über Violett hinaus verfolgen.

434. Das Spectroscop.¹⁾

— *Geschichte des Spectroscops.* — Anstatt das Spectrum mit einem Schirme aufzufangen, beobachtete Fraunhofer das Luftbild desselben direct mit Hülfe einer

¹⁾ Vgl. Kayser, Lehrbuch der Spectralanalyse; Berlin, Jul. Springer, 1883. — H. Schellen, Die Spectralanalyse in ihrer Anwendung auf die Stoffe der Erde und die Natur der Himmelskörper; Braunschweig, G. Westermann, 1883. — Roscoe und Schuster, Die Spectralanalyse; Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn, 1890. — Salet, *Traité de spectroscopie*; Paris, Masson, 1888.



Lupe. Da die letztere mit der Projectionslinse zusammen ein richtiges Fernrohr bildet, so stellte er auf dem Horizontalkreis eines Theodoliten ein Prisma und ein astronomisches Fernrohr auf, mit welchem er einen engen und hinreichend weit entfernten Spalt beobachtete, der zur brechenden Kante des Prismas parallel war. Er konnte auf diese Weise die Ablenkungen messen, welche den verschiedenen Linien entsprachen, und somit die genaue Lage dieser Linien im Spectrum seines Prismas bestimmen.

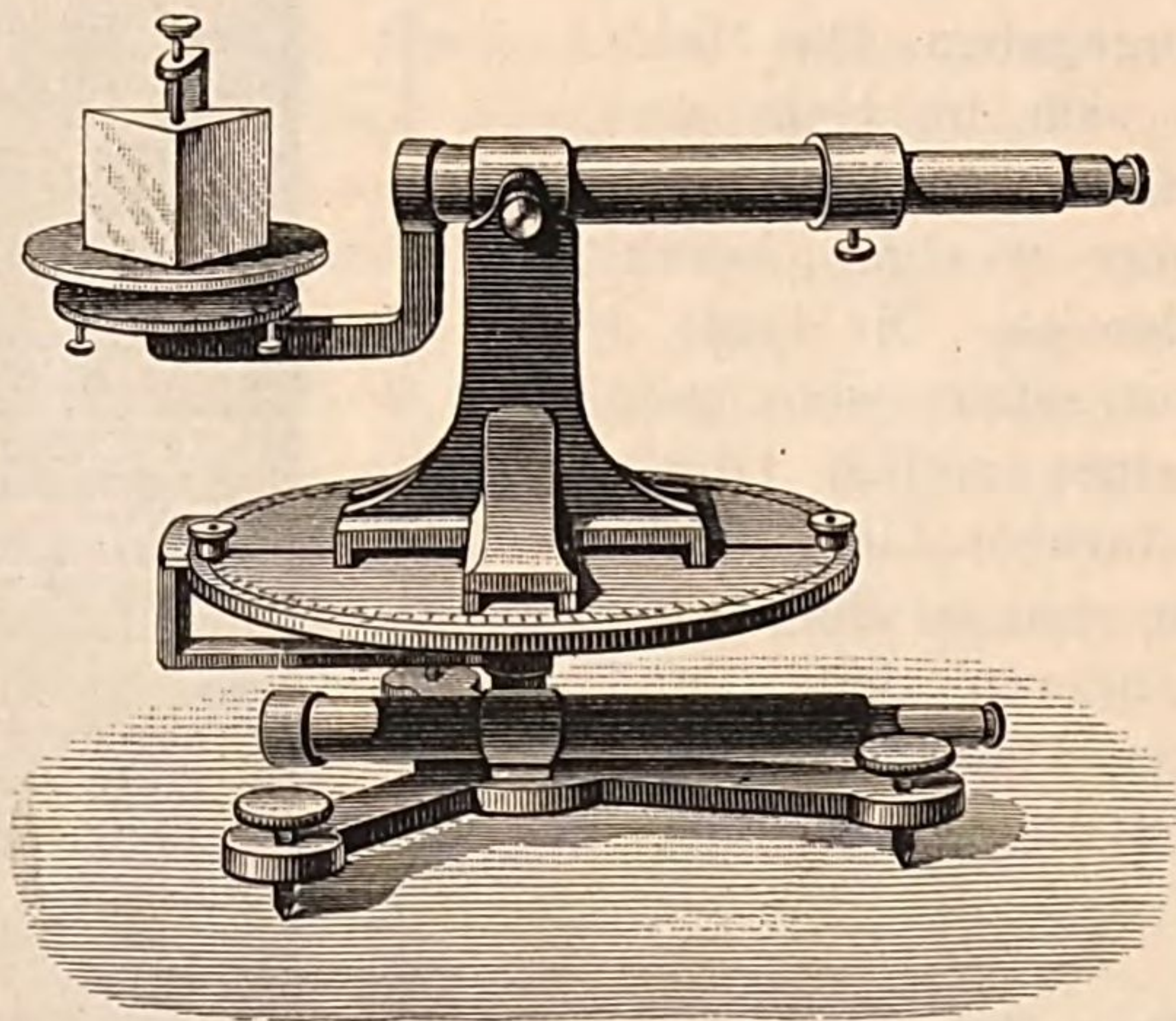


Fig. 323.

Dreissig Jahre später nahm Matthiesen die Untersuchung des Spectrums mit Hülfe seines Linsenprismas wieder auf, und zwar beobachtete er einen am Instrumente selbst befindlichen, sehr engen Spalt mit Hülfe einer einfachen Linse, an welche ein

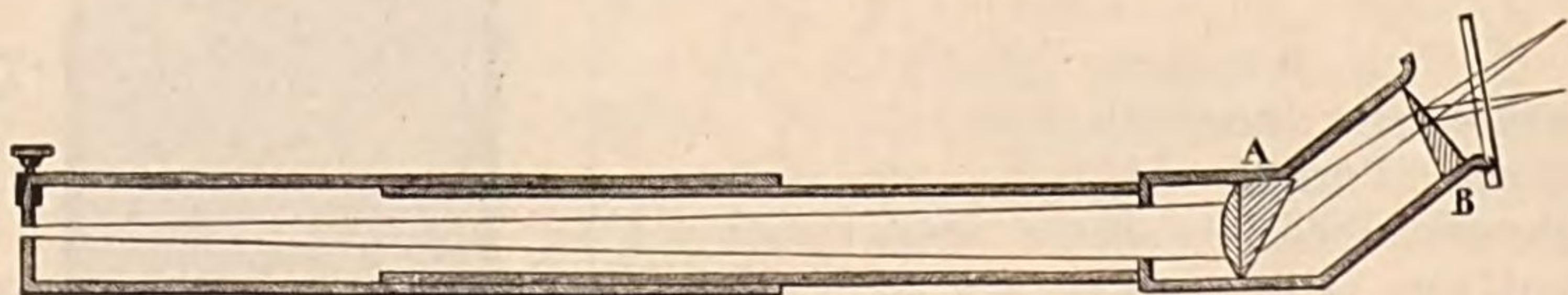


Fig. 324.

Prisma gekittet war. Die senkrecht auf das Prisma auffallenden Strahlen wurden ziemlich stark durch dasselbe abgelenkt, aber durch ein zweites Prisma *B* wieder in eine von der Achsenrichtung weniger abweichende Bahn zurückgeführt; nöthigenfalls wurde auch noch ein gefärbtes Glas in den Strahlengang gesetzt. Da

der Spalt sehr fein und die Lichtverluste nur gering waren, so zeigte das auftretende Spectrum grosse Helligkeit und Reinheit.

Es ist überhaupt noch zu bemerken, dass bei sehr engem Spalt die Reinheit des Spectrums vom Einfalls- und Austrittswinkel kaum mehr abhängt, denn dann entsteht immer ein wirkliches Bild parallel zur Kante; und wenn auch das Minimum der Ablenkung die Construction und die Justirung erleichtert, so ist dies doch keine unumgänglich nothwendige Bedingung. Nach Broch¹⁾ lassen sich die Fraunhofer'schen Linien schon ganz gut erkennen, wenn man einen ziemlich entfernten Spalt durch ein direct vor dem Auge befindliches Prisma betrachtet.

Fizeau und Foucault²⁾ kehrten zu der Fraunhofer'schen Anordnung zurück und ersetzten nach Babinets Vorgang den entfernten Spalt durch ein Collimatorrohr; diesem Apparate gab Masson³⁾ die in Fig. 187 abgebildete Form, die auch Kirchhoff und Bunsen⁴⁾ einige Jahre später mit so grossem Erfolge unter dem Namen Spectroscop verwendeten.

Spectroscop von Kirchhoff und Bunsen. — Die beiden Heidelberger Gelehrten fügten noch ein zweites Collimatorrohr bei, das im Brennpunkte seiner Linse eine Scala trug. Das Bild derselben wurde an der Prismenfläche, durch welche das zerlegte Licht austrat, reflectirt und gelangte so in das Fernrohr, wo es gleichzeitig mit den Spectrallinien erschien und deren Lage zu messen gestattete. Ausserdem wurde am ersten Collimator über der oberen Hälfte des Spalts ein kleines, total reflectirendes Prisma befestigt, durch welches Licht von einer seitlich stehenden Lichtquelle in den Apparat reflectirt wurde, während die untere Hälfte des Spalts durch eine andere Lichtquelle erleuchtet blieb. Man erhält auf diese Weise die Spectren der beiden Lichtquellen direct über einander, was die Vergleichung wesentlich vereinfacht. Schliesslich wurde noch das Prisma in der Lage, welche der Minimalablenkung für gelbes Licht entspricht, befestigt und mit einer cylindrischen Kappe bedeckt, welche nur Öffnungen für die drei Röhren hatte.

Theoretische Untersuchung des Apparats. — Einen Maassstab für die Dispersion liefert die Änderung der Ablenkung, welche einer gegebenen Änderung des Brechungsquotienten entspricht.

¹⁾ Broch, *Nyt. Magaz. f. Naturvidensk* 4, 1845.

²⁾ Fizeau und Foucault; nach dem Berichte von Babinet über zwei in den Jahren 1845 und 1846 verfasste Abhandlungen. *C. R.* 26 680; 1848.

³⁾ Masson, *Ann. de chim. et de phys.* (3) 40, 385; 1854.

⁴⁾ Bunsen und Kirchhoff, *Pogg. Ann.* 110, 161; 1860.

Wir fassen ein Prisma vom brechenden Winkel A ins Auge, auf welches Licht unter dem Einfallswinkel i trifft; dann ist der

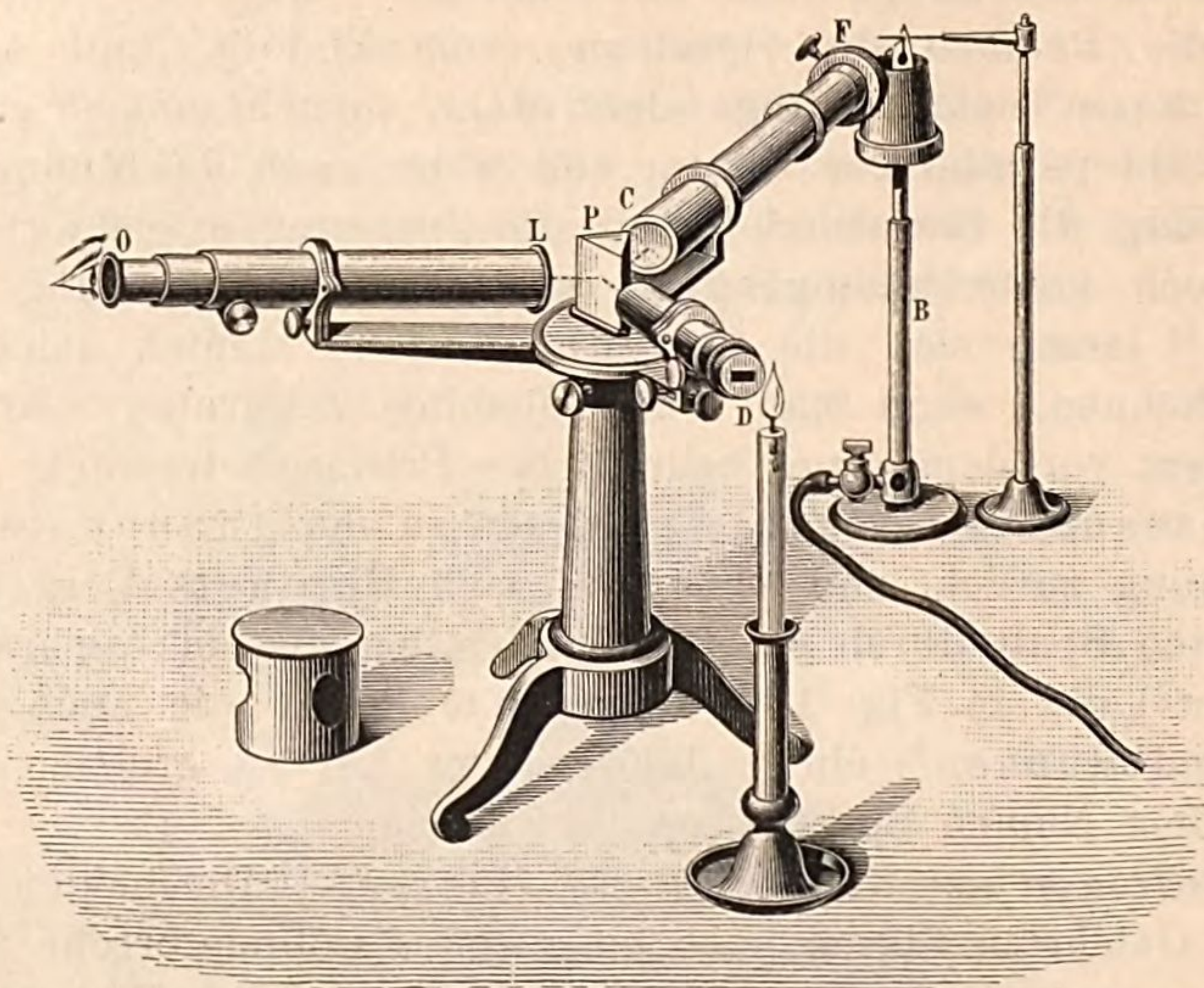


Fig. 325.

Austrittswinkel i' des Lichts nach den Formeln (1) 426 definirt durch die Gleichung

$$\sin i' = n \sin (A - r)$$

oder

$$\sin i' = \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \sin A - \cos A \sin i. \quad (3)$$

Differentiiren wir diese Gleichung und betrachten A und i als Constanten, dann erhalten wir als *Elementardispersion* oder *Zerstreuungsvermögen* den Ausdruck

$$di' = \frac{\sin A}{\cos i' \cos r} dn. ^1) \quad (4)$$

¹⁾ Bei dem durch die Formeln (2) 426 charakterisirten Fall der Minimalablenkung ($A = 2r$, $i = i'$) wird dieser Ausdruck

$$di' = \frac{2 \operatorname{tg} i}{n} dn, \quad (5)$$

oder

$$di' = \frac{2 \sin \frac{A}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{A}{2}}} dn. \quad (6)$$

Behandeln wir dagegen bei der Differentiation von (3) n als Constante und i als Variabele, so wird, wenn δi die Winkelbreite des vom Collimatormittelpunkte aus betrachteten Spalts bezeichnet, $\delta i'$ die Winkelbreite eines Strahls bedeutet, während di' den Abstand zweier Strahlen von sehr wenig verschiedenem Brechungsquotienten darstellt,

$$\delta i' = - \frac{\cos i \cos r'}{\cos i' \cos r} \delta i. \quad (7)$$

Das Verhältniss $\frac{\delta i'}{\delta i}$ ist das *Vergrößerungsvermögen* des Prismas.¹⁾

Somit erhalten wir für das Verhältniss zwischen dem Abstände und der Breite zweier benachbarten Strahlen, d. h. also für die *Reinheit* oder das *Auflösungsvermögen*, den Ausdruck

$$\frac{di'}{\delta i'} = - \frac{\sin A}{\cos i \cos r'} \frac{dn}{\delta i}. \quad (8)$$

Das Auflösungs- und das Zerstreuungsvermögen hängen also, abgesehen von den Beugungserscheinungen, nur von den symmetrischen Grössen $\cos i \cos r'$ und $\cos i' \cos r$ ab; diese ändern sich in umgekehrtem Sinne zwischen den gleichen Grenzen und gehen durch ein identisches Maximum, das erreicht wird, wenn ungefähr $r = n^2 r'$ bzw. $r' = n^2 r$ ist. Es liegt also vom Ablenkungsminimum an gerechnet nach der einen Seite ein Minimum der Dispersion, nach der anderen ein Minimum der Auflösung.

Wenn man den Einfallswinkel vom streifenden Einfall an ändert bis zu dem Betrage, wo streifender Austritt stattfindet, so nimmt zunächst das Zerstreuungsvermögen langsam bis zum Minimum ab, um dann ins Unendliche zu wachsen; das Auflösungsvermögen dagegen nimmt vom Unendlichen ab bis zu einem Minimum und wächst von da an nur sehr wenig.

Ein Versuch von Thollon²⁾ lässt dies deutlich hervortreten. Ein auf dem Spectrometertischchen stehendes Prisma aus Flintglas soll Licht aus einer Natriumlampe erhalten (dies besteht, wie wir bald sehen werden, hauptsächlich aus der doppelten *D*-Linie). Man regulirt nun die Breite des Spalts so, dass bei der Minimalablenkung die beiden *D*-Linien sich soeben berühren; dreht man dann das Prisma so, dass der Einfallswinkel wächst,

¹⁾ Bei der Minimalablenkung wird $\delta i' = \delta i$; das Vergrößerungsvermögen ist dann Eins.

²⁾ Thollon, C. R. 92, 128; 1881.

so trennen sich beide Linien, trotzdem ihr Abstand abnimmt; dreht man das Prisma im entgegengesetzten Sinne, so vereinigen sich die Linien zu einem immer breiter werdenden Streifen.

Man kann jedoch den Einfallswinkel nicht unbeschränkt wachsen lassen, denn abgesehen von den Beugungserscheinungen, welche die Anwendung von streifendem Einfall unmöglich machen, verursachen auch die Unvollkommenheiten der Oberflächen sowie die Mängel in der Homogenität des Materials Verzerrungen der Bilder; ferner nimmt der Lichtverlust durch Reflexion zu, namentlich bei stark zerstreuen Substanzen, welche gleichzeitig hohe Brechungsquotienten besitzen, wie die schweren Flintgläser oder der Schwefelkohlenstoff.¹⁾

Spectroscop mit mehreren Prismen. — Man verwendet aus diesem Grunde nach dem Vorgange von Fizeau und Foucault lieber

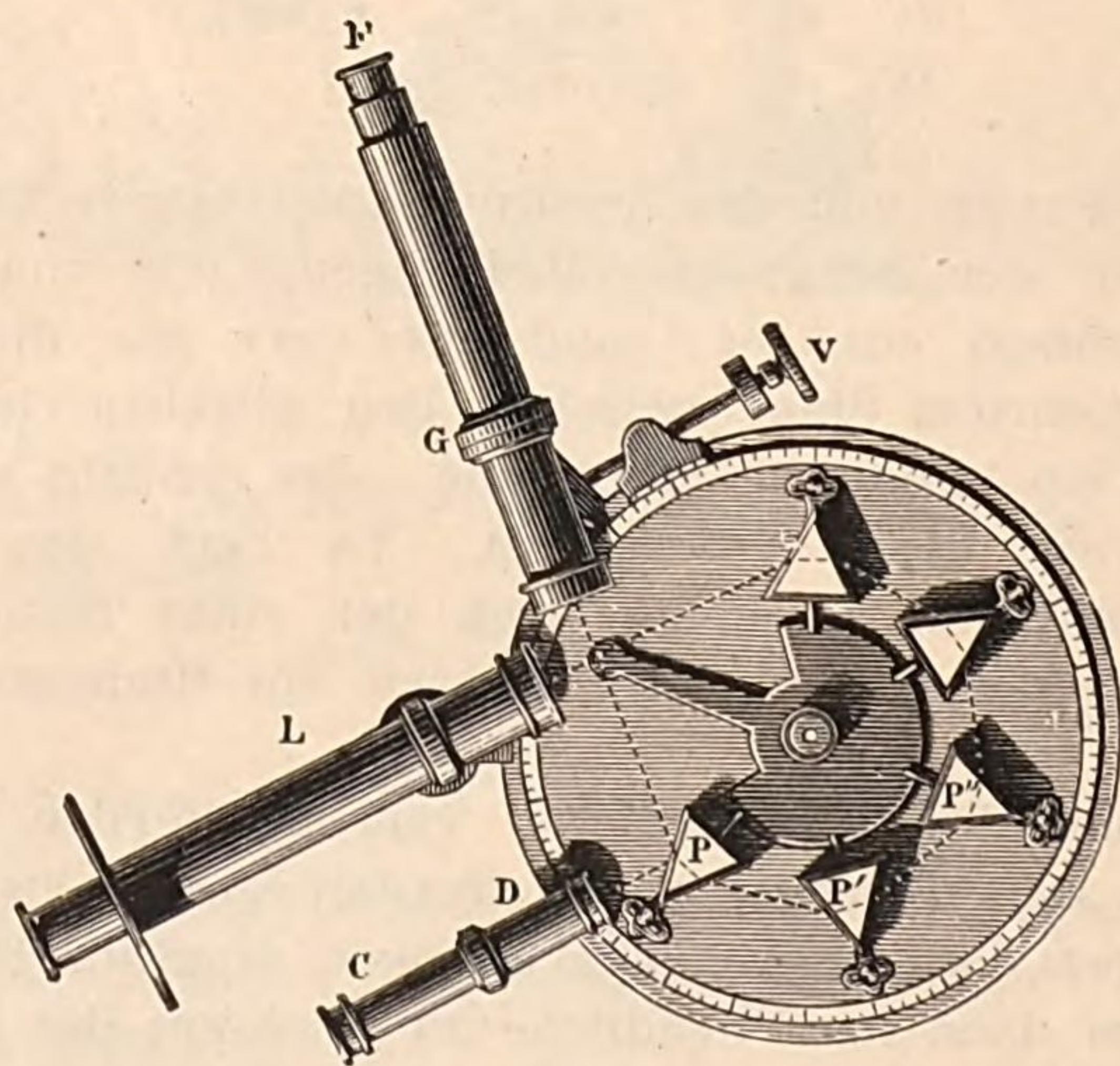


Fig. 326.

mehrere Prismen derselben Art, welche so aufgestellt sind, dass ihre Basisflächen die Seiten eines regulären Polygons bilden.

¹⁾ Ist der Spalt einigermaßen lang, so dass die vom oberen Theil des Spalts ausgehenden Strahlen die Basis des Prismas treffen, und umgekehrt, so werden diese gegen den Hauptschnitt des Prismas geneigten Strahlen parallel zu diesem Querschnitt so gebrochen, als wenn der Brechungsindex $\sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \theta}$ wäre (vgl. 426 S. 413), sie werden also stärker abgelenkt als diejenigen, welche im Hauptschnitt auf das Prisma auffallen. In Folge dessen krümmen sich die Linien so, dass sie ihre concave Seite dem violetten Ende des Spectrums zuwenden, und erscheinen an ihrem Ende verwaschen.

Wenn diese Prismen für einen bestimmten Strahl sämmtlich in der Minimalstellung¹⁾ stehen, so gilt dies streng nicht mehr für Strahlen anderer Wellenlänge; man muss sie also auch gegen einander verstellen können.²⁾ Für einige Apparate hat man eine grosse Anzahl von Prismen verwendet; so benutzte beispielsweise Gassiot³⁾ elf Schwefelkohlenstoffprismen, mit Hülfe deren er zwischen den beiden *D*-Linien einen Abstand von drei Bogenminuten erzielte.

Die Zahl der Prismen kann man dadurch vermindern, dass man den Strahl in sich selbst zurückkehren lässt, und zwar durch Reflexion an einem Spiegel, der bisweilen, wie bei dem verticalen

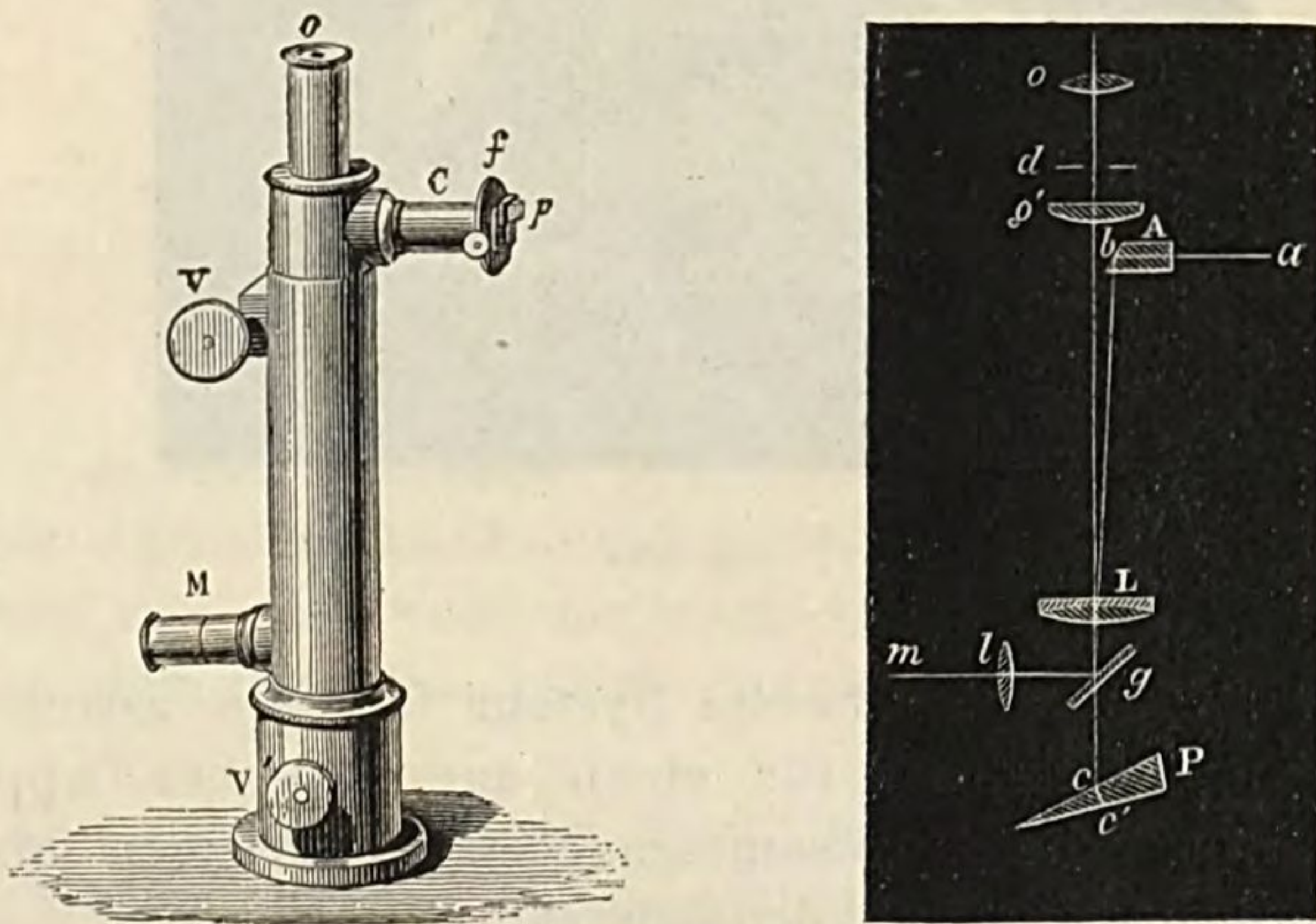


Fig. 327.

Spectroscop von Dubosq (Fig. 327) dadurch hergestellt wird, dass man die letzte Prismenfläche versilbert.⁴⁾ Meist verwendet man jedoch zwei passend geneigte Spiegel oder ein Prisma mit doppelter totaler Reflexion, so dass der Strahl in einer zur Ein-

¹⁾ Die Ablenkung kann für ein System von Prismen ein Minimum sein, ohne dass dies auch gleichzeitig für jedes einzelne Prisma der Fall ist; wenn auch diese letztere Bedingung erfüllt ist, dann heisst die Ablenkung „minimum minimorum“.

²⁾ Die sogenannten automatischen Spectroscopie sind so eingerichtet, dass sich die Prismen für jede Farbe von selbst in die Minimalstellung einstellen, wenn man mit dem Fernrohr die betreffende Farbe aufsucht.

³⁾ Gassiot, *Proceed. of the R. Soc.* **12**, 536; 1863.

⁴⁾ Auf demselben Princip beruht das Spectrometer von Abbe („Neue Apparate zur Bestimmung des Brechungs- und Zerstreuungsvermögens fester und flüssiger Körper; Jena, 1874), das bei sehr bequemer Anordnung eine relativ beträchtliche Genauigkeit zu erreichen gestattet. — G.

trittsebene parallelen Ebene wieder zurückkehrt, wie Fig. 327 dies zeigt.

Das erstgenannte System verwendete Cornu¹⁾ bei seinem Spectroscop, bei welchem er mit einem einzigen Prisma, das viermal vom Lichtstrahle durchsehtzt wurde, und einem Fernrohre von bedeutender Brennweite, das gleichzeitig auch als Collimator diente, eine recht beträchtliche Dispersion erzielte.

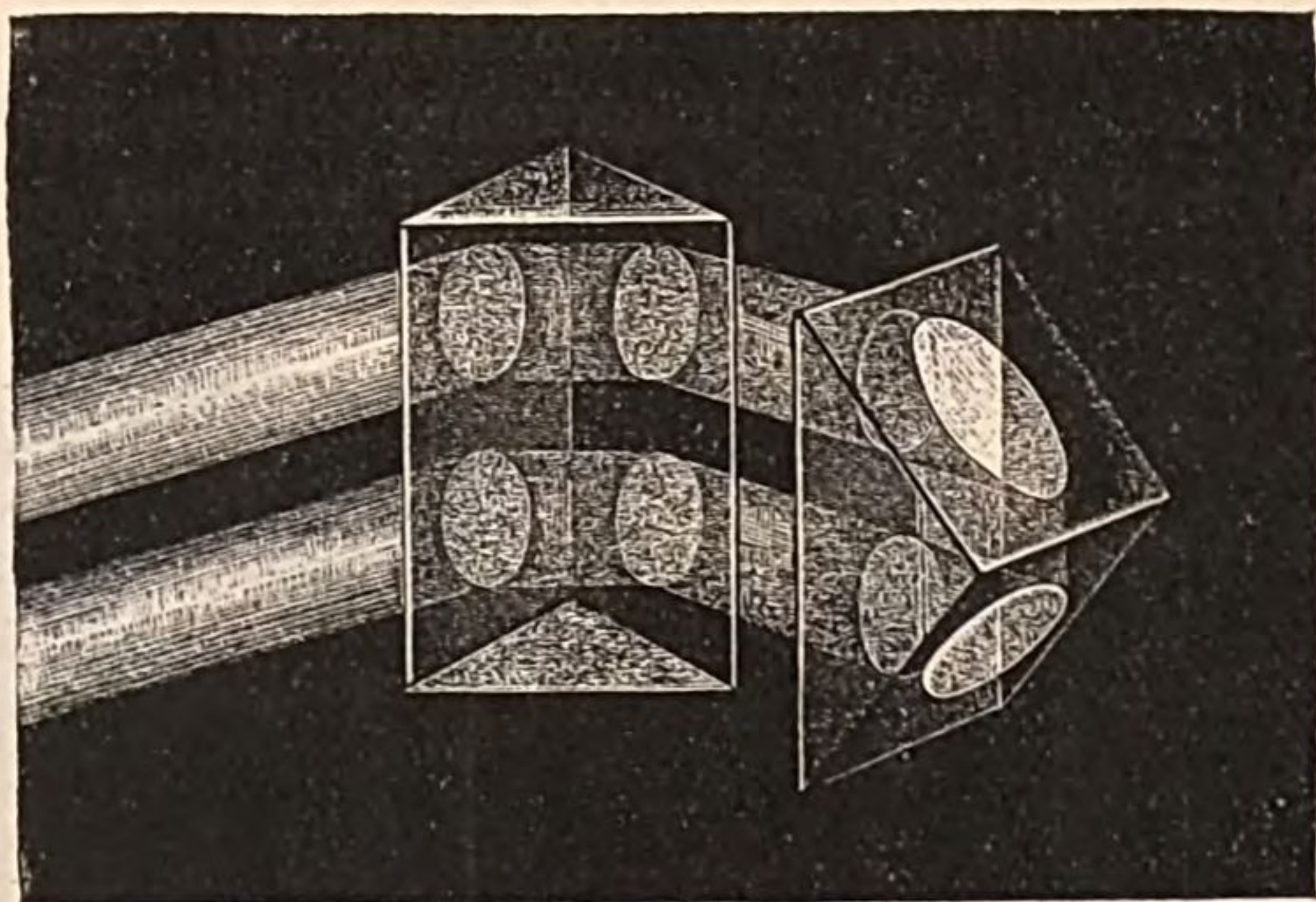


Fig. 328.

Young²⁾ wählte das zweite System für sein astronomisches Spectroscop und Grubb³⁾ für einen automatischen Apparat, in dem er mehrere dieser zusammengesetzten Prismen anbrachte; dieses letzteren Instruments bediente sich Rutherford⁴⁾ zu photographischen Aufnahmen der Spectren; wir werden später bei Gelegenheit des Thollon'schen Instruments wieder darauf zurückkommen.

Geradsichtige Spectroscopie (à vision directe). Interessant sind die geradsichtigen Spectroscopie, mit denen man, wie schon der Name andeutet, das Spectrum in Richtung der einfallenden Strahlen beobachtet.

Janssen,⁵⁾ der eine von Amici erdachte Combination benutzte, construirte zuerst ein geradsichtiges Spectroscop aus fünf Prismen; bei demselben wechselten zwei Flintglasprismen mit drei Crownglasprismen ab. Die Ablenkung, welche ein Strahl

¹⁾ Cornu, Journ. de physique (2) 2, 53; 1883.

²⁾ Young, Journal Franklin Institute 60; 1872.

³⁾ Grubb, Monthly Notices of the R. Astron. Soc. 30, 36; 1869 bis 1870.

⁴⁾ Rutherford, Silliman's Journal 39, 129; 1869.

⁵⁾ Janssen, Compt. rend. 55, 576; 1862.

durch das ganze System erleidet, ist gleich der Differenz zwischen den Ablenkungen, die beide Theile gesondert hervorbringen würden; da nun die Dispersion von Flintglas und Crownglas ungleich ist, so ist es möglich, für eine bestimmte Farbe, beispielsweise Gelb, die Ablenkung aufzuheben, während sie für die anderen Farben bestehen bleibt. Der Erfolg ist also hier gerade der umgekehrte, wie bei achromatischen Systemen: Das Licht verlässt den Apparat für die Strahlen mittlerer Brechbarkeit ohne Ablenkung, dagegen mit einer Dispersion, die zwar nicht der Grösse, aber dem Sinne nach mit derjenigen übereinstimmt, welche die Flintglasprismen allein hervorbringen würden.

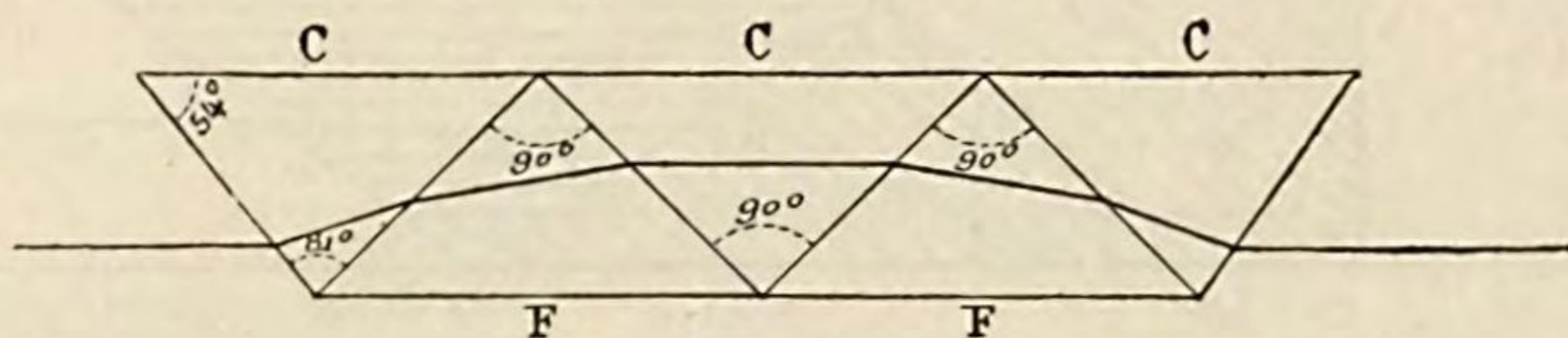


Fig. 329.

Das compensirte Prisma befindet sich zwischen einem Collimator und einem Beobachtungsfernrohr in einem geraden Rohre, jedoch lässt sich das Fernrohr nach beiden Seiten etwas neigen, damit man dem Spectrum seiner ganzen Ausdehnung nach folgen kann.¹⁾

Bei Anwendung von sehr stark zerstreuem Flintglas kann man im Ganzen nur drei Prismen combiniren; Fig. 330 stellt ein

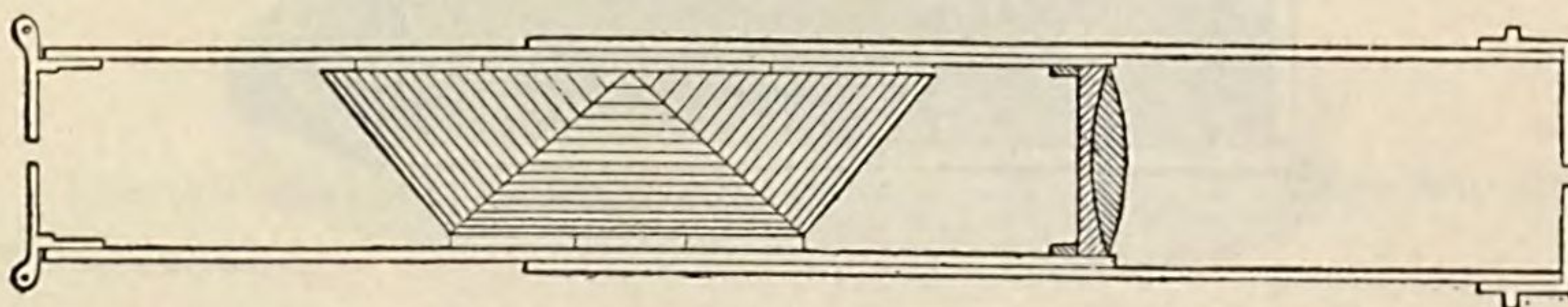


Fig. 330.

solches kleines Taschenspectroscop dar, die heutzutage weite Verbreitung gefunden haben. Ausser dem compensirten Prisma enthält dasselbe nur noch einen Spalt, der sich mit Hülfe eines Gewinderinges mehr oder weniger weit öffnen lässt, und eine einzige Linse.²⁾

¹⁾ Bei den gewöhnlichen Beobachtungsapparaten ersetzt Hoffmann das astronomische durch ein Galileisches Fernrohr, um die Länge des Instruments zu verringern.

²⁾ Mousson verwendet nur einen Spalt, und, wie beim Broch'schen Versuche, ein ganz nahe am Auge befindliches Prisma.

Wenn wir bedenken, dass der mittlere Strahl auf der Halbirungsebene des mittleren Prismas senkrecht stehen muss, so ist es klar, dass sich das System auf eine der beiden Hälften reduciren lässt; dies ist der Fall bei dem in Fig. 331 abgebildeten *vergrößernden Halbprisma*¹⁾ von Christie.²⁾ Die Dispersion desselben ist beträchtlich; bei der Grösse des Austrittswinkels treten jedoch die oben bereits erwähnten Schwierigkeiten auch hier

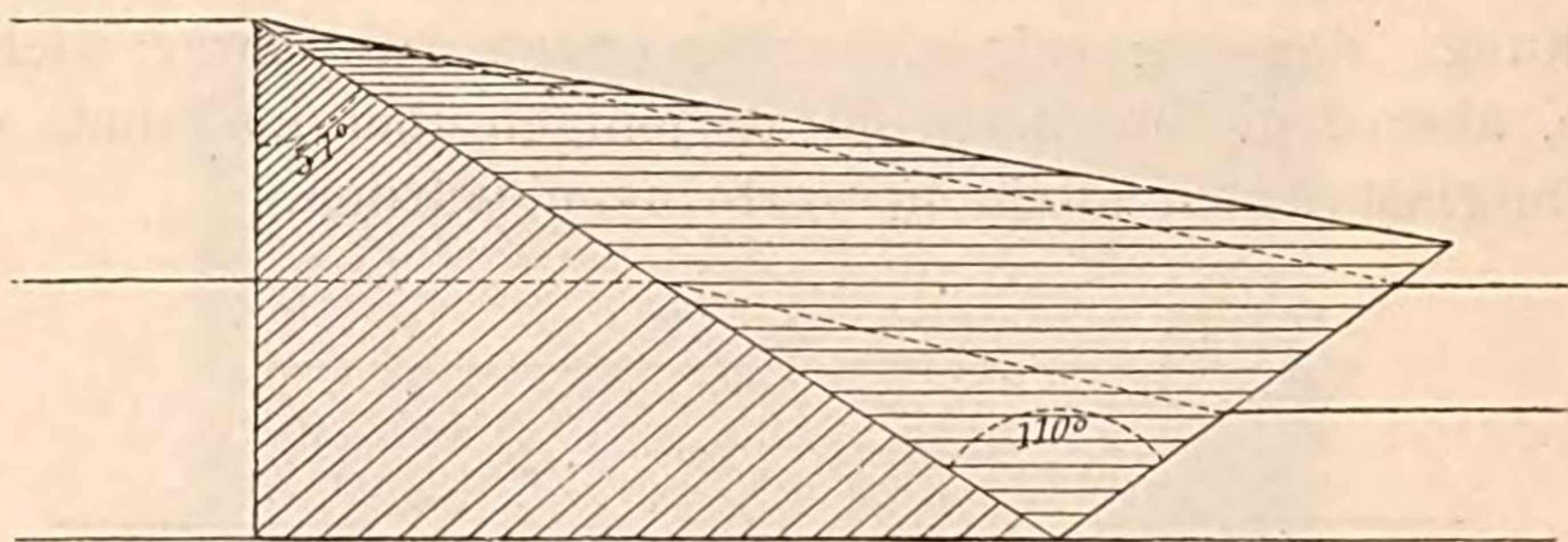


Fig. 331.

auf, und da ferner das stark zerstreuende Flintglas vom spec. Gewicht 5 an der Einfallsseite nicht gegen die Berührung mit der Luft geschützt ist, so wird es rasch angegriffen.

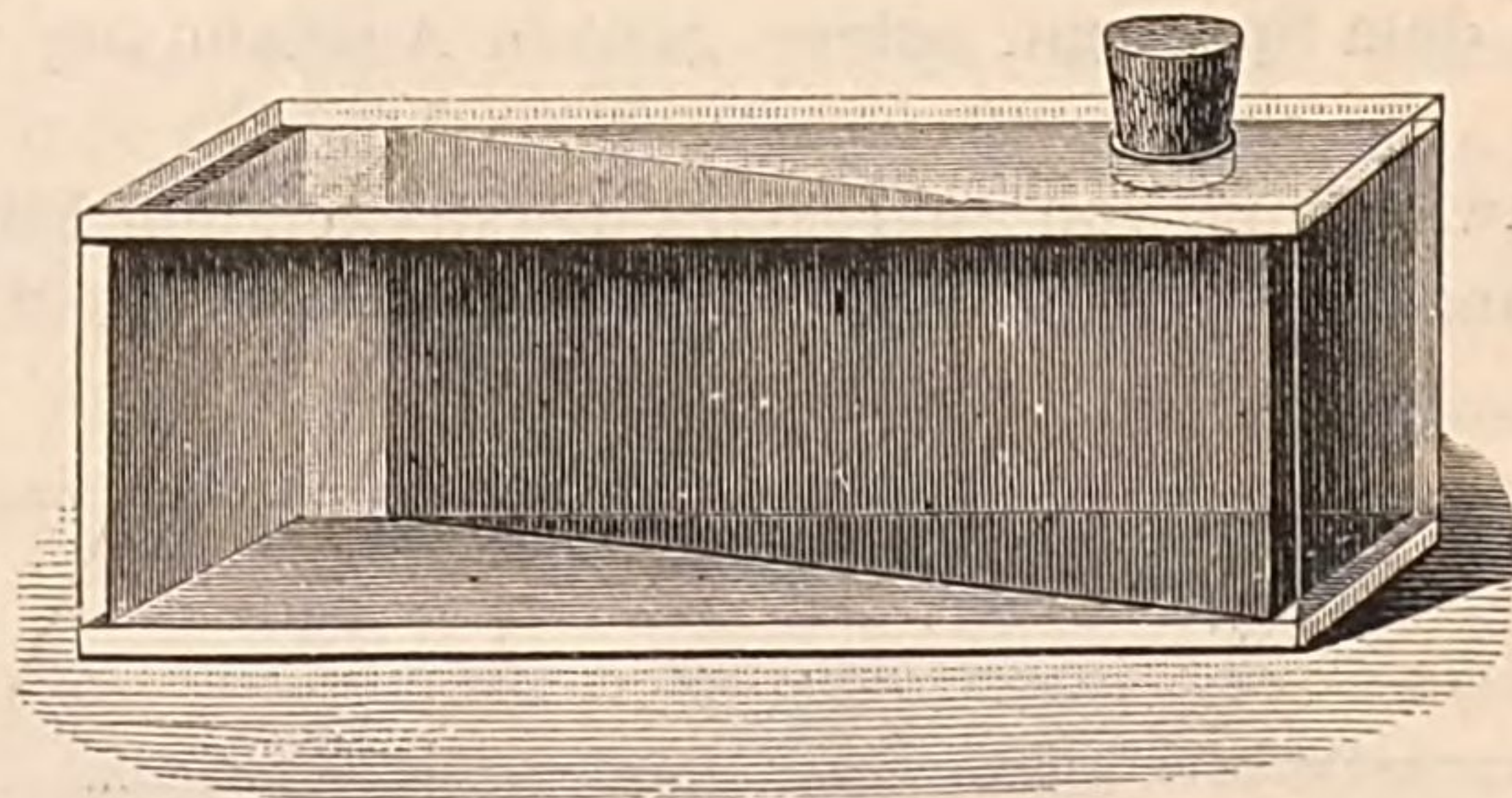


Fig. 332.

Zenger³⁾ nahm die einfachste Anordnung wieder auf: Zwei sehr spitze Prismen, ein festes und ein flüssiges, welche nahezu denselben mittleren Brechungsquotient, aber sehr verschiedenes

¹⁾ Der in Gleichung (7) aufgestellte Ausdruck für das Vergrößerungsvermögen zeigt, dass dasselbe dem Verhältniss zwischen dem Durchmesser des einfallenden und des austretenden Strahlenbündels gleich ist; das Christie'sche Halbprisma verdient also mit Recht den Namen „vergrößerndes Prisma.“

²⁾ Christie Proceed. of the R. Soc. 31, 23; 1877.

³⁾ Zenger, Compt. rend. 92, 1503, und 93, 429; 1881.

Zerstreuungsvermögen besitzen (z. B. Crown Glas und Cassiaöl, in Benzin aufgelöst) werden so verbunden, dass sie ein rechtwinkeliges Parallelepipedon bilden; dasselbe zerstreut das Licht ungemein stark; der Öffnungswinkel des Spectrums erreicht 24° .

Wie Janssen gezeigt hat, kann man auch die Totalreflexion benutzen, um die Strahlen mittlerer Brechbarkeit in die ursprüngliche Richtung zurückzuführen, während dabei die Ablenkung der äussersten Strahlen erhalten bleibt. Fig. 332 zeigt die von Herschel¹⁾ verwendete Anordnung zweier Prismen zu einem geradsichtigen Spectroscop.

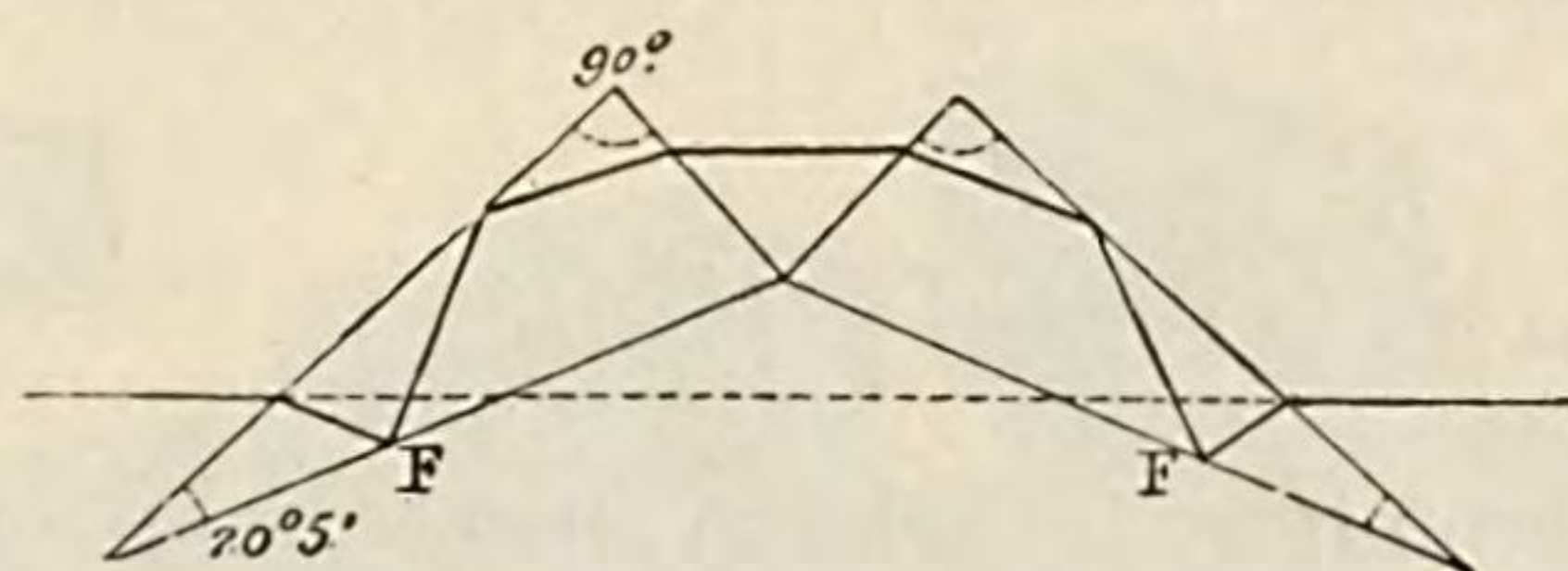


Fig. 333.

*Spectroscop von Thollon.*²⁾ — Thollon stellte mit einer geringen Anzahl von Prismen ein geradsichtiges Spectroscop von ganz bedeutendem Auflösungsvermögen her.

Wir fassen zunächst ein System von zwei identischen Prismen ins Auge, welche mit einander einen Winkel α einschliessen. Behalten wir die früheren Bezeichnungen bei und versehen die Winkel, je nachdem sie zum ersten oder zum zweiten Prisma gehören, mit den Indices 1 und 2, so erhalten wir

$$\alpha = i'_1 + i_2.$$

Die Ablenkung, welche ein Strahl erfährt, ist gegeben durch die Gleichung

$$\begin{aligned} D &= i_1 + i'_1 + i_2 + i'_2 - 2A \\ &= i_1 + i'_2 - 2A + \alpha. \end{aligned}$$

Man kann nun stets den Winkel α so wählen, dass ein das System durchsetzender Strahl auf der Halbierungsebene dieses Winkels senkrecht steht; in diesem Falle wird sich das Prismenpaar für den betreffenden Strahl im Minimum der Ablenkung befinden. Durch stetige Änderung des Winkels α wird man nun für jeden der einfachen Strahlen, aus denen ein einfallender Strahl weissen Lichts besteht, das Ablenkungsminimum erhalten können.

¹⁾ A. Herschel, Chem. News **19**, 157; 1869.

²⁾ Thollon, Journal de physique **7**, 141, und **8**, 73; 1878—79.

Die Elementardispersion des Systems

$$\frac{di'_2}{dn} = \frac{\sin A (\cos i'_1 \cos r_1 + \cos i_2 \cos r'_2)}{\cos i'_1 \cos r_1 \cos i'_2 \cos r_2}$$

geht für die Minimalablenkung des Prismenpaares ($i'_1 = i_2$, $r'_2 = r_1$) über in

$$\frac{di'_2}{dn} = \frac{2 \sin A}{\cos i'_2 \cos r_2} = \frac{2 \sin A}{\cos i_1 \cos r'_1},$$

und, für den Fall, dass ausserdem auch noch der Einfall und der Austritt senkrecht zur Prismenfläche stattfindet ($i_1 = i'_2 = 0$; $r'_1 = r_2 = A$),

$$\frac{di'_2}{dn} = 2 \operatorname{tg} A.$$

Thollon vereinigte in seinem Spectroscop eine ganze Anzahl derartiger Prismenpaare, und zwar bilden immer die beiden einander zugewendeten Hälften der aufeinanderfolgenden Prismen ein Prismenpaar. Die Prismen selbst sind aus Crownglas und Schwefelkohlenstoff

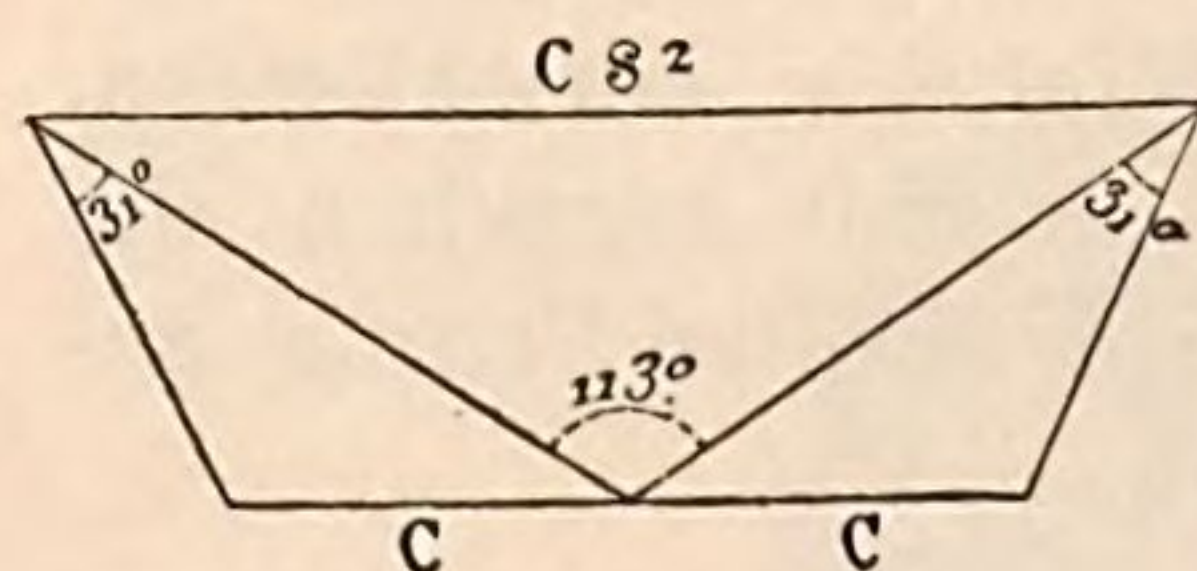


Fig. 334.

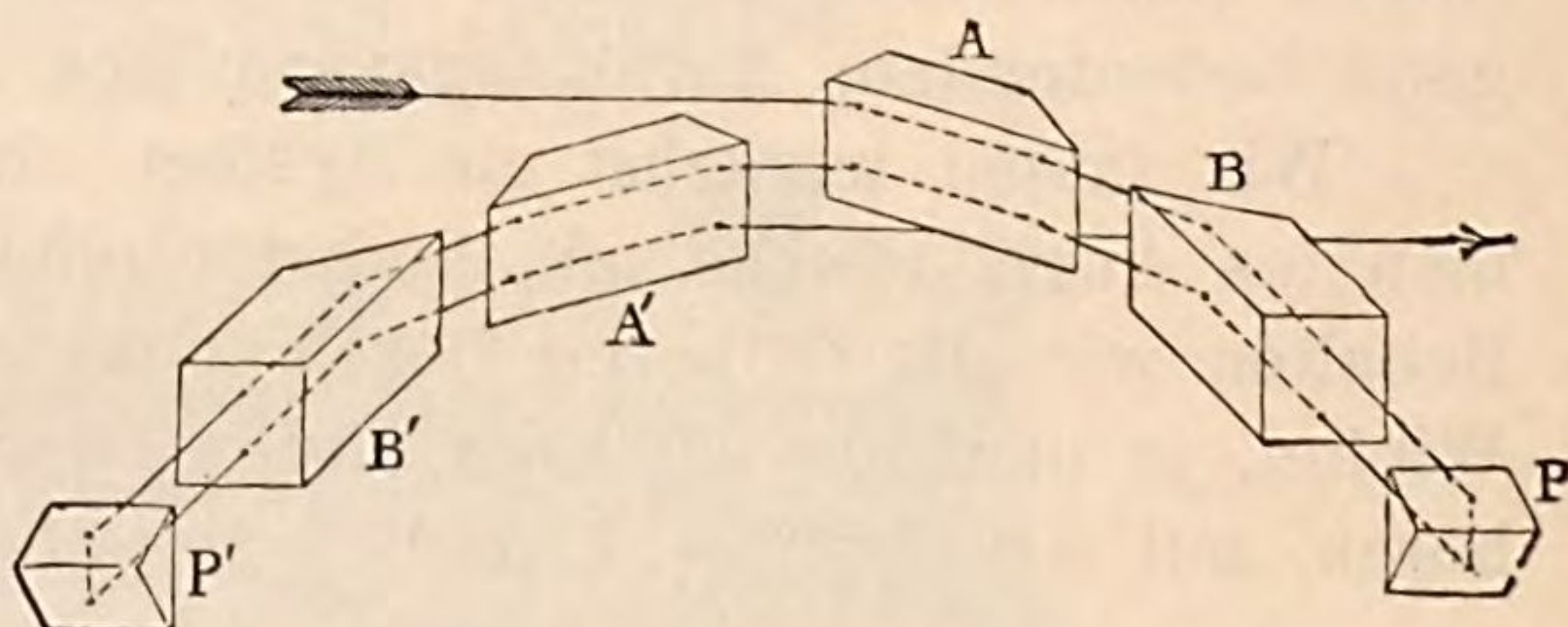


Fig. 335.

zusammengesetzt und besitzen ein sehr beträchtliches Zerstreuungsvermögen. In den nachstehenden Figuren (334 bis 336) ist eines dieser Prismen,¹⁾ ferner der Gang eines Lichtstrahles,²⁾ endlich die Gesamteinrichtung des Apparates abgebildet, wie er von Laurent hergestellt wird. Eine Drehung der Schraube V (Fig. 335) genügt, um das ganze Spectrum vor dem Auge des Beobachters vorbeiziehen zu lassen. Über diese Schraube läuft ausserdem

¹⁾ Da die mittleren Brechungsquotienten der beiden Substanzen nur wenig verschieden sind, so kann man ohne beträchtlichen Lichtverlust grosse Einfallswinkel anwenden, vorausgesetzt natürlich, dass die Flächen sämtlich sehr gut gearbeitet sind.

²⁾ Mit zwei weiteren Reflexions-Prismen würde man ein ganz genau geradsichtiges Spectroscop erhalten, dafür aber an Lichtstärke etwas einbüßen.

noch ein Papierstreifen, auf welchem man die Lage der Linien mittels eines Bleistifts notiren kann, der durch einen unter dem Fernrohre *O* angebrachten Handgriff *M* in Bewegung gesetzt wird. Thollon konnte auf diese Weise in einigen Monaten die Lage von etwa 4000 Linien festlegen. Viele Linien, die bis dahin als einfach galten, zeigten sich in seinem Apparate als doppelt; dagegen erschienen andere Linien (z. B. *F* und *C*) nur verbreitert, während wieder andere trotz der bedeutenden Dispersion ungemein fein blieben. Die Winkelentfernung der *D*-Linien betrug $12'$, ihre scheinbare Entfernung 15 mm, die Länge des Spectrums 15 m.

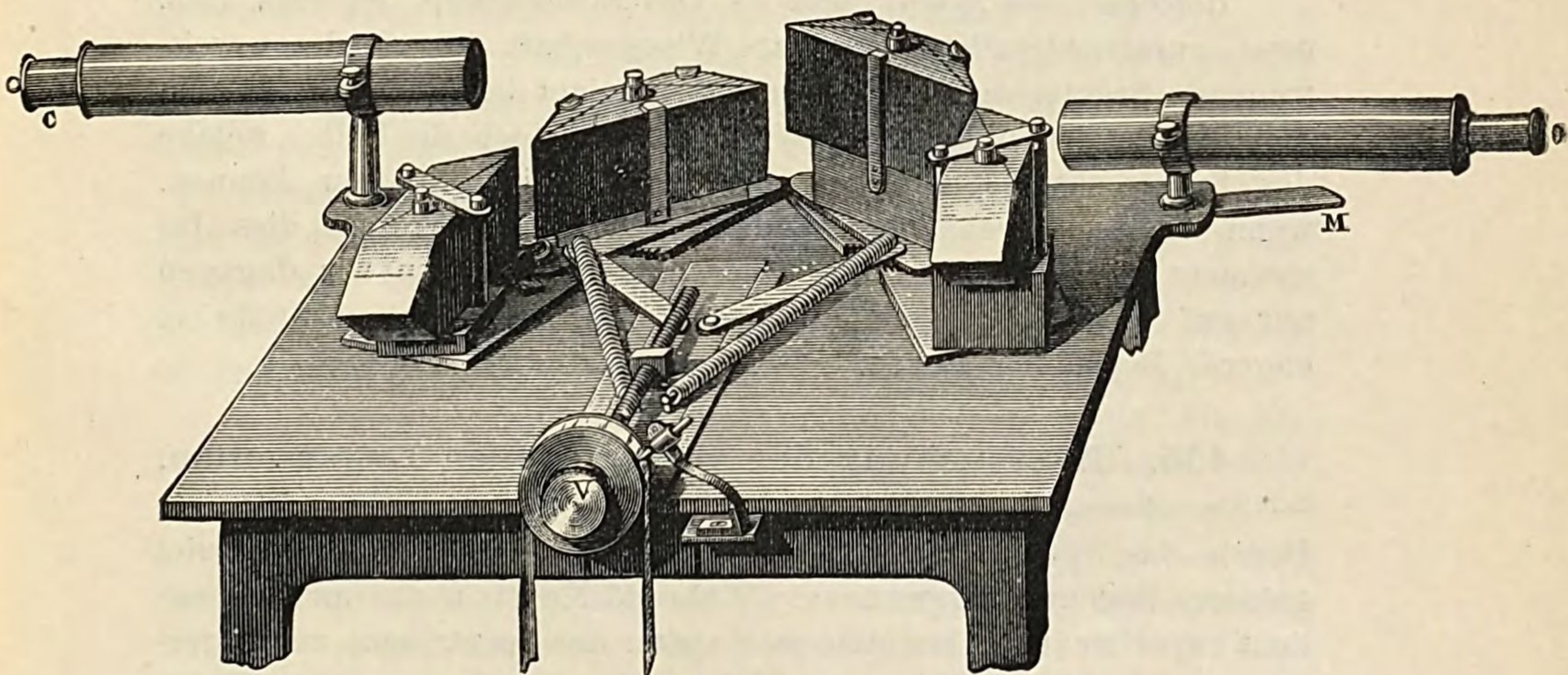


Fig. 336.

Es ist selbstverständlich, dass bei allen diesen Apparaten das Fernrohr um so stärker vergrössern darf, je reiner das Spectrum ist. Wolf¹⁾ construirte neuerdings ein Spectroscop mit besonders starkem Fernrohr, welches auch die feinsten Details des Spectrums zu erkennen gestattet.

Spectroscopische Scalen. — Die Scala des Bunsen'schen Spectroscops war in gleich grosse Theile von willkürlicher Länge getheilt, und auch heutzutage begnügt man sich gewöhnlich noch mit dieser Anordnung; denn da die Abstände der einzelnen Linien von der Natur des brechenden Systems abhängen, so muss man die Messungen im Allgemeinen doch noch immer auf ein

¹⁾ Wolf, Bulletin des séances de la Société française de physique; 1890.

typisches Spectrum beziehen. Als solches wählt man das *normale Spectrum*, bei welchem die Ablenkungen der verschiedenen Farben den Wellenlängen proportional sind.

Um die Ablesungen an der Spectroscop-Scala auf Wellenlängen zu reduciren, bestimmt man auf dieser Scala die Lage einer Anzahl von Linien, deren Wellenlänge genau bekannt ist, und bezieht diese Beobachtungen auf einander mit Hülfe einer empirischen Formel¹⁾ oder einer Curve, auf welcher man unmittelbar die zu einem beliebigen Theilstriche der Scala gehörige Wellenlänge ablesen kann (der Theilstrich muss natürlich zwischen zwei direct bestimmten Punkten liegen.)

Bedeutung des Spectroscops. — Das Spectroscop rief eine ganz neue, ausserordentlich fruchtbare Wissenschaft hervor, deren weittragende Ergebnisse wir hier natürlich nicht in ihrer ganzen Ausdehnung aufzählen können. Wir würden jedoch die Rolle, welche das Spectroscop spielt, gar nicht begreiflich machen können, wenn wir nicht wenigstens andeuteten, welche Fragen dies Instrument zu lösen gestattet; näher eingehen können wir dagegen nur auf diejenigen, welche zu dem hier behandelten Stoffe in engerer Beziehung stehen.

435. Untersuchung der verschiedenen Lichtquellen.

— *Erweiterung der Untersuchungen über die Zerlegung des Lichts.* — Durch das Spectroscop hat die Zerlegung des Lichts eine viel grössere Bedeutung gewonnen. Während Newton nur mit Sonnenlicht experimentirte, benutzte man später das Spectroscop zur Untersuchung der verschiedensten Lichtquellen, und zwar sowohl der natürlichen, — der Sterne und leuchtenden Meteore, — als auch der künstlichen, der Flammen und der glühenden Körper. Hierbei lässt man die Strahlen entweder direct auf das Spectroscop fallen, oder man lässt sie zuvor ein Medium durchsetzen, das einen Theil der Strahlen absorhirt; dabei treten zwei verschiedene Arten von Spectren auf, das *Emissionsspectrum* und das *Absorptionsspectrum*.

Die Emissionsspectren.

Zwei Arten von Emissionsspectren. — Bei diesen Spectren hat man continuirliche und discontinuirliche zu unterscheiden.

Continuuirliche Spectren der Flüssigkeiten und festen Körper. —

¹⁾ Gibbs, Silliman's Journal of science; 1870. — Cornu, Ann. de chim. et de phys (6) 7, 57; 1886.

Die glühenden festen und flüssigen Körper liefern ein continuirliches Spectrum, das sich um so mehr nach der violetten Seite hin verbreitert, je höher die Temperatur steigt.¹⁾ Von den Lichtquellen, welche ein continuirliches Spectrum ergeben, nennen wir die Kohlenspitzen, zwischen welchen der elektrische Lichtbogen leuchtet (aber nicht dieser Bogen selbst), sowie die Flammen und Lampen, wie sie zur Beleuchtung verwendet werden (Kerzen, Öl- und Petroleumlampen, Gasbrenner etc.), alles Lichtquellen, bei welchen der leuchtende Körper aus festem Kohlenstoff besteht.

Discontinuirliche Spectren der Dämpfe und Gase. — Die leuchtenden Dämpfe und Gase liefern ein discontinuirliches Spectrum, das aus hellen Linien auf dunklem Hintergrunde besteht. Bei zunehmender Temperatur werden diese Linien immer breiter und verwaschener; ebenso zeigt das Spectrum bei wachsender Dampfdichte das Bestreben, continuirlich zu werden.

Verschiedene Mittel zur Verflüchtigung der Körper, um ihr Spectrum zu erhalten. — Da die Mittel, welche man anwendet, um die Körper zum Leuchten zu bringen, das Resultat wesentlich beeinflussen, so müssen wir hier die wichtigsten derselben erwähnen; es sind dies die Flammen und die electrischen Entladungen.

a) *Flammen.* Die nicht leuchtenden Flammen der Alkoholampe (Melville, Brewster, Herschel, Miller),²⁾ oder besser noch des Bunsenbrenners (Kirchhoff und Bunsen) eignen sich vortrefflich zur Untersuchung der Spectren von Körpern, welche sich bereits bei ziemlich niedriger Temperatur verflüchtigen. Fig. 324 zeigt, wie man den Körper (Metallsalz) mittels eines Platindrahtes in die Flamme bringt. Am besten biegt man das Ende des Drahtes zu einer Schlinge um, die man glühend in das Salz taucht, so dass sich beim Wiedererhitzen eine sogenannte *Perle* bildet, oder man befeuchtet den Draht mit einer Lösung des betreffenden Salzes. Man muss jedoch darauf achten, dass

¹⁾ Draper, Phil. Mag. (3) 30, 345; 1847.

²⁾ Im Jahre 1752 beobachtete Melville mit einem Prisma einige gefärbte Flammen und bemerkte dabei, dass eine mit Kochsalz versehene Alkoholflamme nur eine einzige Farbe liefert. (Melville, Edinb. phys. and litt. Essays 2, 12; 1752.) Im Jahre 1822 bestätigte Brewster diese Eigenthümlichkeit der *monochromatischen Lampe* (Brewster, Trans. of the R. S. of Edinburgh, 1822). In demselben Jahre untersuchte Herschel die Spectren einer grossen Anzahl gefärbter Flammen, hauptsächlich die von Strontiumchlorid, Kupferchlorid und Borsäure (John Herschel, Trans. of the R. S. of Edinburgh; 1822). Im Jahre 1845 stellte Miller die von den alkalischen Salzen und Erden erzeugten Spectren richtig zusammen (Miller, Report of the British Association, und Phil. Mag. (3) 27, 81; 1845).

der Draht stets noch unterhalb des unteren Randes des Spalts zu stehen kommt, damit nicht auch das continuirliche Spectrum des glühenden Platins sichtbar wird.¹⁾ Ist eine höhere Temperatur erforderlich, so verwendet man zweckmässig die Wasserstoffflamme in Luft (A. Mitscherlich,²⁾ Mascart),³⁾ oder ein Knallgasgebläse (Wolf und Diacon).⁴⁾ Gewöhnlich allerdings zieht man in diesem Falle electrische Entladungen vor.

b) *Electrische Entladungen.* — Schon im Jahre 1835 hatte Wheatstone⁵⁾ beobachtet, dass der Funke, welcher zwischen zwei Metallkugeln überspringt, ein aus glänzenden Linien bestehendes Spectrum liefert, welches für das Metall charakteristisch und vom umgebenden Medium unabhängig ist (er wendete einen starken, kurzen Funken an). Aber die alten Maschinen waren recht unbequem und Masson⁶⁾ vervollkommnete daher dies Verfahren wesentlich, indem er als Funkengeber Inductionsapparate benutzte, in deren Stromkreis er einen Condensator einschaltete.

¹⁾ Um die Flamme dauernd mit dem betreffenden Salz zu speisen, kann man entweder ein Rohr anwenden, ähnlich demjenigen, mit welchem man den Vögeln Flüssigkeiten einflösst (A. Mitscherlich), oder man kann mit Hülfe eines Zerstäubers die fein gestossene Substanz in die Flammen blasen (Bunsen, Gouy). — Gouy, Ann. de chim. et de phys. (5) **18**, 23; 1879.

Verfügt man über grössere Mengen des zu untersuchenden Salzes, so schmilzt man dasselbe und giesst daraus Stangen von ca. 5 mm Dicke, deren Spitze man in das Linnemann'sche Knallgasgebläse bringt. Man erzielt auf diese Weise eine bedeutende Intensität, namentlich bei Anwendung der Chloride und Bromide, doch entwickeln besonders die letzteren sehr störende Dämpfe, während beide im Knallgasgebläse sehr rasch abschmelzen. Die Anwendung der nicht so lichtstarken kohlen-sauren Salze ist in dieser Beziehung bequemer. Da die letzteren meist einen recht hohen Schmelzpunkt haben, so kann man die Stangen, unter Anwendung eines geeigneten Bindemittels, auch pressen, statt sie zu giessen. Vgl. Gumlich, Abhandl. der Physikal. Techn. Reichsanstalt II, 241, und Zeitschr. f. Instrk. **16**, 111, s. auch du Bois, Zeitschr. f. Instrk. **12**, 165. Relativ grosse Helligkeit erzielt man auch mit der Spiritusgebläselampe von Herbert-Lehmbeck, in deren Flamme man Rollen aus Platindrahtgewebe bringt, welche in glühendem Zustande in dem Salze gewälzt worden sind. — G.

²⁾ A. Mitscherlich, Pogg. Ann. **116**, 1862, und Ann. de chim. et de phys. (3) **69**, 169; 1863.

³⁾ Mascart, Annales de l'École normale **4**; 1866.

⁴⁾ Wolf et Diacon, Mémoires de l'Académie de Montpellier; 1862.

⁵⁾ Wheatstone, Report of the British Association in Dublin; oder Chemical News **3**, 198; 1835; vgl. auch Talbot, Brewster's Journal of Science **5**, 1826; und Phil. Mag. **4**, 114; 1834.

⁶⁾ Masson, Ann. de chim. et de phys. (3) **31**, 295 und **45**, 385; 1851—1855.

Durch Einführen des Metalls in den elektrischen Lichtbogen erhielt Wheatstone dieselben Linien, wie bei der Funkenbildung. Auch Foucault¹⁾ verwendete den Lichtbogen, um die Metalle in leuchtende Dämpfe zu verwandeln, und Robiquet²⁾ benutzte ihn bei einer werthvollen Arbeit, welcher wir die in Fig. 337 dargestellten Photographien des Sonnenspectrums und des Silberspectrums entlehnen.³⁾ Gerade das letztere lässt sich einem

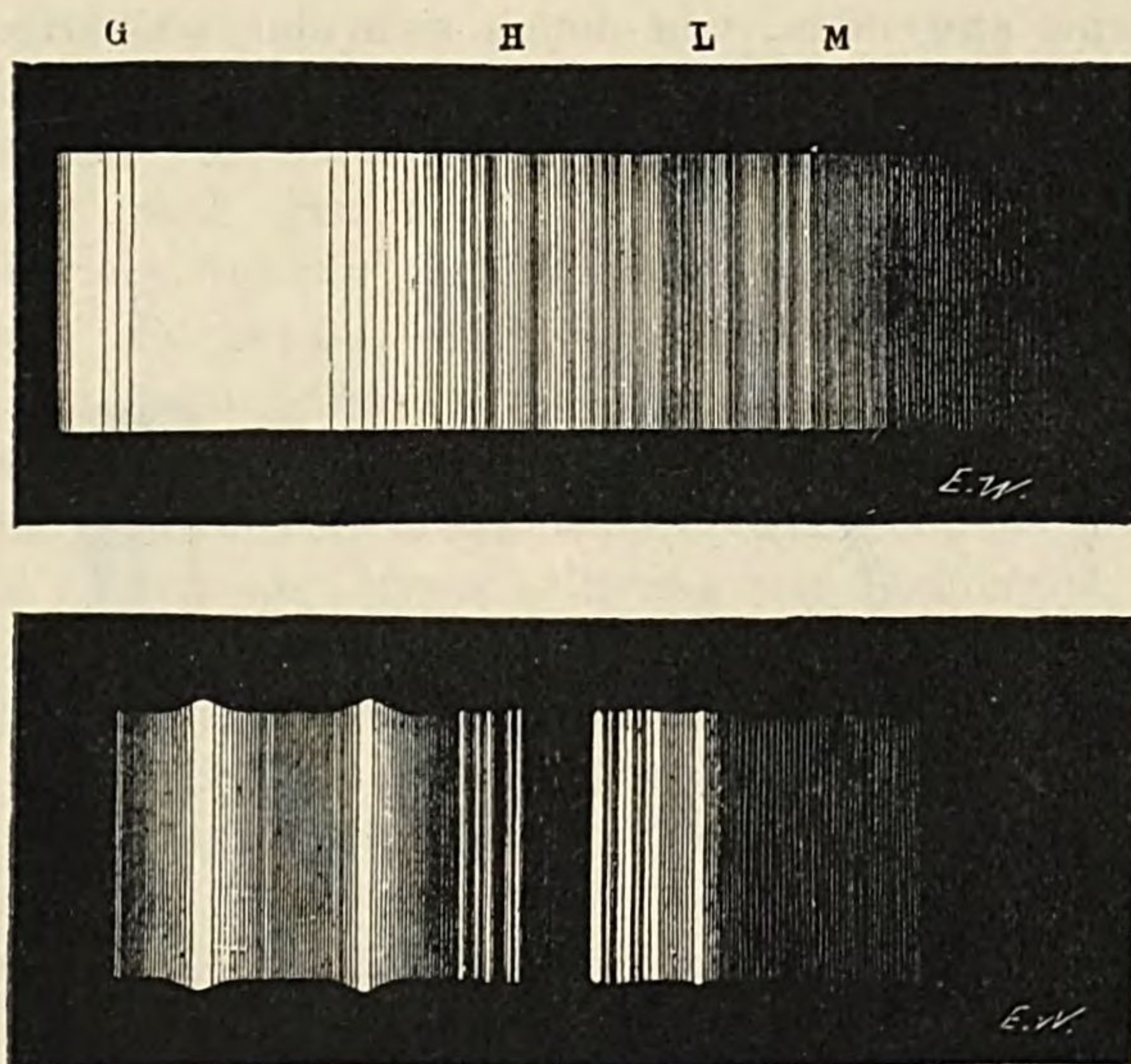


Fig. 337.

grösseren Zuschauerkreise sehr gut vorführen. Zu dem Zwecke setzt man in den Projectionsapparat eine elektrische Lampe ein, welche als unteren Pol ein grosses Kohlenstück trägt; dies ist mit einer Höhlung versehen, in welche ein Stückchen Silber gelegt wird, und dient, wenn man den Lichtbogen hervorruft, als positiver Pol. Das durch einen Spalt austretende Licht fällt auf eine Linse mit grosser Brennweite, durchsetzt sodann zwei gleichseitige Schwefelkohlenstoffprismen und fällt schliesslich auf einen in hinreichender Entfernung stehenden Schirm.

¹⁾ Foucault, Bull. de la Société philomatique, und l'Institut; 1849.

²⁾ Robiquet, Compt. rend. **49**, 606; 1859.

³⁾ Diese Photographien geben nur die blauen und violetten Theile des Spectrums wieder, erstrecken sich aber noch ein ganzes Stück über das Violett hinaus.

Bringt man am Fusse der Lampe etwa noch eine Drehscheibe an, welche ein halbes Dutzend Kohlenstücke mit verschiedenen Metallen trägt, so kann man auf diese Weise in wenig Augenblicken vor den Hörern die interessantesten Spectren entwerfen, z. B. von Silber, Zink, Kupfer, Eisen, Natrium (hier verfährt man entweder ebenso, wie bei den übrigen Metallen, oder man bedient sich einer Kohle, die mit Kochsalzlösung bzw. Lithiumchlorid getränkt ist; dies letztere Verfahren kann man überhaupt auf alle Körper anwenden, von denen sich eine wässrige Lösung herstellen lässt).

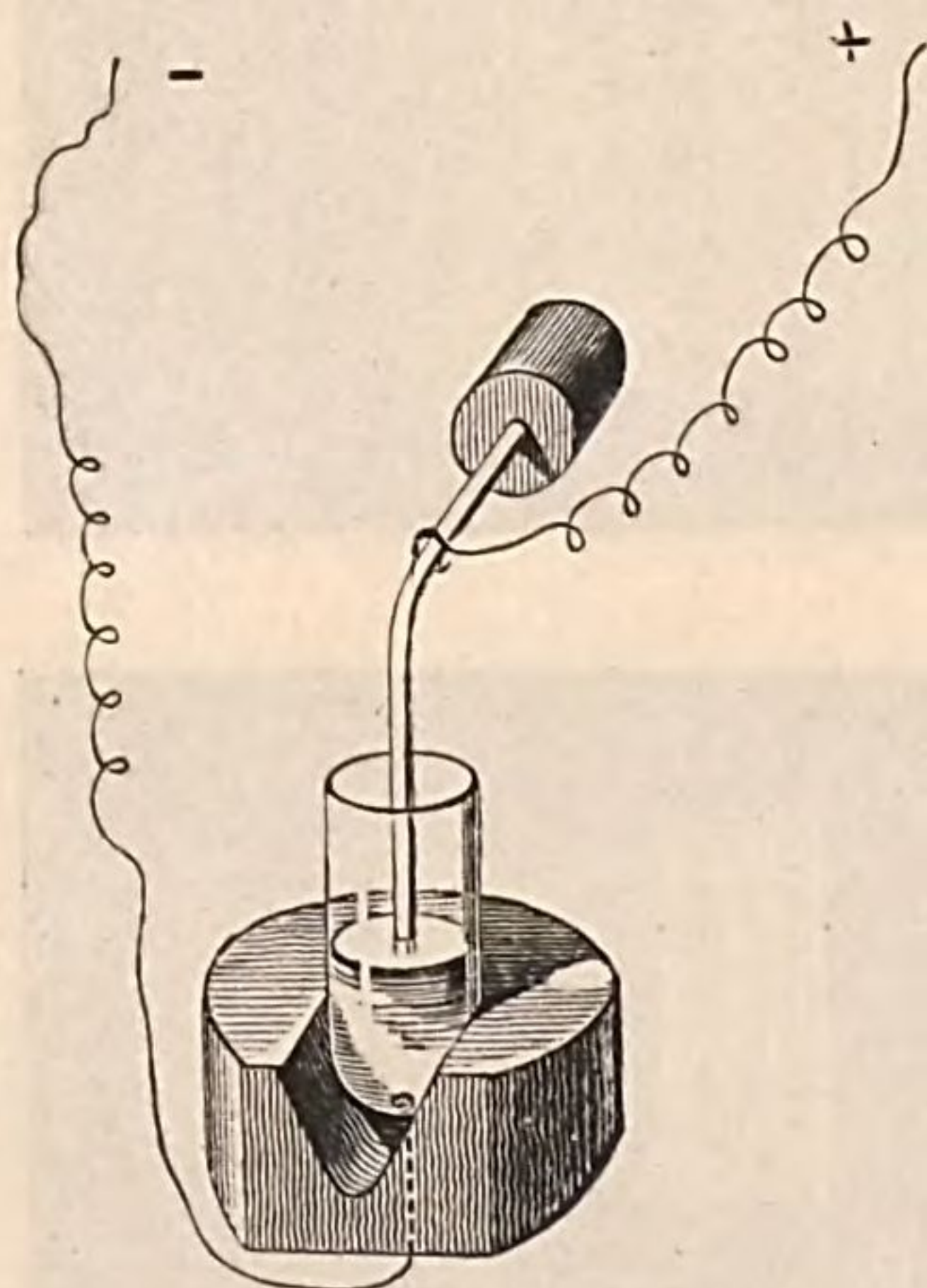


Fig. 338.

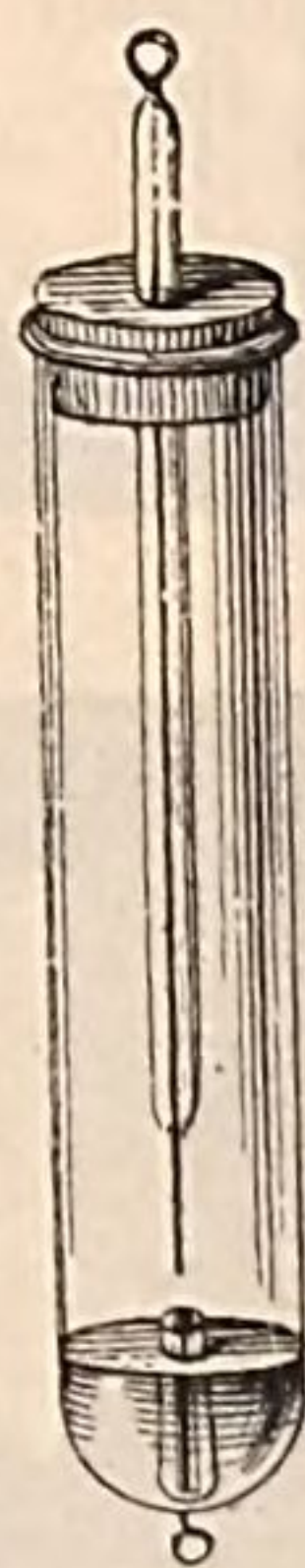


Fig. 339.

Zieht man es aber vor, die Flüssigkeit durch den Funken zu verflüchtigen,¹⁾ so bringt man sie in ein unten geschlossenes Rohr, dessen Boden von einem mit dem negativen Pol des Inductionsapparates verbundenen Platindraht durchsetzt ist (dieser Pol hat nämlich die stärkere Dissociationskraft); ein zweiter, mit dem positiven Pole verbundener Draht wird von oben her eingeführt und endigt sehr nahe an der Flüssigkeitsoberfläche.²⁾ Fig. 338 stellt die Funkenröhre von Lecoq de Boisbaudran³⁾ dar, der nach dieser Methode eine Reihe interessanter Untersuchungen

¹⁾ Schon im Jahre 1859 liess van der Willigen den Funken zwischen zwei Platindrähten überspringen, welche mit der zu untersuchenden Salzlösung befeuchtet waren. (van der Willigen, Pogg. Ann. 106, 610 und 107, 473; 1859.

²⁾ Seguin, Ann. de chim. et de phys. (3) 69, 108; 1863.

³⁾ Lecoq de Boisbaudran, Spectres lumineux; Paris, Gauthier-Villars, 1874.

ausführte, bei welchen er ein neues Metall, das Gallium, entdeckte.

Delachanal und Mermet¹⁾ construirten einen kleinen Apparat, den sie *Fulgurator* nannten (Fig. 339); in demselben ist die aus einem geflochtenen Platindrahte bestehende negative Elektrode von einem schwach konischen Röhrenstück umhüllt und bildet auf diese Weise eine Art von Docht, welcher durch Kapillarität das Flüssigkeitsniveau in fester Entfernung von der positiven Elektrode hält.

Zur Untersuchung der Gase und Dämpfe verwendet man nach Bedürfniss entweder eine einfache Erregerröhre (Fig. 340), mit Hülfe deren man, gewöhnlich unter Atmosphärendruck, einen starken, kurzen Funken erhält, oder eine *Plücker'sche*²⁾ (*Geissler'sche*) Röhre, welche das Gas in verdünntem Zustande enthält, der die elektrische Entladung sehr begünstigt.³⁾

Spectralanalyse. Schon Wheastone hatte die Spectra der durch den elektrischen Funken oder Lichtbogen verflüchtigten Metalle als „Mittel zur Charakterisirung der Elemente“ bezeichnet, „das leichter anzuwenden sei, als die chemische Untersuchung“. Swan⁴⁾ machte auf das häufige Auftreten der Natriumlinie aufmerksam und erklärte dasselbe durch die Empfindlichkeit der Methode und durch die grosse Verbreitung der Natriumsalze. Foucault wies darauf hin, dass diese Linie mit der dunklen Fraunhofer'schen *D*-Linie zusammenfällt, und konnte dieselbe auch, wie beim Sonnenspectrum, als schwarze Linie hervorbringen (eine sehr wichtige Thatsache, auf die wir später noch zurückkommen werden). Ferner untersuchte Ångström⁵⁾ nach dem Vorgange von Masson sorgfältigst die Spectra der Metalle und der Gase und gab auch bereits eine richtige Erklärung der Absorptionsspectren. Aber die Verwendung aller dieser Ideen und Resultate zur Untersuchung und zum Aufsuchen der chemischen

¹⁾ Delachanal et Mermet, Journ. de physique 5, 10; 1876.

²⁾ Plücker, Pogg. Ann. 107, 497; 1859.

³⁾ Bei Anwendung von äusseren Belegungen lassen sich die Elektroden ganz vermeiden (vgl. Salet, loc. cit. S. 211). Diese Thatsache hat neuerdings Hamy (Comptes rendus 124, 174—176; 1897) zur Herstellung dauerhafter Geissler'scher Röhren mit Cadmiumfüllung benutzt. Da man nämlich diese Röhren auf mindestens 300° erhitzen muss, wenn man die *Cd*-Linien einigermaßen intensiv erhalten will, so bilden sich an den Einschmelzstellen der Platinelektroden leicht Sprünge. — G.

⁴⁾ Swan, Transact. of the R. S. of Edinburgh 21, 414; 1857.

⁵⁾ Ångström, K. Vet. Akad. s. Handl. Stockholm; 1853 (Pogg. Ann. 94, 141 und Phil. Mag. (4) 9, 327; 1855).

Elemente ist und bleibt doch das Werk von Kirchhoff und Bunsen.¹⁾ Dadurch, dass sie das Spectroscop, mit welchem sie die im Bunsenbrenner verflüchtigten Metallsalze beobachteten, mit

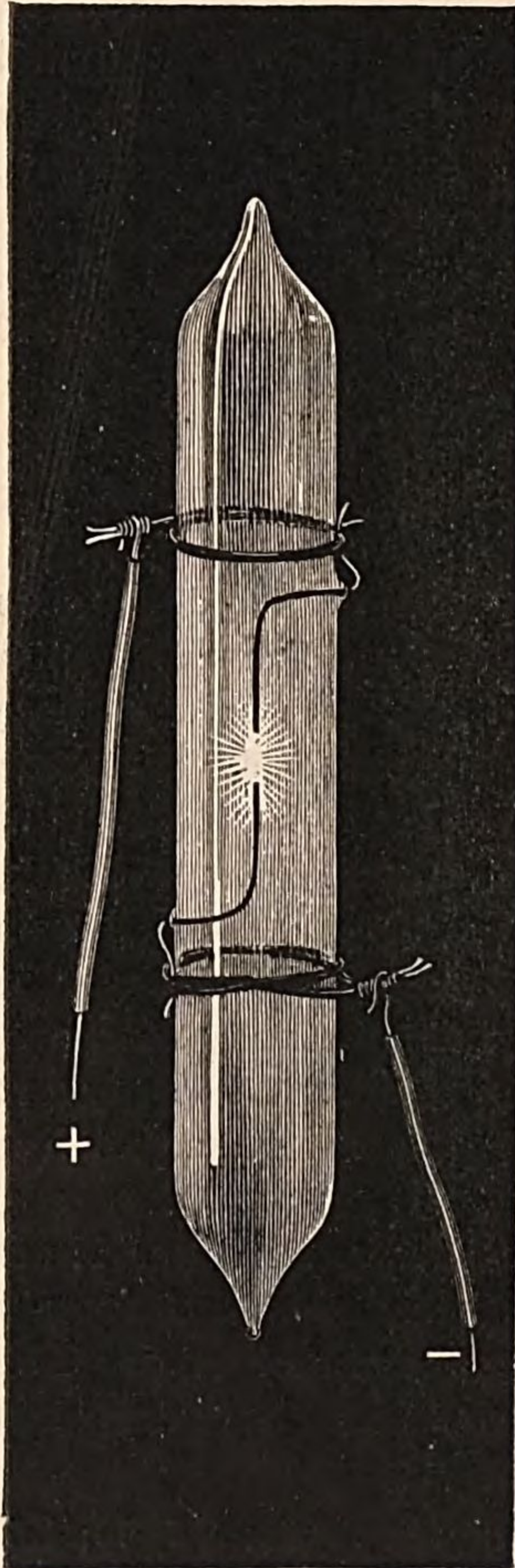


Fig. 340.

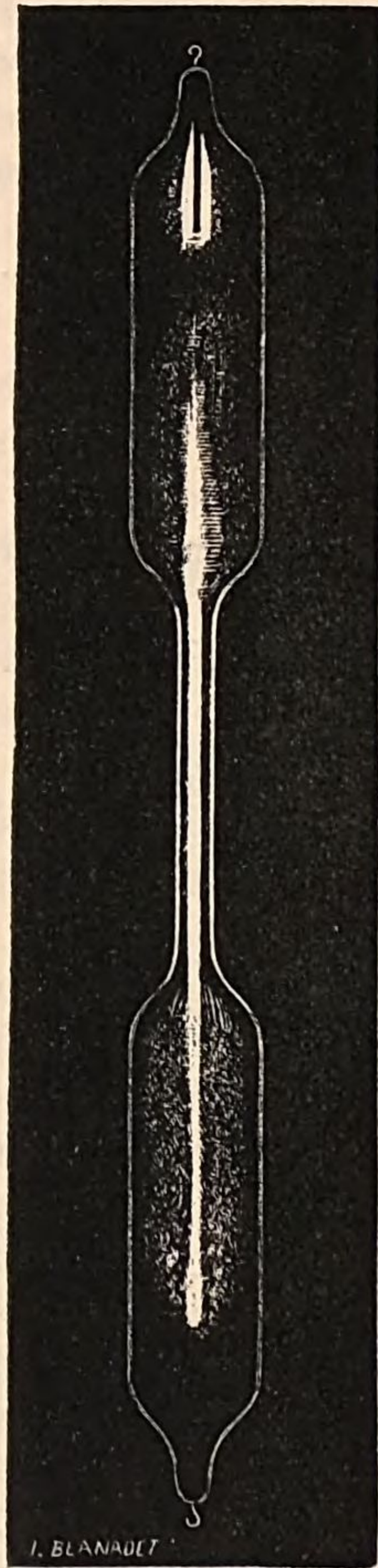


Fig. 341.

der seitlichen Scala versehen, verliehen sie den Spectralbeobachtungen auch wirklich praktische Bedeutung und konnten die Wichtigkeit dieser Beobachtungsweise für die chemische Analyse darthun; der beste Beweis für die Vortrefflichkeit ihrer Methode

¹⁾ Kirchhoff und Bunsen, Pogg. Ann. 110, 161; 1860 und 113, 337; 1861.

war die Thatsache, dass sie das Vorhandensein irdischer Metalle in der Sonnenatmosphäre nachwiesen und ausserdem auch noch zwei neue Metalle entdeckten, das Cäsium und das Rubidium. Die Spectralanalyse, ursprünglich ein Verfahren zur Untersuchung von Lichtstrahlen, wurde von da ab ein Mittel zur Untersuchung der Materie.

*Metallspectra.*¹⁾ — Kirchhoff und Bunsen fassten ihre Arbeiten über die Flammenspectren der Metalle der Alkalien und der alkalischen Erden in zwei Tafeln zusammen, eine farbige, welche direct die Erscheinung im Spectroscop wiedergiebt, und eine andere, welche die hellen Metalllinien in Schwarz, also gewissermassen als Negativ, enthält. Die Abscisse jeder Linie giebt deren Lage in Bezug auf die Scala des Kirchhoff'schen Instruments an (diese Scala ist, wie wir früher sahen, willkürlich, und zwar fällt der Scalentheil 50 mit der *D*-Linie zusammen), die Ordinate dagegen ist proportional der Intensität. Wir theilen in Fig. 342 das Facsimile dieser zweiten Tafel²⁾ mit.

Einige nähere Angaben in Betreff dieser Linien, welche gewöhnlich zur Auswerthung der Spectroscop-Scalen dienen, dürften hier erwünscht sein.

Das Flammenspectrum der *Natriumsalze* besteht in einer gelben Linie $Na\alpha = 589,3$,³⁾ welche der Fraunhofer'schen *D*-Linie entspricht und, wie diese letztere, bei Anwendung einer etwas stärkeren Dispersion in 2 Linien $D_1 = 589,6$ und $D_2 = 589,0$ aufgelöst wird. Sie tritt nach Kirchhoff und Bunsen bereits deutlich auf, wenn die Flamme nur ein halbes Millionstel Milligramm Natrium enthält, und ist in Folge dessen kaum zu vermeiden, da

¹⁾ Die wichtigsten Ergebnisse neuerer Messungen betr. die Wellenlänge der Spectrallinien der Elemente und ihrer Verbindungen finden sich u. a. in:

Kayser und Runge, Abhandlungen der Academie der Wissenschaften; Berlin 1888 etc.

H. A. Rowland, Philosoph. Mag. (5) **36**, 49—75; 1893.

Roscoe, Watts etc., „Bericht des Comitès zur Bestimmung der Wellenlänge der Elemente etc.“ Reports of the British Association; passim. — G.

²⁾ Dies Facsimile ist, wie die meisten Figuren dieses Kapitels, dem Werke „Traité de spectroscopie“ von Salet entnommen.

³⁾ Wellenlänge im Millionstel Millimeter ($\mu\mu$). — Den obigen Angaben liegen zumeist die Messungen von Kayser und Runge zu Grunde, die wohl zur Zeit als die genauesten angesehen werden dürfen. Vgl. Kayser und Runge, Abhandl. der Berliner Acad. d. Wissensch. 1888 u. folg. Jahrg., sowie Physikal. chem. Tabellen von Landolt und Börnstein; Berlin, Jul. Springer, 1894. — G.

schon die in der Luft befindlichen Staubtheilchen genügen, sie hervorzubringen. Bei Anwendung einer grösseren Menge von Salz bemerkt man rechts und links von der *D*-Linie ein continuirliches Spectrum. Erhöht man die Temperatur mit Hülfe eines Gebläses (Wolf und Diacon, Mascart) oder des electrischen Funkens (Kirchhoff, Lecoq de Boisbaudran, Salet), so sieht man noch andere Linien auftreten.

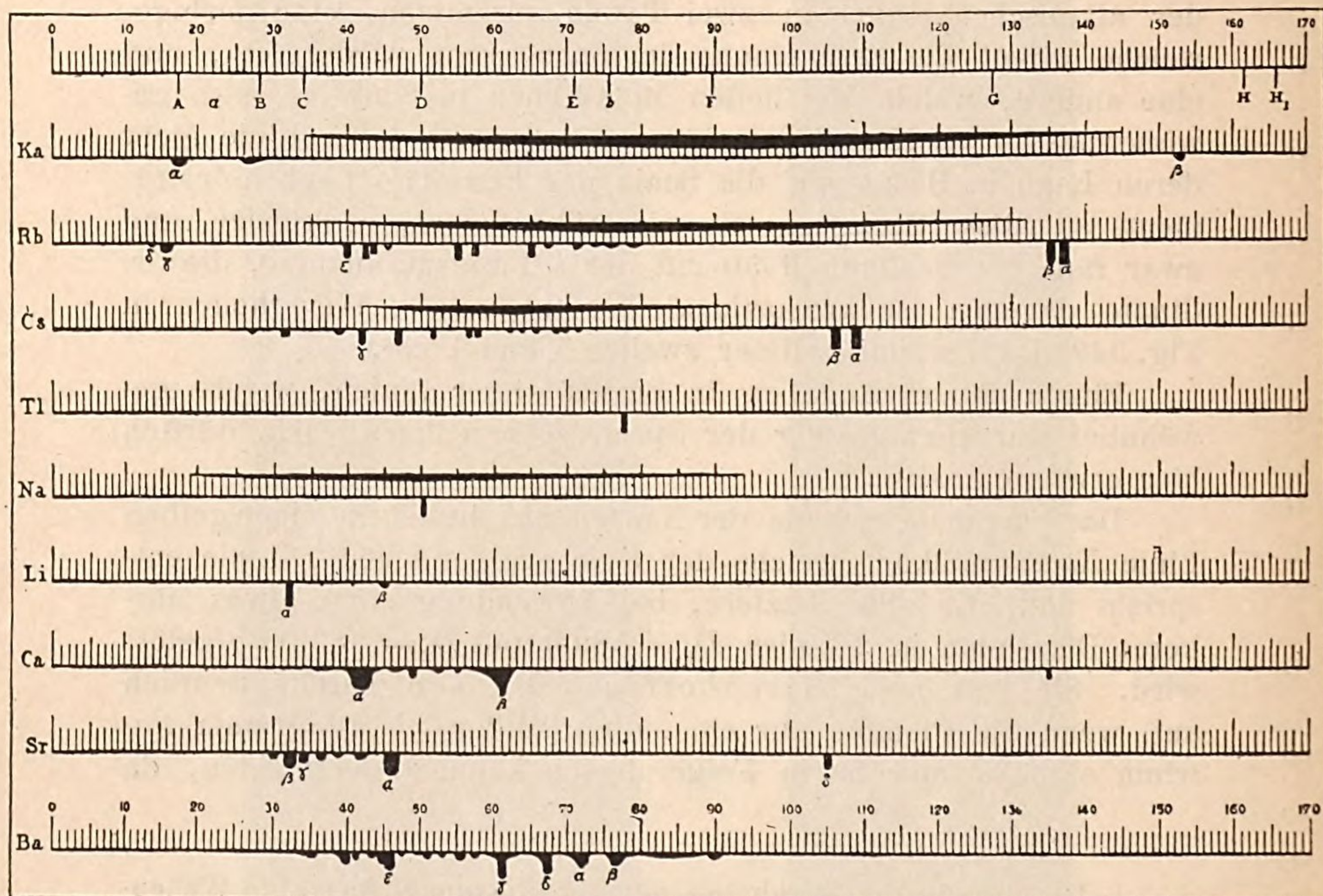


Fig. 342.

Die *Lithiumsalze* sind durch eine schöne, rothe Linie $Li\alpha = 670,8$ charakterisirt; bei höherer Temperatur tritt ausserdem noch eine schwache orangefarbene Linie $Li\beta = 610,4$ und eine sehr schwache blaue Linie $Li\gamma = 460,2$ auf; die letztere erscheint bei Anwendung des elektrischen Funkens sogar heller als die anderen.

Das *Kalium* liefert ein langes, continuirliches Spectrum, an dessen beiden Enden zwei charakteristische Linien auftreten, die eine im äussersten Roth $K\alpha = 768$ (diese lässt sich leicht in zwei zerlegen, nämlich 769,9 und 766,6), die andere, schwächere, im äussersten Violett, $K\beta = 404,7$. Viel schöner erscheint das Spectrum bei der Anwendung des elektrischen Funkens; dann treten

nämlich, hauptsächlich im Grün, zahlreiche andere Linien hervor, die man übrigens auch bei Anwendung des Chlorats mit der Flamme erhalten kann.

Das *Caesium* (*caesius*, dunkelblau) zeigt zwei blaue Linien $Cs\alpha = 455,5$ und $Cs\beta = 459,3$, ferner im Orange eine Doppelinie $Cs\gamma$, die unter gewöhnlichen Umständen schwach erscheint, aber mit wachsender Temperatur an Glanz zunimmt; gleichzeitig treten dann im Gelb und Grün noch neue Linien auf.

Das *Rubidium* (*rubidus*, roth) besitzt, abgesehen von mehreren Linien von geringerer Wichtigkeit, zwei schöne violette Linien $Rb\alpha = 420,2$ und $Rb\beta = 421,6$ und zwei rothe Linien $Rb\gamma = 781,1$ und $Rb\delta = 795,0$; die beiden letzteren sind noch weniger brechbar als die Fraunhofer'sche Linie A.

Unter den mit Hülfe des Spectroscops aufgefundenen Substanzen ist das von Crookes entdeckte *Thallium* (*θαλλειν*, grün färben) zu nennen, das durch eine einzelne, sehr glänzende Linie im Grün charakterisirt ist $Tl\alpha = 535,1$, sowie das von Reich und Richter gefundene *Indium* (*indicum*, Indigo), welches eine schöne blaue Linie $In\alpha = 451,1$ giebt und ganz nahe bei h eine schwache, violette Linie $In\beta = 410,2$; die letztere wird bei Anwendung des elektrischen Funkens recht stark.

Das *Strontiumchlorid* zeigt im Roth sechs sehr schöne, aber etwas verwaschene Banden¹⁾ (die am wenigsten verwaschene ist $Sr\beta = 669,4$), ferner im Orange eine recht klare doppelte Bande $Sr\alpha$, deren Mitte ungefähr bei 605 liegt, und im Blau eine Linie $Sr\delta = 460,8$; die letztere gehört, wie wir sehen werden, allein dem Metall an und ist für dieses charakteristisch.

Das *Calciumchlorid* weist zwei schöne Banden auf, die eine $Ca\alpha$ im Roth, ungefähr $= 622$ (sie zerfällt thatsächlich in drei $Ca\alpha_1 = 626,5$ verschwommen, $Ca\alpha_2 = 620,2$ scharf, und $Ca\alpha_3 = 618,1$ scharf), die andere im Grün $Ca\beta = 554$ (von dieser sind leicht zwei Linien zu unterscheiden, eine starke, aber verschwommene, $554,3$ und eine schwächere $551,7$); hierzu kommt noch im Blau eine wenig intensive Linie $422,7$, welche vom Metall herrührt.

Beim *Baryumchlorid* erhält man ein recht complicirtes Spectrum, in dem hauptsächlich die schönen grünen Banden $Ba\delta = 531,3$, $Ba\alpha = 524,2$ und $Ba\beta = 513,6$ hervortreten; diese rühren vom

¹⁾ Eine Bande, die nur nach einer Seite hin lichtschwächer wird und sich in einzelne feine Linien auflösen lässt, darf nicht mit einer breiten, verwaschenen Linie verwechselt werden, welche bei Anwendung stärkerer Dispersion nicht mehr weiter zerlegt werden kann, sondern sich nur verbreitert.

Chlor her, während die Linie $Ba\gamma = 553,6$ auf das Metall zurück zuführen ist.

Da jedes Metall ein Spectrum zu liefern schien, welches von der Natur des Salzes und von der Temperatur nicht abhängt, so nahmen Kirchhoff und Bunsen an, dass die Atome ohne Rücksicht auf die Verbindung, die sie eingegangen sind, stets die für sie charakteristischen Linien zeigen; wenn man also im Spectrum eines Salzes nur die dem Metall zugehörigen Linien fand, so rührte dies daher, dass das dichte und undurchsichtige Metall unvergleichlich viel heller stahlte als die leichten und durchscheinenden Körper, mit denen die Metalle verbunden waren.¹⁾

Die Versuche von A. Mitscherlich²⁾ und von Diacon³⁾ haben jedoch gezeigt, dass die chemischen Verbindungen specielle und für sie charakteristische Linien geben, vorausgesetzt, dass die Verbindungen bei der Versuchstemperatur nicht zerfallen; mit anderen Worten: die Molecüle haben ihre individuellen Spectra.

So enthalten beispielsweise die von Kirchhoff und Bunsen den Metallen allein zugeschriebenen Spectra von den Chloriden der alkalischen Erden in Wirklichkeit nur einige wenige Linien des Metalls, zu welchen dann noch die Banden des Chlorids und das Spectrum des Oxyds kommen. Das Chlorid, Bromid, Jodid, Fluorid des Bariums haben verschiedene Spectra (Mitscherlich). Wenn man das Chlornatrium in der Flamme eines Chlorwasserstoffgebläses verflüchtigt, so zeigt es überhaupt fast kein Spectrum (Diacon).

Der Chemiker, welcher Untersuchungen über die Metallverbindungen anstellt, muss wegen dieser Schwierigkeiten auf seiner Hut sein.

Für den Physiker ist gewöhnlich der elektrische Funke das sicherste Mittel zur Hervorbringung des Spectrums eines einfachen Körpers. Immerhin hat man einige Vorsichtsmaassregeln beim Gebrauche des zwischen zwei metallischen Polen überspringenden Funkens zu beobachten. Ist der Funke lang, so giebt er in der Mitte fast ausschliesslich die Linien des Gases, in welchem man beobachtet, während die metallischen Linien, die man eigentlich beobachten wollte, verschwommen und breit

¹⁾ Gleichwohl hielten es Kirchhoff und Bunsen in ihrer zweiten Veröffentlichung für wahrscheinlich, dass eine chemische Verbindung andere Linien gebe, als die Elemente, aus denen sie besteht.

²⁾ A. Mitscherlich, loc. cit. und Pogg. Ann. 121, 1864.

³⁾ Diacon, Thèse inaugurale. Montpellier, Boehm et fils, 1864; und Ann. de chim. et de phys. (4) 6, 5; 1865.

sind; dagegen liefern die Enden der Funkenstrecke ganz speciell die Linien des Metalls.

Nähert man die Elektroden einander hinreichend, so verschwinden die Linien der Luft entweder vollständig, oder sie treten doch wenigstens nur schwach auf; sie reduciren sich dann auf die Linien des Stickstoffs und die Linie β des Wasserstoffs. Kirchhoff,¹⁾ Ångström und Thalén,²⁾ sowie Huggins³⁾ haben nach dieser Methode die hellen Linien der Metalle untersucht und dieselben mit den dunklen Linien des Sonnenspectrums verglichen.

Unter diesen Linien sind noch einige besonders bemerkenswerth.

Das *Magnesium*, dessen Salze im Bunsenbrenner überhaupt kein Spectrum aussenden, zeigt unter der Wirkung des elektrischen Funkens eine schöne dreifache Linie⁴⁾ im Grün, welche mit der Fraunhofer'schen Linie *b* zusammenfällt⁵⁾ ($b_1 = 518,4$; $b_2 = 517,3$; $b_4 = 516,8$).

Das *Aluminium*, das in keiner Flamme ein Spectrum zeigt, liefert im elektrischen Funken vier breite Banden 572,2; 569,5; 505,6; 466,2.

Unter den vorzüglich schönen Linien, welche das *Zink* zeigt, sind hauptsächlich die blauen 481,1; 472,2; 468,0 und die orange-farbene 636,4 zu nennen.

In dem glänzenden Spectrum des *Cadmium*⁶⁾ heben sich besonders hervor: Eine Linie im Orange 643,9 (nahe bei *C*), eine im Grün 508,6 und zwei im Blau 480,0; 467,8.

Abgesehen von diesen sichtbaren Linien geben diese vier Metalle weiter noch im Ultraviolett Linien, die für die Untersuchung dieses Theiles des Spectrums als wichtige Marken dienen können (Mascart,⁷⁾ Cornu).⁸⁾

¹⁾ Kirchhoff, Abhandl. d. K. Acad. d. Wiss. zu Berlin; 1861—1863.

²⁾ Thalén, Nova Acta Reg. Soc. Sc. Upsal. (3) 6; 1868, und Ann. de chim. et de phys. (4) 18, 202; 1869.

³⁾ Huggins, Proc. of the Roy. Soc. 1862—1865.

⁴⁾ Ebendieselbe Linie tritt auf, wenn man Magnesia oder Magnesiumchlorid im Sauerstoffgebläse verflüchtigt.

⁵⁾ b_4 gehört auch dem Eisen an, ebenso wie $b_3 = 516,9$.

⁶⁾ Die Cadmiumsalze zeigen diese Linien, wenn auch schwach, in der Flamme.

⁷⁾ Mascart, Ann. de l'École normale (1) 4, 7; 1866.

⁸⁾ Cornu, Ann. de l'École normale (2) 3, 421; 1874; und Journ. de phys. (1) 10, 425; 1881. — Vgl. auch: Exner und Haschek, Über die ultravioletten Funkenspectren der Elemente. Sitzungsber. der Acad. Wien 104 (2) 909—962; 1895. — G.

Das *Kupfer*¹⁾ zeigt ein complicirtes Spectrum, innerhalb dessen man drei grüne Linien 521,8; 515,3; 510,6, ferner zwei gelbe 578,2; 570,0 und endlich zwei rothe Linien 616,8; 606,1 unterscheiden kann.

Aus dem Spectrum des *Silbers* treten hauptsächlich zwei prachtvolle grüne Linien hervor, welche zu beiden Seiten der Fraunhofer'schen Linie *E* liegen, 546,6 und 520,9.²⁾

Spectra der Metalloide. — Wir wollen diese kurze Skizze des sichtbaren Theils der Emissionsspectra mit einigen Worten über die Spectra der hauptsächlichsten Metalloide schliessen, die eben-

¹⁾ Bei Anwendung von Kupfersalz färbt sich die Flamme grün und zeigt im Spectroscop Banden, welche sich von *C* bis über *F* hinaus erstrecken und in der Gegend von *E* besonders intensiv erscheinen.

²⁾ Besondere Wichtigkeit für viele optische Messungen haben neuerdings die *Quecksilberlinien* dadurch erhalten, dass es Arons (vgl. Wied. Ann. 47, 767; 1892 und 58, 71; 1896) gelungen ist, eine ungemein intensiv brennende Quecksilberlampe für elektrisches Bogenlicht herzustellen. Zu diesem Zwecke werden die Schenkel einer  förmigen Glasröhre, in welche Platindrähte zur Zuleitung des Stromes eingeschmolzen sind, bis zum Rande mit reinem Quecksilber gefüllt und die Röhre sodann evacuirt. Lässt man dann einen Strom von 5—15 Am. durch die Röhre gehen, so bildet sich ein dauernder, hell leuchtender Lichtbogen. Damit die Röhre bei der beträchtlichen Wärmeentwicklung nicht springt, ist es vortheilhaft, sie dauernd unter Wasser zu halten. Die Firma Müncke, Berlin, Luisenstrasse, liefert Lampen mit Kühlgefäss auch in der für den Gebrauch bequemen Anordnung von Lummer.

Die hellste Quecksilberlinie liegt im Gelbgrün bei 546,1; fast ebenso hell, aber doppelt, ist die gelbe Linie (579,0 und 576,9); auch die blaue Linie 435,0 ist ungemein glänzend. Alle diese Linien sind beispielsweise zu Interferenzbeobachtungen und Drehungsmessungen mit dem Polaristrobometer an Stelle der bisher fast ausschliesslich verwendeten Natriumlinie mit grossem Vorthail zu verwenden.

Ausser diesen sehr glänzenden Linien tritt im Lichtbogen und auch bei Verwendung einer mit Quecksilber gefüllten Geissler'schen Röhre noch eine Anzahl weniger intensiver Linien im Roth, Grün und Violett auf, deren praktische Verwendbarkeit beschränkter ist. Eine Zusammenstellung der im Funkenspectrum beobachteten sehr zahlreichen Quecksilberlinien findet sich unter Eder und Valenta, Denkschr. d. Acad. Wien; 1894.

Statt des Quecksilbers kann man auch 5—10% Cadmium- und Zinkamalgam zur Füllung dieser Lampen benützen; man erhält dann neben den Quecksilberlinien auch die hauptsächlichsten Cadmium- bzw. Zinklinien recht hell, wenn man dafür sorgt, dass bei der Füllung jede Oxydbildung ausgeschlossen wird, und wenn man als Kühlflüssigkeit nicht kaltes, sondern heisses Wasser, Oel oder dgl. verwendet. (Vgl. Gumlich, Wied. Ann. 61, 401; 1897 und Zeitschr. f. Instrk. 17, 161; 1897.) — G.

falls vorzüglich als Marken dienen können und ausserdem recht interessante Erscheinungen darbieten.

Plücker fand, dass die einfachen Gase, wenn sie in die nach ihm benannten Röhren eingeschlossen wurden, zwei ganz verschiedene Spectra liefern können. 1. Ein Bandenspectrum (*primäres Spectrum*) bei Entladungen mit geringer Spannung. 2. Ein Linienspectrum (*secundäres Spectrum*) bei Entladungen mit hoher Spannung.

Der *Wasserstoff* giebt in der Geissler'schen (Plücker'schen) Röhre sehr leicht ein Linienspectrum, das aus vier Linien besteht, deren Helligkeit und Deutlichkeit vom Roth nach dem Violett zu abnimmt (Fig. 343). Es sind dies:

Im Roth	$H\alpha = 656,18$,	fällt zusammen mit der Fraunhofer'schen Linie C,	
„ Grün	$H\beta = 486,06$,	„ „ „ „ „ „	F,
„ Blau	$H\gamma = 433,95$,	„ „ „ „ „ „	G',
„ Violett	$H\delta = 410,12$,	„ „ „ „ „ „	h;

hieran schliesst sich noch eine ganze Reihe ultravioletter Linien, auf die wir noch zu sprechen kommen. Diese Linien nehmen

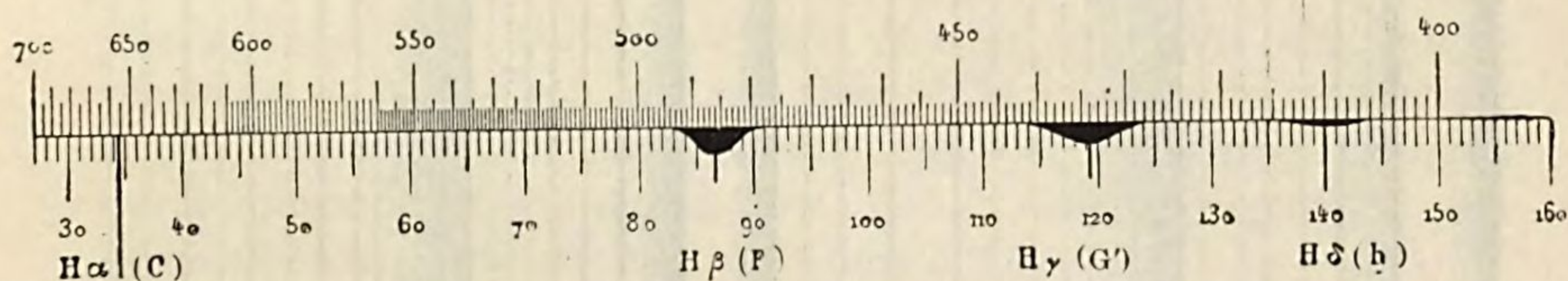


Fig. 343.

an Breite zu, wenn Druck¹⁾ und Temperatur wachsen, wenn der Funke stärker oder die Röhre enger wird. Andere Linienspectra hat der Wasserstoff höchst wahrscheinlich nicht, denn die übrigen Spectra, die diesem Gase hauptsächlich von Wüllner²⁾ noch zugeschrieben werden, dürften auf Verunreinigungen zurückzuführen sein.³⁾

Dagegen scheint aus zahlreichen Untersuchungen hervor-

¹⁾ Die unter einem Drucke von 20 Atmosphären leuchtende Wasserstoffflamme sendet ein im sichtbaren Theile continuirliches Spectrum aus (Frankland).

²⁾ Wüllner hat fünf Arten von Wasserstoffspectren beschrieben. Sein zweites Spectrum, das primäre Plücker'sche, das von Hasselberg sorgfältig untersucht worden ist, muss dem Acetylen zugeschrieben werden (Berthelot und Richard, C. R. 68, 1546; 1869).

³⁾ Vgl. später S. 537.

zugehen, dass der Stickstoff thatsächlich zwei verschiedene Spectren besitzt.¹⁾

Eine mit *Stickstoff*²⁾ gefüllte Geissler'sche Röhre liefert ein



Fig. 344.

sehr schönes Bandenspectrum (Fig. 344), das aus zwei verschiedenen Serien besteht; die eine derselben tritt im Roth und Gelb auf, die andere im Blau und Violett, und zwar sind die Banden

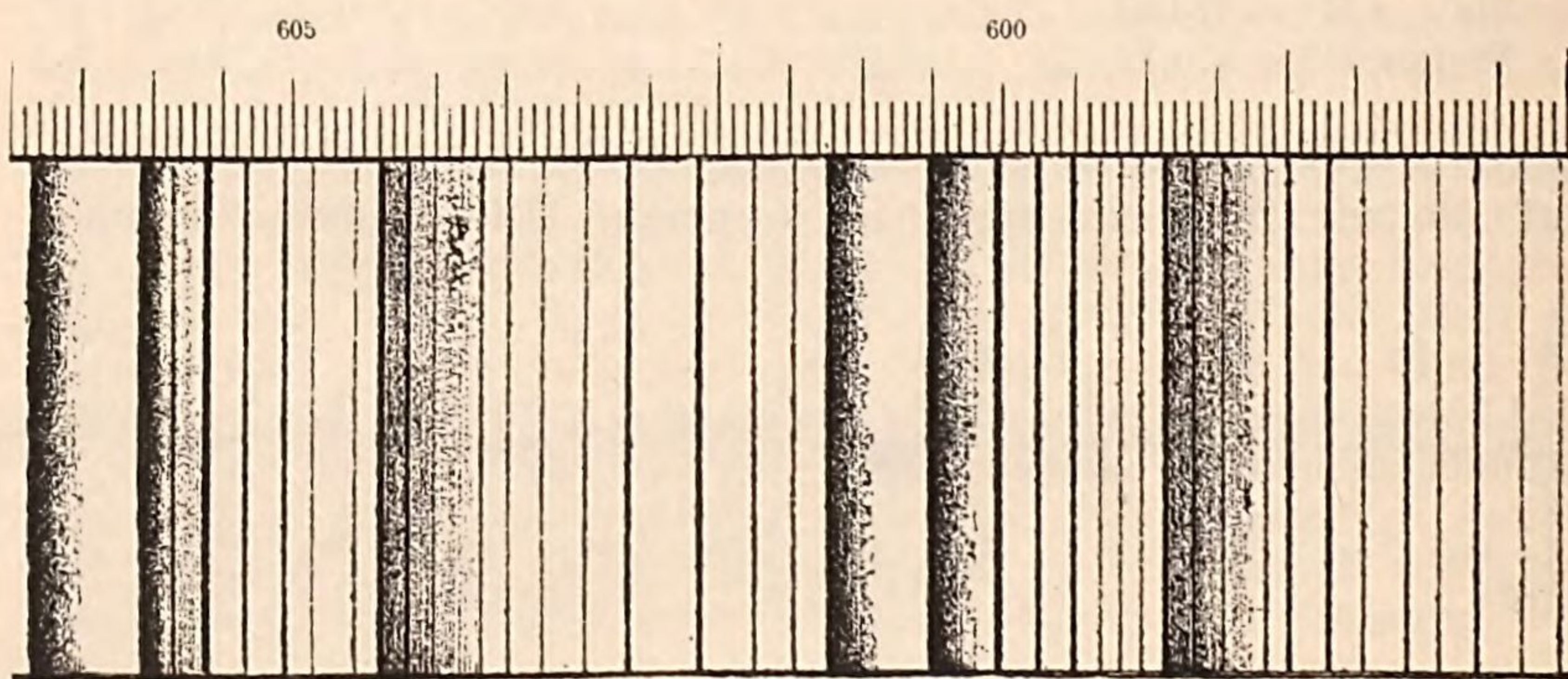


Fig. 345.

der letzteren natürlich in engen Röhren, wo die Temperatur eine höhere ist, besser entwickelt. Wir geben in Fig. 345 und 346 nach Hasselberg³⁾ die Abbildung von zwei Banden der ersten

¹⁾ Ångström, Pogg. Ann. **94**, 158; 1855. — Huggins, Phil. Trans. **154**, 144; 1864. — Plücker und Hittorf, Phil. Trans. **155**, 1; 1865.

²⁾ Ein neuerdings von Lord Rayleigh und Ramsay im Jahre 1894 entdecktes, dem Stickstoff nahe stehendes Gas, das *Argon*, zeigt nach Crookes (Phil. Trans. 1895, 243—251) ebenfalls zwei verschiedene Spectra, und zwar Linienspectra: Bei 3 mm Druck erhält man ein prachtvolles, rothes Spectrum mit zwei besonders schönen Linien ($\lambda = 696,56$ und $705,64$). Bei Verminderung des Druckes und Einschaltung einer Leydener Flasche tritt ein blaues Spectrum auf mit einer ganz anderen Reihe von Linien. — G.

³⁾ Hasselberg, Mémoire de l'Académie de Saint-Petersbourg **32**, 1885. Vgl. auch Piazzzi Smyth, Trans. of Edinburgh **32**; 1883.

Serie und einer Bande der zweiten Serie wieder, wie dieselben bei Anwendung sehr starker Dispersion erscheinen.

Vergrößert man den Widerstand sehr beträchtlich, indem man entweder den Druck stark vermindert, oder eine sehr enge Capillare nimmt, oder wählt man eine disruptive Entladung, so

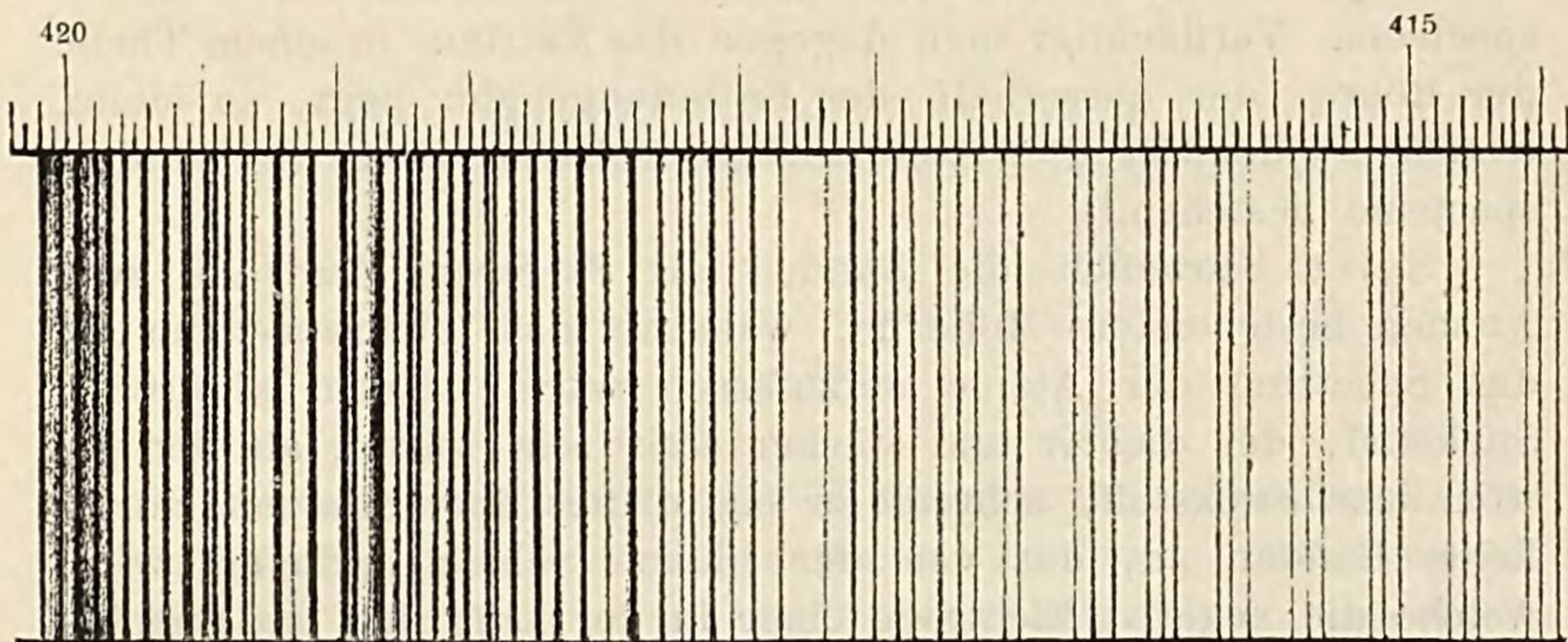


Fig. 346.

verschwindet das Bandenspectrum und es erscheint ein Linienspectrum auf dunklem Grunde (Fig. 347). Dies Linienspectrum erhält man auch sehr leicht, wenn man den verstärkten Funken durch Stickstoff überschlagen lässt, der in einer Erregerröhre eingeschlossen ist, wie sie Fig. 340 darstellt.

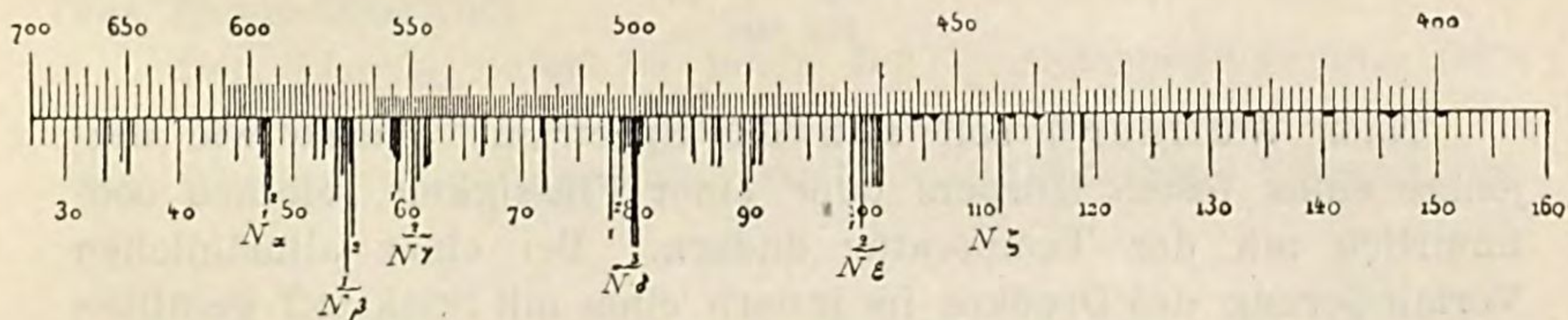


Fig. 347.

Plücker und Hittorff¹⁾ suchten die Existenz zweier Spectra durch zwei allotrope Zustände des Stickstoffs zu erklären. Ångström und Thalén²⁾ schrieben das Bandenspectrum einer Sauerstoffverbindung des Stickstoffs zu, eine Ansicht, die durch einen Versuch von A. Schuster³⁾ bestätigt zu werden schien.

¹⁾ Plücker und Hittorff, Phil. Trans. 155, 1; 1865.

²⁾ Ångström und Thalén, Nova acta Reg. Soc. Sc. Upsala (3) 9; 1875.

³⁾ Schuster, Proceed. of the Roy. Soc. 20, 482; 1872.

Bei Verflüchtigung von Natrium in einer mit Stickstoff gefüllten Geissler'schen Röhre sah nämlich Schuster das Bandenspectrum verschwinden. Doch fand Salet, dass sich unter dem Einflusse der elektrischen Entladung das Natrium mit dem Stickstoff verbindet, so dass ein derartig leerer Raum entsteht, dass die Röhre überhaupt kein Spectrum mehr giebt, weder Banden- noch Linienspectrum. Verflüchtigt man dagegen das Natrium in einem Theile der Röhre, der ausserhalb der Entladungsbahn liegt, so bleibt, trotzdem jedenfalls aller Sauerstoff absorbiert ist, doch das Bandenspectrum bestehen.¹⁾

Salet betrachtet die Banden als Spectrum der (aus zwei Atomen bestehenden) Molecüle, während das Linienspectrum als das Spectrum der Atome aufzufassen wäre. Einem allotropen Stickstoff, der dichter und stärker activ sein würde, als der gewöhnliche Stickstoff, schreibt er ein drittes Spectrum mit cannelirten Banden zu, das von der blauen Schicht geliefert wird, welche die negative Electrode einer in der Luft sich entladenden Spule umgiebt, oder von dem blauen Schein, der dieselbe Electrode im Innern eines Geissler'schen Stickstoffrohres umhüllt.²⁾

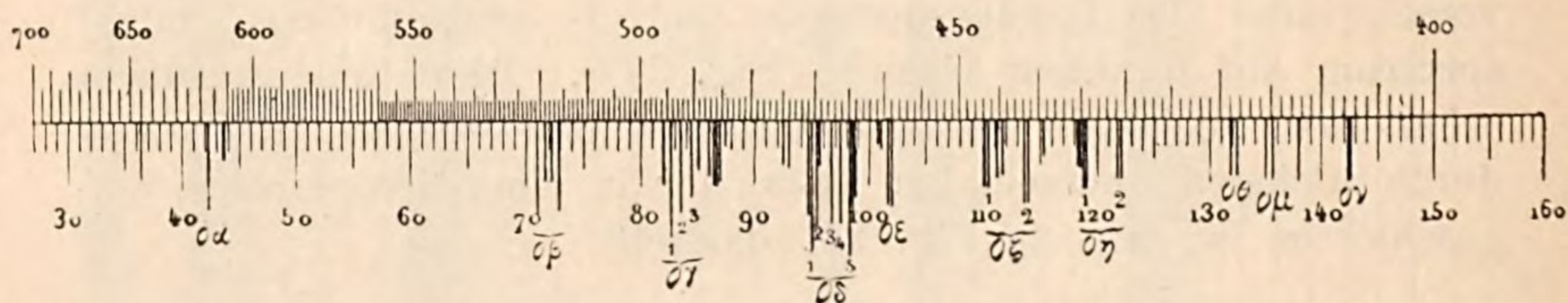


Fig. 348.

Nach Wüllner³⁾ soll sich das Spectrum, ebenso wie dasjenige eines festen Körpers oder einer Flüssigkeit, einfach continuirlich mit der Temperatur ändern. Bei einer allmählichen Verminderung des Druckes im Innern eines mit Stickstoff gefüllten Geissler'schen Rohres wird das Bandenspectrum dunkler und erlischt unregelmässig an verschiedenen Stellen, während auf dem verblassten Grunde des ersten Spectrums das Linienspectrum immer deutlicher hervortritt.⁴⁾

¹⁾ Dies Resultat wurde von Deslandres bestätigt (Ann. de chim. et de phys. (6) 15, 5; 1888). Zu befürchten bliebe nur noch das Vorhandensein von Wasserstoff.

²⁾ Salet, loc. cit. 224. Vgl. auch Deslandres, loc. cit.

³⁾ Wüllner, Pogg. Ann. 137, 337; und Ann. de chim. et de phys. (4), 18, 483; 1869.

⁴⁾ Diese Thatsache wurde von Crookes bestätigt, dessen Resultate in nachstehender Tabelle enthalten sind:

Der *Sauerstoff* weist nach Schuster in der Funkenentladung ein Linienspectrum (Fig. 348) auf, das von ihm als *Elementarspectrum* bezeichnet wurde, im Gegensatze zu einem zweiten Linienspectrum, welches er das *zusammengesetzte* nannte und das er einer complicirteren Atomverbindung zuschrieb, als der gewöhnliche Sauerstoff besitzt.

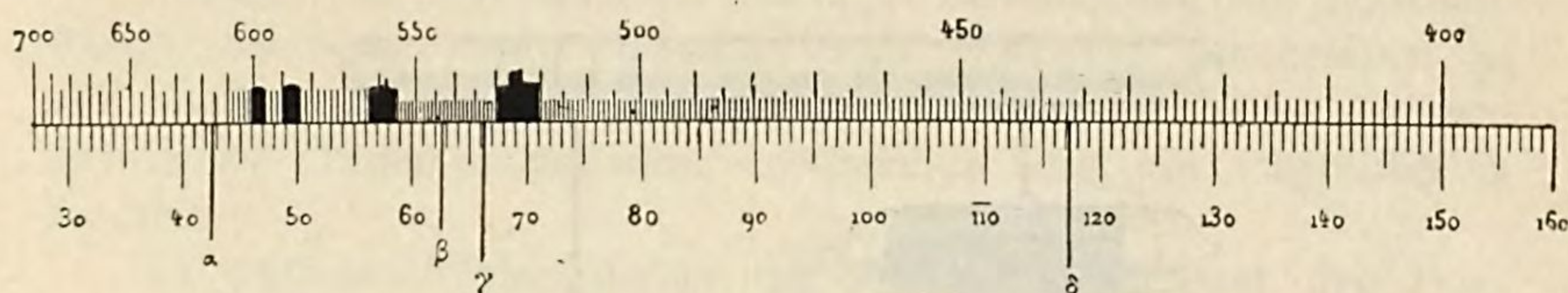


Fig. 349.

Dies zweite Spectrum (Fig. 349), das man bei Anwendung einer Geissler'schen Röhre erhält, umfasst vier Linien, von welchen nur die am wenigsten brechbare mit einer der Linien des ersten Spectrums zusammenzufallen scheint. Auch hier tritt am negativen Pole ein zuerst von Wüllner beschriebenes Bandenspectrum auf.

Das Spectrum der *Luft* ist im wesentlichen identisch mit demjenigen des Stickstoffs, aber auch der Wasserstoff und der Wasserdampf treten darin auf, wie Kundt beim Blitzspectrum nachwies: Auch hier entsteht durch den elektrischen Funken (Zickzackblitz) das Linienspectrum, durch die stille Entladung (Wetterleuchten) das Bandenspectrum.

Der *Schwefel* liefert je nach den Versuchsbedingungen sehr leicht ein Linien- oder ein Bandenspectrum (Plücker und Hittorff). Fig. 350 zeigt den Apparat, den Salet bei seinem Versuch ver-

Druck Millimeter	Spectrum
55	Das Bandenspectrum tritt im Roth und Gelb auf.
20	Die Banden im Blau und Violett werden deutlich sichtbar.
1,14	Das Bandenspectrum ist prachtvoll entwickelt.
1,00	Einige Linien erscheinen.
0,812	Beide Spectra besitzen gleiche Helligkeit.
0,450	Nur das Linienspectrum bleibt bestehen.
0,188	Die Linien an den Enden (über 610 und 400 hinaus) verschwinden.
0,003	Einige grüne und blaue Linien, u. a. β_1 , sind noch sichtbar.
0,002	Die Linien sind bei der grünen Phosphorescenz der Röhre nur noch andeutungsweise sichtbar.

Crookes, Phil. Trans. 2, 414; 1881.

wendete und bei dem die äusseren, die Elektroden vertretenden Belegungen gleichzeitig zum Erhitzen derselben dienten. „Erwärmt man den Schwefel nur mässig, so dass also der Druck innerhalb des Apparates nur wenig erhöht wird, und benutzt man ausserdem nur die Inductionsspule, so sieht man ein zartes, blaues Licht auftreten, dessen Spectrum, das geradezu als Typus eines

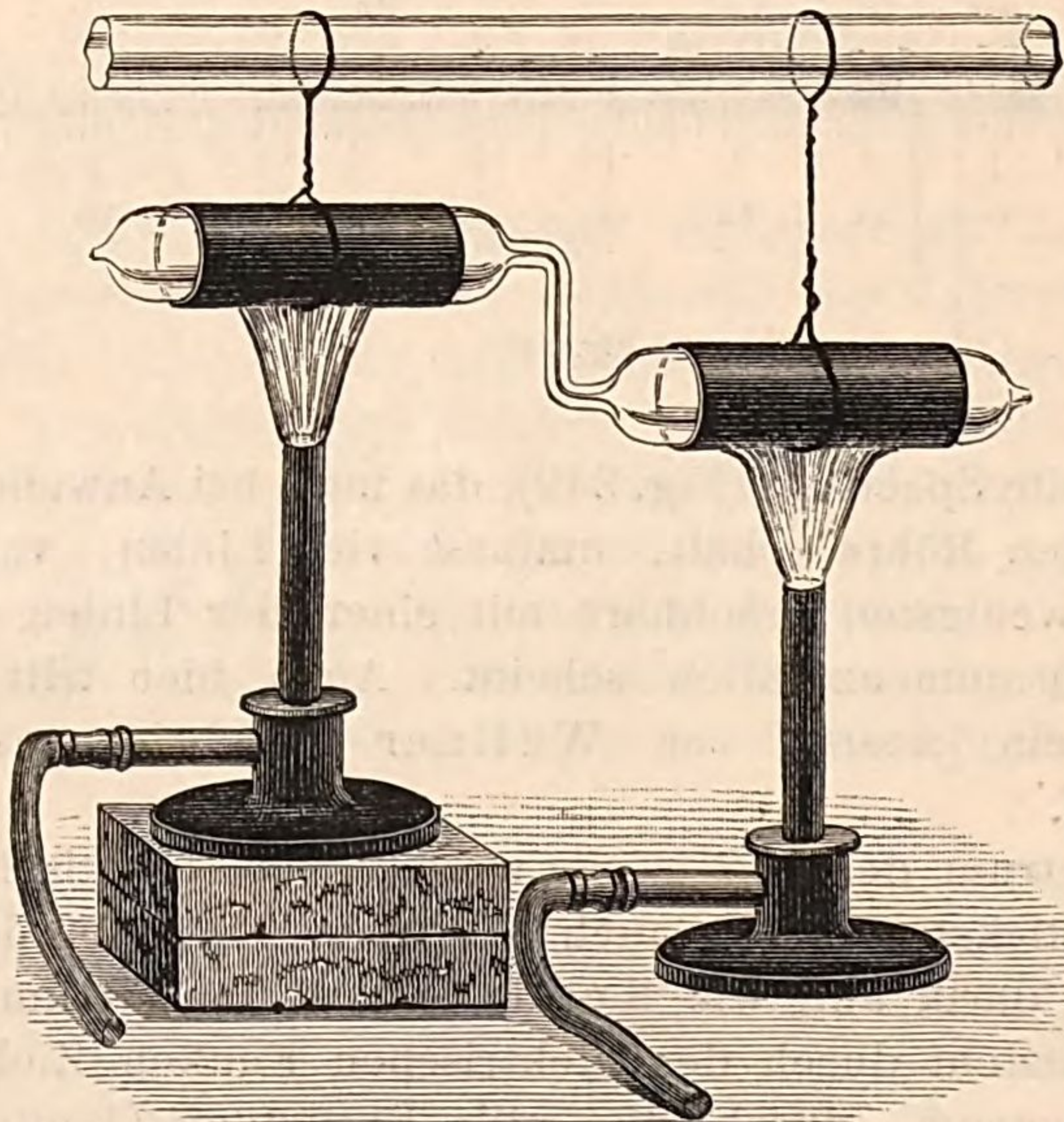


Fig. 350.

Bandenspectrums gelten kann, aus glänzenden Kannelirungen besteht. Dieselben sind gewöhnlich doppelt, und erscheinen nach der Seite des Roth hin regelmässig abgeschwächt; bei starker Dispersion lassen sich darin eine ganze Menge von einzelnen Linien unterscheiden, die durch dunkle Zwischenräume getrennt sind.“ Diese Banden, welche von Plücker und Hittorff auf das sorgfältigste untersucht wurden, zeigen eine Anordnung, die zuerst von Mascart¹⁾ beim Natrium- und Magnesiumspectrum gefunden worden war (diese letzteren wurden bis in die Region des Ultraviolett hinein untersucht). Bei den auf den ersten Blick scheinbar unregelmässig vertheilten Lichtmaxima lassen sich mehrere Serien unterscheiden, indem jede dadurch ausgezeichnet ist, dass die Maxima darin in nahezu gleichen Abständen von einander liegen, und zwar nehmen diese Abstände nach dem violetten Ende

¹⁾ Mascart, Compt. rend. 69, 337; 1869.

hin langsam und regelmässig an Grösse zu. „Erleuchtet man dagegen die Röhre mit dem Funken einer Holtz'schen Influenzmaschine oder einer Leydener Flasche und bringt ausserdem durch Erhöhung der Temperatur eine beträchtliche Dampfspannung hervor, so erscheint der Funke hell und liefert ein schönes Linienspectrum.“ Dies letztere erhielt zum erstenmale Seguin, der den Funken durch Wasserstoff mit einer Beimischung von Schwefeldampf schlagen liess; Plücker und Hittorff beschrieben es und stellten Messungen darüber an, während es Salet, dessen Arbeit die obigen Einzelheiten entnommen sind, am sorgfältigsten studirte.

In gleicher Weise liefert der Joddampf, je nach der Temperatur, ein kannelirtes Spectrum, welches als genaues Negativ vom Absorptionsspectrum des Jods gelten kann, oder ein Linienspectrum, dessen Linien mit den Banden des ersteren Spectrums gar nichts gemein haben.¹⁾

Ein kräftiger, in Kohlenoxyd oder Kohlensäure überspringender Funke bringt ausser den Sauerstofflinien auch noch eine kleine Anzahl anderer Linien hervor, auf welche Ångström aufmerksam machte, und welche wahrscheinlich vom Kohlenstoff herrühren auch in den Spectren der Kohlenwasserstoffe und des Cyangases treten sie auf. Bei der Beobachtung in Geissler'schen Röhren zeigen die verschiedenen Kohlenstoffverbindungen sehr verschiedene Spectra, unter denen sich auch die von Swan in den Flammen der Kohlenwasserstoffe beobachteten Banden befinden.

Wir wollen nicht noch mehr Beispiele anhäufen; die bisher besprochenen werden genügen, darzuthun, was bis jetzt erreicht wurde, und welche Schwierigkeiten noch bestehen bleiben.

Es möge hier noch eine nach Wellenlängen geordnete Übersicht über die wichtigsten Spectrallinien der einzelnen Elemente Platz finden; dieselbe kann bei spectralanalytischer Bestimmung von Substanzen, namentlich auch bei der Ermittlung von Verunreinigungen, wesentliche Dienste leisten. Die Zahlen sind der Tabelle im Lehrbuche der Spectralanalyse von Kayser entnommen, welche hauptsächlich die Thalén'schen Werthe benutzt; so weit als möglich wurden diese Zahlen durch die neueren, von Kayser und Runge, Ames, Cornu, Hartley und Adeney gegebenen Werthe verbessert, bezw. ergänzt. — G.

7950 <i>Rb</i>	6657 <i>Pb</i>	6409 <i>Sr</i>	6257 <i>Ti</i>	6158 <i>Br</i>
7811 <i>Rb</i>	6550 <i>Sr</i>	6400 <i>Fe</i>	6249 <i>N</i>	6152 <i>Hg</i>
7699 <i>K</i>	6500 <i>Ca</i>	6363 <i>In; Zn</i>	6243 <i>N</i>	6142 <i>Ba; Zr</i>
7662 <i>K</i>	6497 <i>Ba</i>	6357 <i>Br</i>	6226 <i>N</i>	6129 <i>Sb</i>
6946 <i>K</i>	6463 <i>Ca</i>	6299 <i>Rb</i>	6213 <i>Cs</i>	6124 <i>Zr</i>
6724 <i>Cs</i>	6453 <i>Sn</i>	6290 <i>S</i>	6170 <i>As</i>	6122 <i>Ca</i>
6708 <i>Li</i>	6439 <i>Ca; Cd</i>	6278 <i>Au</i>	6162 <i>Ca</i>	6119 <i>Va</i>

¹⁾ Wüllner, Pogg. Ann. 120, 158; 1863.

6110 <i>As</i>	5597 <i>Fe</i>	5226 <i>Fe</i>	4845 <i>Se</i>	4523 <i>S</i>
6104 <i>Li</i>	5589 <i>Sn; Ca</i>	5225 <i>Br</i>	4842 <i>Wo</i>	4511 <i>In</i>
6089 <i>Va</i>	5586 <i>Fe</i>	5223 <i>Wo</i>	4840 <i>Se</i>	4501 <i>Ti</i>
6079 <i>Sb</i>	5572 <i>Fe</i>	5218 <i>Cu</i>	4839 <i>Co</i>	4485 <i>S</i>
6058 <i>Sr</i>	5563 <i>Sn</i>	5215 <i>Se</i>	4823 <i>Mn</i>	4481 <i>Mg</i>
6057 <i>P</i>	5556 <i>Mn</i>	5213 <i>N</i>	4815 <i>Zr</i>	4473 <i>Ur</i>
6039 <i>Va</i>	5536 <i>Ba</i>	5212 <i>Cl</i>	4814 <i>Co</i>	4469 <i>Ti</i>
6033 <i>P</i>	5527 <i>Ur</i>	5210 <i>Ti</i>	4811 <i>Zn</i>	4466 <i>S</i>
6031 <i>Sr</i>	5513 <i>Ti; Wo</i>	5209 <i>Ag</i>	4800 <i>Cd</i>	4455 <i>Ca</i>
6021 <i>Mn</i>	5512 <i>Ti</i>	5208 <i>Bi; N</i>	4792 <i>Co</i>	4443 <i>Ti</i>
6016 <i>Mn</i>	5494 <i>Ur</i>	5207 <i>Cr</i>	4790 <i>Fe</i>	4435 <i>Ca</i>
6013 <i>Mn</i>	5483 <i>N</i>	5205 <i>Cl; Cr</i>	4787 <i>Br</i>	4427 <i>Ti</i>
6010 <i>Cs</i>	5482 <i>Ur</i>	5204 <i>Cr</i>	4779 <i>Co</i>	4426 <i>Ca</i>
6005 <i>Sb</i>	5480 <i>Sr; Ur</i>	5200 <i>S</i>	4776 <i>Se</i>	4415 <i>O</i>
5978 <i>Ti</i>	5477 <i>N; Ur</i>	5196 <i>N</i>	4773 <i>Mn</i>	4408 <i>Va</i>
5973 <i>Te</i>	5476 <i>Ni</i>	5192 <i>Ti</i>	4771 <i>Zr</i>	4404 <i>Fe</i>
5965 <i>Ti</i>	5475 <i>Ur</i>	5184 <i>Mg; N</i>	4765 <i>Mn</i>	4401 <i>Ni</i>
5952 <i>Ti</i>	5466 <i>Ag</i>	5182 <i>S</i>	4762 <i>Mn</i>	4393 <i>Ti</i>
5910 <i>Zn</i>	5461 <i>Hg</i>	5179 <i>N</i>	4759 <i>Ti</i>	4387 <i>Pb</i>
5899 <i>Ti</i>	5460 <i>Cl</i>	5173 <i>Mg</i>	4757 <i>Ti</i>	4384 <i>Va</i>
5896 <i>Na</i>	5455 <i>Fe</i>	5168 <i>Br</i>	4753 <i>Mn</i>	4379 <i>Va</i>
5892 <i>Ni</i>	5451 <i>S</i>	5167 <i>Mg</i>	4749 <i>Co</i>	4665 <i>Br</i>
5890 <i>Na</i>	5446 <i>Br; Fe</i>	5166 <i>N</i>	4739 <i>Zr</i>	4362 <i>Ur</i>
5889 <i>Ba</i>	5444 <i>Cl</i>	5163 <i>Pd</i>	4723 <i>Bi</i>	4359 <i>Hg</i>
5875 <i>He</i>	5442 <i>N</i>	5162 <i>Se</i>	4722 <i>Zn</i>	4346 <i>Cl</i>
5865 <i>Ti</i>	5437 <i>N</i>	5153 <i>Cu</i>	4714 <i>Ni</i>	4341 <i>Ur</i>
5854 <i>Ba; N</i>	5436 <i>Br</i>	5144 <i>Bi</i>	4710 <i>Zr</i>	4338 <i>Ti</i>
5838 <i>Au</i>	5430 <i>S</i>	5139 <i>Sr</i>	4706 <i>Br</i>	4335 <i>Mn</i>
5832 <i>K</i>	5429 <i>Fe</i>	5129 <i>Ti</i>	4705 <i>O</i>	4327 <i>Mn</i>
5831 <i>N</i>	5422 <i>Cl; N</i>	5124 <i>Bi</i>	4699 <i>O</i>	4325 <i>Fe</i>
5827 <i>Br</i>	5420 <i>P</i>	5120 <i>Ti</i>	4687 <i>Zr</i>	4307 <i>Fe</i>
5799 <i>Sn</i>	5406 <i>N</i>	5106 <i>Cu</i>	4680 <i>Br; Zn</i>	4305 <i>Sr</i>
5795 <i>N</i>	5402 <i>N</i>	5091 <i>Se</i>	4678 <i>Cd</i>	4303 <i>Ca</i>
5790 <i>Hg</i>	5394 <i>Pd</i>	5086 <i>Cd</i>	4675 <i>O</i>	4299 <i>Ti</i>
5783 <i>K</i>	5387 <i>N</i>	5064 <i>Ti</i>	4662 <i>Al</i>	4289 <i>Cr</i>
5782 <i>N; Cu</i>	5385 <i>Cl</i>	5060 <i>Pt</i>	4661 <i>O</i>	4286 <i>Pb</i>
5769 <i>Hg</i>	5379 <i>Cd</i>	5057 <i>Al</i>	4656 <i>Ti</i>	4275 <i>Cr</i>
5755 <i>Te</i>	5373 <i>Pb</i>	5053 <i>Wo</i>	4654 <i>Se</i>	4271 <i>Fe</i>
5752 <i>N</i>	5371 <i>Fe</i>	5036 <i>Ti</i>	4648 <i>O</i>	4254 <i>Cr</i>
5745 <i>N</i>	5367 <i>N</i>	5030 <i>S</i>	4644 <i>N</i>	4251 <i>Fe</i>
5731 <i>N</i>	5353 <i>N</i>	5027 <i>S</i>	4639 <i>Ti</i>	4250 <i>Fe</i>
5725 <i>Va</i>	5350 <i>Tl</i>	5013 <i>Ti</i>	4625 <i>Br</i>	4227 <i>Ca</i>
5723 <i>Al</i>	5338 <i>Cd</i>	5007 <i>Ti</i>	4607 <i>Sr</i>	4216 <i>Rb; Sr</i>
5707 <i>Te</i>	5337 <i>Ti</i>	4999 <i>Ti</i>	4606 <i>Se</i>	4202 <i>Rb</i>
5700 <i>Cu</i>	5327 <i>Fe</i>	4994 <i>Se</i>	4602 <i>Li</i>	4187 <i>Fe</i>
5696 <i>Al</i>	5326 <i>Br</i>	4990 <i>Ti</i>	4600 <i>P</i>	4171 <i>Ti</i>
5694 <i>Pd</i>	5319 <i>S</i>	4975 <i>Se</i>	4593 <i>Cs</i>	4168 <i>Pb</i>
5674 <i>Ti</i>	5302 <i>Pt</i>	4957 <i>Fe</i>	4588 <i>P</i>	4163 <i>Ti</i>
5668 <i>Pd</i>	5297 <i>Ti</i>	4942 <i>O</i>	4572 <i>Ti</i>	4143 <i>Fe</i>
5662 <i>Ti</i>	5295 <i>Pd</i>	4934 <i>Ba</i>	4555 <i>Cs</i>	4132 <i>Li; Fe</i>
5658 <i>Fe</i>	5293 <i>Se</i>	4924 <i>Zn</i>	4554 <i>Ba</i>	4102 <i>In</i>
5651 <i>As</i>	5284 <i>P</i>	4920 <i>Fe</i>	4552 <i>S</i>	4078 <i>Sr; Hg</i>
5647 <i>Te</i>	5283 <i>Ti</i>	4911 <i>Zn</i>	4549 <i>Ti</i>	4071 <i>Fe</i>
5643 <i>Ti</i>	5270 <i>Bi; Fe</i>	4885 <i>Ti</i>	4543 <i>Br</i>	4063 <i>Fe</i>
5639 <i>S</i>	5269 <i>Fe</i>	4873 <i>Ni</i>	4536 <i>Ti</i>	4058 <i>Pb</i>
5615 <i>Fe</i>	5243 <i>P</i>	4867 <i>Co</i>	4532 <i>Ti</i>	4047 <i>Hg; K</i>
5608 <i>Pb</i>	5239 <i>Sr</i>	4865 <i>Ni</i>	4526 <i>Ti</i>	4045 <i>Fe</i>
5602 <i>Fe</i>	5232 <i>Fe</i>	4855 <i>Ni</i>	4525 <i>Sn</i>	4044 <i>K</i>
5598 <i>Br</i>	5230 <i>Au</i>			

Absorptionsspectra.

Absorption durch Gase. — Im Jahre 1832 machte Brewster¹⁾ eine wichtige Entdeckung. Er liess nämlich die Strahlen einer Lampe, von welcher er ein continuirliches Spectrum entwarf, durch ein Glasgefäss (Ballon mit enger Öffnung) gehen, in welches er Dämpfe von salpetriger Säure einführte, und bemerkte, dass sich das Spectrum hauptsächlich im Violett und Blau mit einer sehr grossen Anzahl dunkler Linien bedeckte, ähnlich den Fraunhofer'schen Linien.²⁾

Alle farbigen Dämpfe verhalten sich ebenso.³⁾ Selbst vom Wasserdampf, der doch vollkommen farblos und durchsichtig erscheint, erhielt Janssen ein Absorptionsspectrum, das durch zahlreiche Linien im Roth und Orange charakterisirt ist.

Nachdem man nun gefunden hatte, dass gewisse Strahlen von ganz bestimmten Dämpfen absorbirt werden, war es leicht verständlich, dass die Ursache für das Auftreten der Fraunhofer'schen Linien in der Absorption des Lichts durch ein Medium gesucht werden musste, welches wie diese Dämpfe wirkte.

Brewster und später Forbes glaubten, der irdischen Atmosphäre diese Einwirkung auf die Sonnenstrahlen zuschreiben zu müssen und untersuchten deshalb das Spectrum zu verschiedenen Tages- und Jahreszeiten. Wenn nun auch die Einwirkung der Atmosphäre nicht bestritten werden kann, so tritt sie doch sehr ungleich auf. Während nämlich die dunklen Banden, die Brewster im Spectrum der untergehenden Sonne fand, gegen Mittag verschwanden, schien sich die Mehrzahl der von Fraunhofer beschriebenen Linien nicht mit der Dicke der von den Lichtstrahlen durchsetzten Luftschicht zu ändern.

Tellurische Linien. — Thatsächlich treten also im Spectrum *tellurische Linien* auf, wie sie Janssen⁴⁾ nannte, dessen Arbeiten mehr als alle anderen zum Nachweise des irdischen Ursprungs

¹⁾ Brewster, Phil. Trans. of Edinburgh; 1833, und Phil. Mag. (3) 8, 384; 1836.

²⁾ Diese Linien verbreitern sich mit zunehmender Dichte des Gases, so dass schliesslich das Violett vollständig verschwindet. Bei Erhitzung des Gases nehmen die Linien an Zahl und Intensität zu, und bei einer bestimmten Temperatur wird das Spectrum vollständig verdunkelt.

³⁾ Nur Wolframchlorid und Chlor sollen nach Miller eine Ausnahme machen, indessen hat Morren ein Absorptionsspectrum des Chlors mit Hülfe einer zwei Meter dicken Schicht dieses Gases erhalten.

⁴⁾ Janssen, Ann. de chim. et de phys. (4) 23, 274; 1871.

der Brewster'schen Banden beigetragen haben. Er löste die wichtigsten dieser Banden auf und erkannte, dass sie dem Wasserdampfe zuzuschreiben seien. Ångström¹⁾ bestätigte diese Ansicht, indem er das völlige Verschwinden der Linien in der Nähe von D (und hauptsächlich der Brewster'sche Regenbande δ , $\lambda = 578 \mu\mu$), von C und der Bande a , bei einer Kälte von 27° im Monat Januar 1864 zu Upsala nachwies. Kurze Zeit darauf gelang es Janssen,²⁾ in der Gasfabrik von la Villette mit Hülfe von überhitztem Wasserdampf, der ein 37 m langes Rohr anfüllte, das Absorptionsspectrum desselben zu erhalten, und er fand, dass dies Spectrum mit den Banden identisch war, die er im Sonnenspectrum untersucht hatte. Diese Übereinstimmung ist indirect von den Meteorologen bestätigt worden, welche das Spectroscop sogar zum Vorherbestimmen des Wetters benutzen: die in der Luft enthaltene Menge von Wasserdampf lässt sich nämlich mit ziemlicher

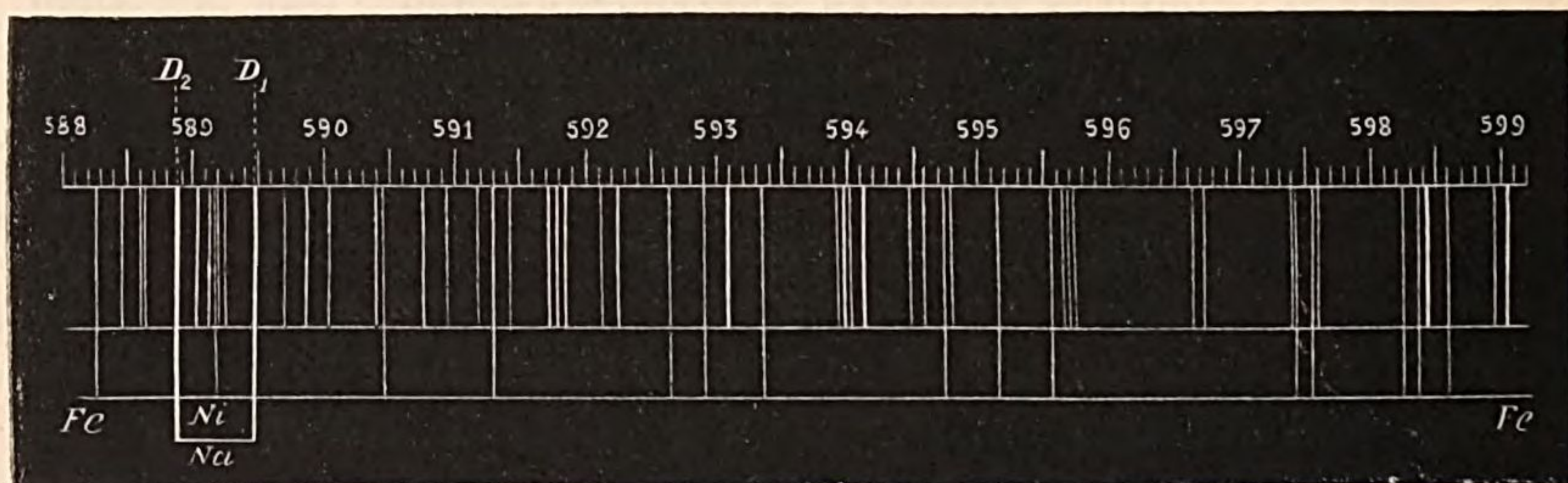


Fig. 351.

Genauigkeit dadurch bestimmen, dass man die Schwärze der Wasserdampflinien mit derjenigen der benachbarten metallischen Linien vergleicht; dies führte beispielsweise Cornu³⁾ durch, dessen Arbeit die in Fig. 351 wiedergegebene Abbildung der Gruppen in der Nähe der D -Linien entnommen ist. Bei der oben erwähnten Untersuchung bemerkte Ångström jedoch, dass die übrigen tellurischen Gruppen, nämlich A und B von Fraunhofer und α von Ångström, bei der grössten Kälte bestehen blieben; dieselben müssen also irgend welchen permanenten Gasen unserer Atmosphäre zugeschrieben werden (falls sie nicht etwa von einem

¹⁾ Ångström, Recherches sur le spectre solaire; 1 Spectre normal du soleil. Upsala 1868.

²⁾ Janssen, Compt. rend. **63**, 289; 1866.

³⁾ Cornu, Compt. rend. **95**, 801; 1882; und Journ. de physique (2) **2**, 58; 1883; sowie Journ. de l'Éc. polytechn. Heft **53**, 175.

zwischen Sonne und Erde befindlichen Medium herrühren.¹⁾ In Folge einer directen Untersuchung der Absorptionsspectra dieser Gase nimmt Égoroff²⁾ an, dass die Gruppen *A* und *B*, auf deren Analogie in der Structur Langley³⁾ bereits hingewiesen hatte, auf den Sauerstoff⁴⁾ zurückzuführen seien; durch dasselbe Gas soll nach Thollon,⁵⁾ der eine vollständige Ähnlichkeit dieser drei Gruppen fand, auch die Gruppe α hervorgebracht werden.

In einer bemerkenswerthen Arbeit, von welcher wir hier nur das Resultat erwähnen wollen, bewies Cornu,⁶⁾ dass jede der

¹⁾ Abney, Nature vom 12. October 1882.

²⁾ Égoroff, Compt. rend. **97**, 555; 1883.

³⁾ Langley, Proceed of the Americ. Acad.; 1878.

⁴⁾ Das Absorptionsspectrum des Sauerstoffs erscheint nur bei beträchtlichen Dicken oder Drucken. Égoroff erhielt es, als er das Gas in einer 60 m langen Röhre auf 6 Atmosphären comprimirte. Janssen benutzte Röhren von 0,42 m bis 120 m Länge und Drucke bis zu 200 Atmosphären; er fand, dass der Sauerstoff zwei verschiedene Arten von Spectren liefert: die eine, welche aus sehr feinen Linien besteht, trat nach dem gewöhnlichen Gesetze auf, wenn das Product aus der Dicke der Schicht und dem Druck eine bestimmte Grösse erreichte. Die zweite Art, welche sich aus schwer auflösbaren, verwaschenen Banden zusammensetzt, befolgt das Gesetz vom Product der Schichtdicke in das Quadrat der Dichte. Die stärkste dieser Banden (580—572) erscheint bei Anwendung einer Röhre von 60 m Länge und einem Drucke von 6 Atmosphären. Sie muss also im Sonnenspectrum fehlen, wenn die Sonne im Zenith steht, denn die Schicht Sauerstoff entspricht dann einer Säule von 172 m bei 1 Atmosphäre Druck, während erst bei $60 \times 36 = 2160$ m diese Bande im Gelb deutlich hervortreten würde. Dagegen lässt sie sich beobachten, wenn die Sonne im Horizont steht, da die Dicke der Schicht dann viermal so gross ist, als zum Erscheinen nothwendig wäre. Die Höhe, in welcher die Sonne stehen muss, damit die Bande verschwindet, stimmt auch mit dem oben erwähnten Gesetze recht gut überein (Janssen, Compt. rend. **101**, 649 u. **106**, 1118; 1885—88; vgl. auch Liveing und Dewar, Phil. Mag. (5) **26**, 286; 1888). Andererseits fand auch Olzewski (Sitzber. d. K. K. Österr. Acad. d. Wissenschaften in Wien, **95**, 2. Abth. 1887) die Absorptionsbanden, welche die Sonne nahe dem Horizont liefert, bei Anwendung einer 7 mm dicken Schicht flüssigen Sauerstoffs wieder. Die Dicke, welche eine solche Schicht haben müsste, wenn die stärkste Bande auftreten soll, würde nach Janssen 4,5 mm betragen.

Das Ozon liefert im flüssigen wie im gasförmigen Zustande das gleiche charakteristische Absorptionsspectrum. Es wurde von J. Chapuis untersucht (Compt. rend. **91**, 985; 1880 u. Journ. de physique (2) **1**, 494; 1882), der auf das Vorhandensein der Hauptbanden des Ozons im Sonnenspectrum schloss, wenn die Sonne im Horizont steht; dieser Schluss wurde von Hartley bestätigt (Journ. of the chem. Soc. **220**, 111; 1881.

⁵⁾ Thollon, Journ. de physique (2) **3**, 421; 1884.

⁶⁾ Cornu, Ann, de chim. et de phys. (6) **7**, 1; 1886.

Gruppen *A*, *B* und α drei Arten von Linien umfasst, wie sie Fig. 352 für die Gruppe α ¹⁾ darstellt, nämlich tellurische Linien, welche ohne Zweifel von einem einzigen, permanenten Gase hervorgerufen werden, denn in den drei Gruppen treten sie stets paarweise auf und sind nach dem gleichen Gesetze vertheilt; ferner tellurische Linien, die vom Wasserdampf herrühren, und endlich, besonders in der Gruppe α , Sonnenlinien.

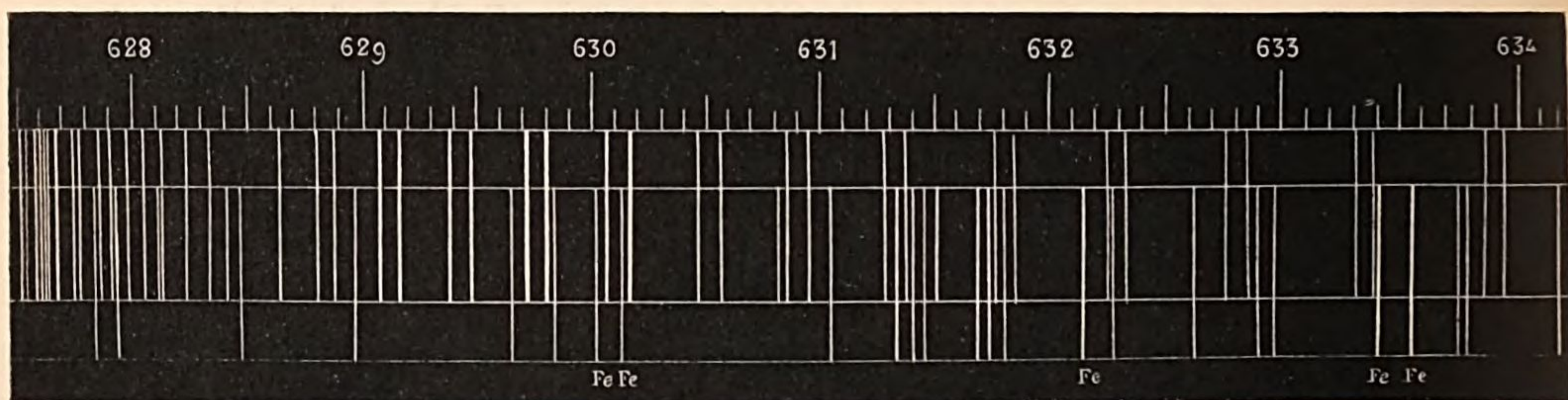


Fig. 352.

Sonnenlinien. — Die meisten dieser Linien, und zwar fast alle von Fraunhofer beschriebenen, haben ihren Ursprung in der Sonne selbst; auch diese Sonnenlinien entstehen durch Absorption. Die leuchtende Masse des Gestirns, die für sich allein ein continuirliches Spectrum liefern würde, ist nämlich von einer stark erhitzten Atmosphäre von Gasen und Dämpfen umgeben, welche die von der Photosphäre ausgesandten Strahlen durchdringen müssen. Hierbei tritt Absorption ein und es entstehen dunkle Linien als Umkehrungen der hellen Linien, aus denen das Emissionspectrum dieser Gase und Dämpfe bestehen würde.

Diese Theorie ist das gewaltige Werk von Kirchhoff: Indem er die Sonnenlinien als Beweismittel für das Vorhandensein der in der Sonnenatmosphäre enthaltenen Elemente benutzte, gelang es ihm, die chemische Zusammensetzung dieser Atmosphäre zu finden und der Astronomie ganz ungeahnte Ausblicke auf die Natur auch des entferntesten Gestirns durch die spectroscopische Untersuchung von dessen Licht zu eröffnen. Nichtsdestoweniger darf uns die Bedeutung des Kirchhoff'schen Erfolges nicht

¹⁾ In der Mitte befindet sich das vollständige Spectrum (die Sonne stand einige Grad über dem Horizont), darüber die Absorptionslinien der trockenen Atmosphäre, unten die Linien, deren Ursprung auf die Sonne zurückzuführen ist. Die vom Wasserdampf herrührenden Linien sind weder nach oben noch nach unten verlängert.

dazu verleiten, die Bemühungen der Gelehrten mit Stillschweigen zu übergehen, welche ihm den Weg bahnten. Schon hundert Jahre früher hatte Euler den Satz ausgesprochen, „dass ein Körper die Reihe von Schwingungen absorbiert, welche er selbst auszusenden vermag.“ Aber während sich die Gleichheit des Emissions- und Absorptionsvermögens für die Wärme ohne besondere Schwierigkeit nachweisen liess, war das beim Lichte nicht der Fall. Gleichwohl stellte Foucault im Jahre 1849 einen Versuch an, welcher den Ursprung der Sonnenlinien hätte aufdecken können.

Eine sehr glänzende Linie im Spectrum des elektrischen Lichtbogens schien ihm nämlich die gleiche Lage zu haben, wie die dunkle *D*-Linie im Sonnenspectrum; um sich nun Gewissheit darüber zu verschaffen, ob diese beiden Linien tatsächlich zusammenfallen, liess er die Sonnenstrahlen durch die untere Hälfte des hinter dem Lichtbogen stehenden Spalts gehen, und bemerkte nun, 1. dass die helle Linie des Lichtbogens wirklich die genaue Fortsetzung der *D*-Linie des Sonnenspectrums bildet, und 2. dass diese *D*-Linie in dem Spectrum der Strahlen, welche vorher den Lichtbogen durchsetzt haben, ungemein viel dunkler erscheint als im gewöhnlichen Spectrum. Auf diese Weise hatte also Foucault nicht nur das *Zusammenfallen* der Fraunhofer'schen *D*-Linie mit der gelben Natriumlinie nachgewiesen (denn dies war, wie Swan zeigte, die helle Linie, die fast stets im Bogenspectrum auftrat), sondern auch die *Umkehrung* dieser Linie, die aus einer glänzend hellen zu einer dunkeln Linie wird, wenn der leuchtende Dampf nicht mehr als Lichtquelle, sondern als Absorptionsmedium wirkt. Freilich verstand Foucault den eigentlichen Sinn seines Versuches nicht zu deuten. Auch andere Physiker hatten bereits weitere Coincidenzen und Umkehrungen anderer Linien beobachtet, ohne die wahre Ursache dieser Erscheinung zu finden, als Kirchhoff¹⁾ im Jahre 1860 folgendes Gesetz aufstellte, das er, wie wir später sehen werden, durch Rechnung und Experiment bewies.

„Das Verhältniss zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen ist bei Strahlen einer und derselben Wellenlänge für alle Körper bei derselben Temperatur dasselbe.“

Die Folgerung, die er hieraus zog, war die Umkehrung der Linien.

¹⁾ Kirchhoff, Monatsber. d. Acad. d. Wissensch. zu Berlin, Dec. 1859; Ges. Abhandlungen 566; Pogg. Ann. 109, 275.

Stokes¹⁾ machte auf die Analogie der beiden Fälle aufmerksam, wenn ein System von Lichtschwingungen auf ein Gas trifft, und wenn ein System von Tonschwingungen in einen mit gespannten Saiten angefüllten Raum eindringt. Bekanntlich werden in letzterem Falle die Saiten, welche irgend einen der in dem System enthaltenen Töne auszusenden vermögen, in Bewegung versetzt und zwar auf Kosten der lebendigen Kraft der einfallenden Schwingungen von derselben Periode (indem sie die lebendige Kraft absorbiren und nach allen Seiten hin zerstreuen), während die anderen Schwingungen diesen Raum durchsetzen, ohne eine Schwächung zu erfahren. In gleicher Weise werden auch bei dem Gase nur die einfachen Lichtschwingungen, welche das Gas selbst auszusenden vermag, erregt und in Folge dessen diese allein von allen einfallenden Schwingungen absorbiert.

Diese Absorption wird jedoch im Allgemeinen nur eine unvollkommene sein, indem ein Theil der einfallenden Strahlen durchgelassen wird und die Strahlen derselben Art vermehrt, welche das Gas selbst aussendet. Wir haben nun das Resultat dieser Superposition zu untersuchen.

*Kirchhoff's Theorie.*²⁾ — Wir wollen annehmen, die Lichtquelle sei ein vollständig schwarzer Körper, etwa wie der Kienruss.³⁾ Mit ϑ' bezeichnen wir die Temperatur und mit $\varepsilon_{\vartheta'}$ das absolute Emissionsvermögen dieses Körpers für eine bestimmte Lichtart bei der Temperatur ϑ' . Wir denken uns nun, ein cylindrisches Rohr vom Querschnitt 1 gehe von diesem Körper aus und durchsetze senkrecht eine Schicht eines gegebenen Gases, deren Dicke bekannt ist. Dann ist die von der Strahlung herührende lebendige Kraft, welche die Lichtquelle in der Zeiteinheit in dies Rohr aussendet, $\varepsilon_{\vartheta'}$. Das Gas, das sich auf der Temperatur ϑ befinden möge, absorbiert einen Bruchtheil a_{ϑ} dieser Strahlung und setzt einen Theil davon in Wärme um, während der Rest wieder ausgestrahlt wird. Bezeichnet man nun mit e_{ϑ} das Emissionsvermögen des Gases bei der Temperatur ϑ ,

¹⁾ Stokes, Phil. Mag. (4) 19, 196; 1860; und Ann. de chim. et de phys. (3) 59, 505; 1860.

²⁾ Es ist hier die von Duhem gegebene Darstellung der Kirchhoff'schen Theorie benutzt worden (Journ. de phys. (2) 4, 221; 1885).

³⁾ Genau genommen ist auch der Kienruss kein absolut schwarzer Körper, da er nicht einmal die Lichtstrahlen vollkommen absorbiert, für Wärmestrahlen aber ziemlich durchlässig ist. Besser wirkt in dieser Beziehung Platinmohr (vgl. O. Lummer und F. Kurlbaum, Sitzungsber. d. Acad. Berlin; 1894). Über die Herstellung eines absolut schwarzen Körpers vgl. auch W. Wien und O. Lummer, Wied. Ann. 56, 451—456, sowie O. Lummer, Naturwissenschaftl. Rundschau 11, No. 6—8. — G.

während ε_{ϑ} das (absolute) Emissionsvermögen und $\alpha_{\vartheta} = 1$ das (absolute) Absorptionsvermögen des Kienrusses bei der gleichen Temperatur bedeutet, so lässt sich das Kirchhoff'sche Gesetz ausdrücken durch die Gleichung

$$\frac{e_{\vartheta}}{a_{\vartheta}} = \frac{\varepsilon_{\vartheta}}{\alpha_{\vartheta}} = \varepsilon_{\vartheta}.$$

Weiterhin nehmen wir an, das Gas sei farblos, d. h. es reflectire und zerstreue kein Licht, dann ist das Absorptionsvermögen a_{ϑ} gleich der Differenz zwischen der erhaltenen Strahlung 1 und der durchgelassenen t_{ϑ} , also

$$a_{\vartheta} = 1 - t_{\vartheta},$$

und die obige Gleichung geht über in

$$e_{\vartheta} = \varepsilon_{\vartheta} (1 - t_{\vartheta}).$$

Zu einem jenseits des Gases befindlichen Beobachter gelangt demnach diese von dem Gase ausgesandte Quantität e_{ϑ} plus der Quantität $\varepsilon_{\vartheta}' t_{\vartheta}$, welche von der Lichtquelle stammt und das Gas durchsetzt hat, d. h. im Ganzen

$$\varepsilon_{\vartheta} (1 - t_{\vartheta}) + \varepsilon_{\vartheta}' t_{\vartheta}.$$

Wäre das Gas nicht vorhanden, so würde die Quantität ε_{ϑ}' zum Beobachter gelangen. Die Differenz

$$(\varepsilon_{\vartheta}' - \varepsilon_{\vartheta})(1 - t_{\vartheta})$$

stellt also die Intensitätsverringerung dar, welche in Folge des Vorhandenseins des Gases eintritt.

Wenn das Gas bei der Temperatur ϑ die betreffende Lichtart nicht aussendet, so ist $e_{\vartheta} = 0$, in Folge dessen auch $1 - t_{\vartheta} = 0$ und das Gas übt somit gar keine Einwirkung aus.

Ist $1 - t_{\vartheta} > 0$, so hat die obige Differenz das gleiche Vorzeichen, wie die Differenz $\varepsilon_{\vartheta}' - \varepsilon_{\vartheta}$. Nun zeigt das Experiment, dass das Emissionsvermögen ε continuirlich mit der Temperatur wächst; somit wird durch ein Gas, welches kühler ist als die Lichtquelle, die Strahlung vermindert, durch ein heisseres Gas dagegen vermehrt. Aber von dem continuirlichen Spectrum der Lichtquelle werden diejenigen Theile, die beiderseits der Linie von der betreffenden Wellenlänge liegen und ungefähr die gleiche Intensität besitzen, vom Gase ohne Schwächung durchgelassen; die betreffende Linie wird sich also im ersten Falle als dunkle, im zweiten Falle als helle Linie von der Umgebung abheben. Mit anderen

Worten: Die vom Gas ausgesandte Linie bleibt hell, wenn das Gas heisser ist als die Lichtquelle, sie wird dunkel, wenn das Gas kälter ist.¹⁾

Handelt es sich um ein gefärbtes Gas und gehört die untersuchte Lichtart nicht zu denjenigen, welche von dem Gas zerstreut werden, so wirkt das letztere wie ein farbloses Gas. Zerstreut es dagegen eine Quantität d_{ϑ} der einfallenden Strahlen, so ist

$$a'_{\vartheta} = 1 - t_{\vartheta} - d_{\vartheta}.$$

Dann wird aber die vom Gase hervorgebrachte Intensitätsverringerung

$$(\varepsilon_{\vartheta'} - \varepsilon_{\vartheta})(1 - t_{\vartheta}) + \varepsilon_{\vartheta} d_{\vartheta};$$

unter übrigens gleichen Verhältnissen ist sie also grösser als bei einem Gase, welches diese Strahlengattung nicht zerstreut.

Es lassen sich somit auch dunkle Linien beobachten, welche Lichtarten entsprechen, die vom Gase nicht ausgesandt, sondern zerstreut werden.

Umkehrung der Linien. — Wir haben bereits erwähnt, wie Foucault eine derartige Umkehrung bei der gelben Natriumlinie fand. Frankland stellt den Versuch folgendermassen an: Die allgemeine Einrichtung ist dieselbe, die wir bereits früher

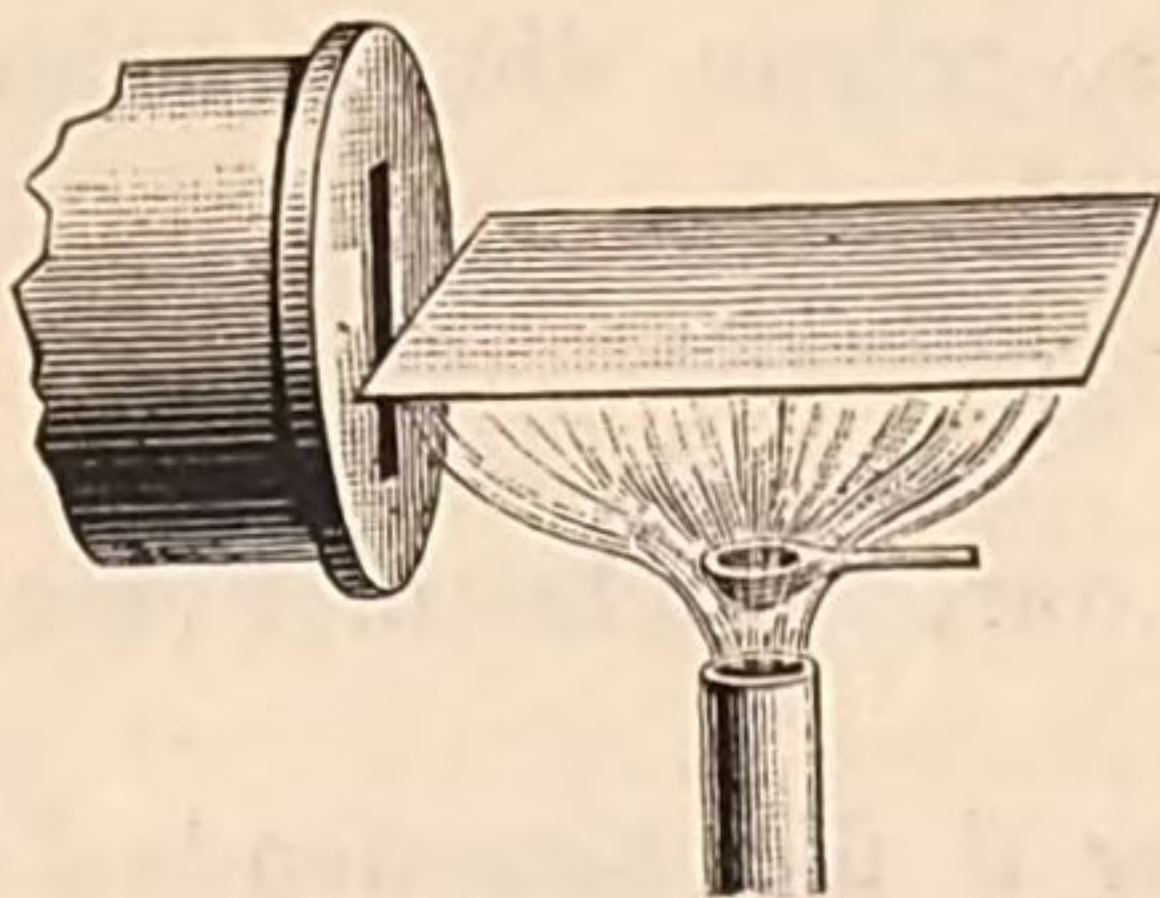


Fig. 353.

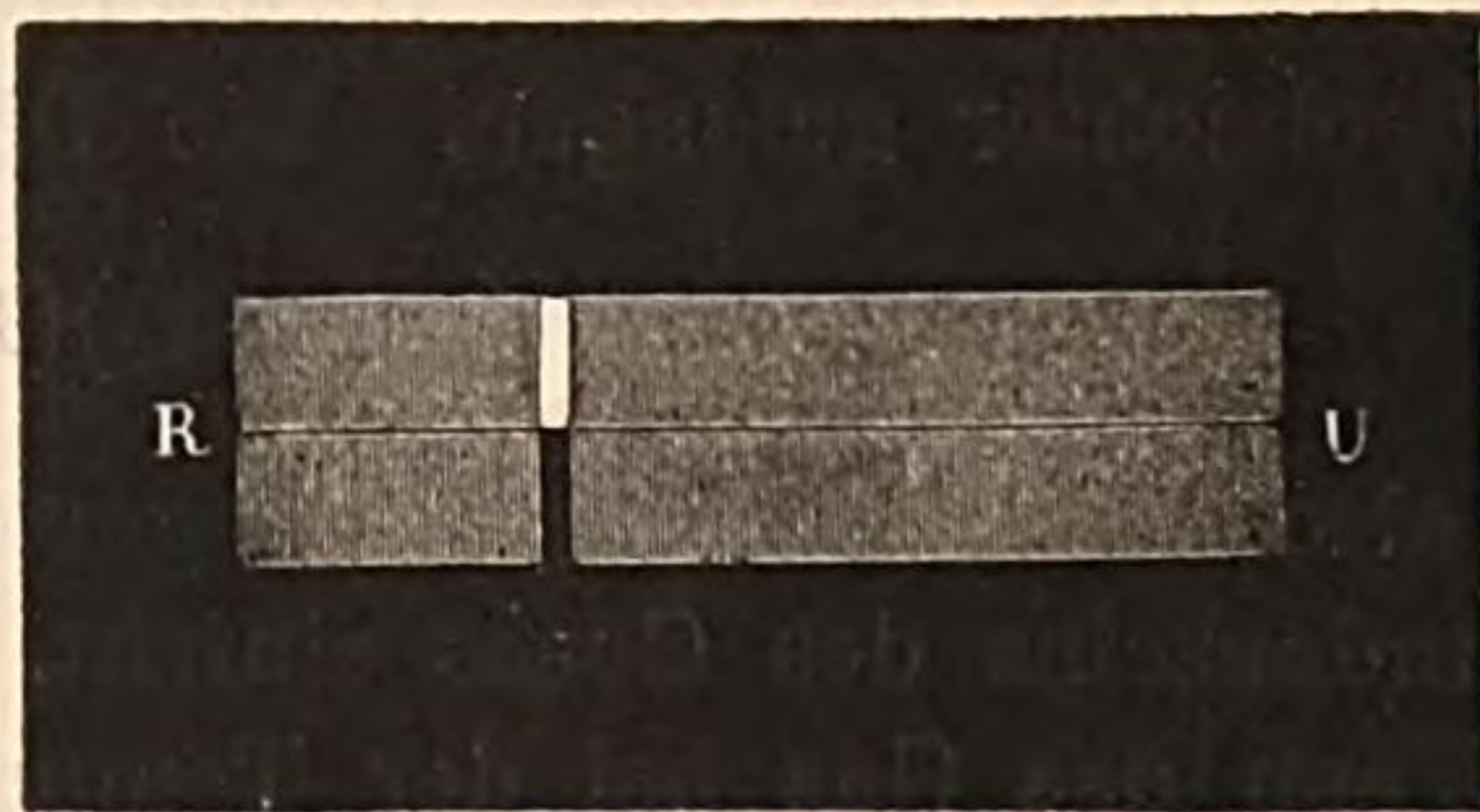


Fig. 354.

angegeben hatten, um mit Hülfe eines mit Salz getränkten Kohlenstifts im Spectrum des elektrischen Lichtbogens die Natriumlinie

¹⁾ Ist das Emissionsvermögen $e_{\vartheta'}$ der Lichtquelle geringer als das des schwarzen Körpers $\varepsilon_{\vartheta'}$, so kann man setzen

$$e_{\vartheta'} = \varepsilon_{\vartheta'} (1 - m_{\vartheta'}),$$

und die Differenz zwischen den Strahlungsintensitäten vor und nach der Einführung des Gases wird also geringer als bei einer Lichtquelle mit absolutem Emissionsvermögen. Die Umkehrung der Linie wird somit einen grösseren Unterschied zwischen den Temperaturen ϑ' und ϑ erfordern.

zu erhalten. Man stellt nun vor den Spalt der Projectionslampe einen Bunsenbrenner, dessen Flamme man jedoch durch Zwischen-schieben eines Platin- oder Eisenblechs auf den Raum vor der unteren Hälfte des Spalts beschränkt. Bringt man dann mittels eines kleinen Platinlöffels ein Stückchen Natriumsalz in die Flamme, so sieht man, wie augenblicklich die untere Hälfte der Linie schwarz wird.¹⁾ Man kann auch statt dessen vor den Spalt eine vorher präparirte Röhre stellen, welche evacuirt und mit einem Stückchen Natrium beschickt worden ist, das bei geringer Erwärmung verdampft.²⁾

Am lehrreichsten ist der Versuch, wenn man ein Stückchen Natrium auf die untere Kohle der Lampe bringt: Dann tritt nämlich die *D*-Linie zunächst dunkel auf, da der dichte Dampf, welcher den inneren Kern umhüllt, die Umkehrung der hellen Linie bewirkt; wird die absorbirende Dampfschicht zerstreut, so erscheint sie hell, um sich dann von Neuem zu verdunkeln, wenn eine lebhaftere Dampfbildung eintritt. Dies sind dieselben Erscheinungen, welche Fizeau³⁾ zuerst in Betreff der Verbrennung von Natrium beschrieb und welche die willkürlich umkehrbaren Linien charakterisiren. „Ein heller Dampf sendet bei geringer Dichte und niedriger Temperatur ein Licht aus, welches bei spectraler Beobachtung einer bestimmten glänzenden, aber sehr feinen Linie entspricht; mit wachsender Temperatur und Dichte des Dampfes nimmt auch die Linie an Intensität und Breite zu und geht in eine richtige leuchtende Bande mit verwaschenen Rändern über; bald sieht man, wie auf dieser Bande an der Stelle, wo sich anfänglich die helle Linie befand, eine dunkle Linie hervortritt, welche sich ebenfalls verbreitert, und zwar in demselben Maasse, wie die helle Bande. Auf dem leuchtenden Grunde der Bande verschwinden dagegen die nicht umkehrbaren Linien vollständig.“⁴⁾

Willkürlich umkehrbare Linien. — Nicht alle Linien kann man willkürlich umkehren; diejenigen, bei denen es der Fall ist, zeigen nach Cornu eine regelmässige Vertheilung. „Sie drängen sich

¹⁾ Auch Drummond'sches Licht und eine Alkoholflamme, welche mit irgend einem Natriumsalz beschickt wird, lässt sich verwenden.

²⁾ Bunsen stellte vor eine grosse Flamme mit salzhaltigem Alkohol eine ebensolche, nur viel kleinere; diese letztere erschien dann, namentlich an den Rändern, dunkel auf dem hellen Grunde der sehr viel heisseren, grossen Flamme.

³⁾ Fizeau, Compt. rend. **54**, 393; 1862.

⁴⁾ Cornu, Compt. rend. **73**, 332 und **100**, 1181; 1871—1885. Ferner Journ. de phys. **5**, 93; 1886.

nach der brechbaren Seite zu näher zusammen und nehmen an Intensität ab. Diese Eigenthümlichkeit tritt um so mehr hervor, je beträchtlicher die Anzahl der umgekehrten Linien und je gleichförmiger der Grund ist, von dem sie sich abheben. Das Aussehen des Spectrums scheint sich mit steigender Temperatur einem Grenzzustande zu nähern, nämlich einem continuirlichen hellen Grunde, auf dem nur noch die regelmässige Reihe der willkürlich umgekehrten Linien hervortritt.“ Unter den metallischen Spectren, welche eine derartige regelmässige Reihe willkürlich umkehrbarer Linien liefern können, nennt Cornu hauptsächlich das Aluminium und das Thallium; beide zeigen eine Reihe von Linienpaaren, die fast genau dieselben Gesetze der Vertheilung und der Intensität befolgen, wie die Linien des Wasserstoffs (und zwar ebensowohl im ultravioletten wie im sichtbaren Theile des Spectrums).

Typus des Wasserstoffs. — Die in Fig. 355 (mit Ausnahme von C und F) angegebenen Linien sind, wie Cornu nachwies, die einzigen, die diesem Gase eigenthümlich sind. Durch Anwendung der peinlichsten Vorsichtsmaassregeln, besonders durch

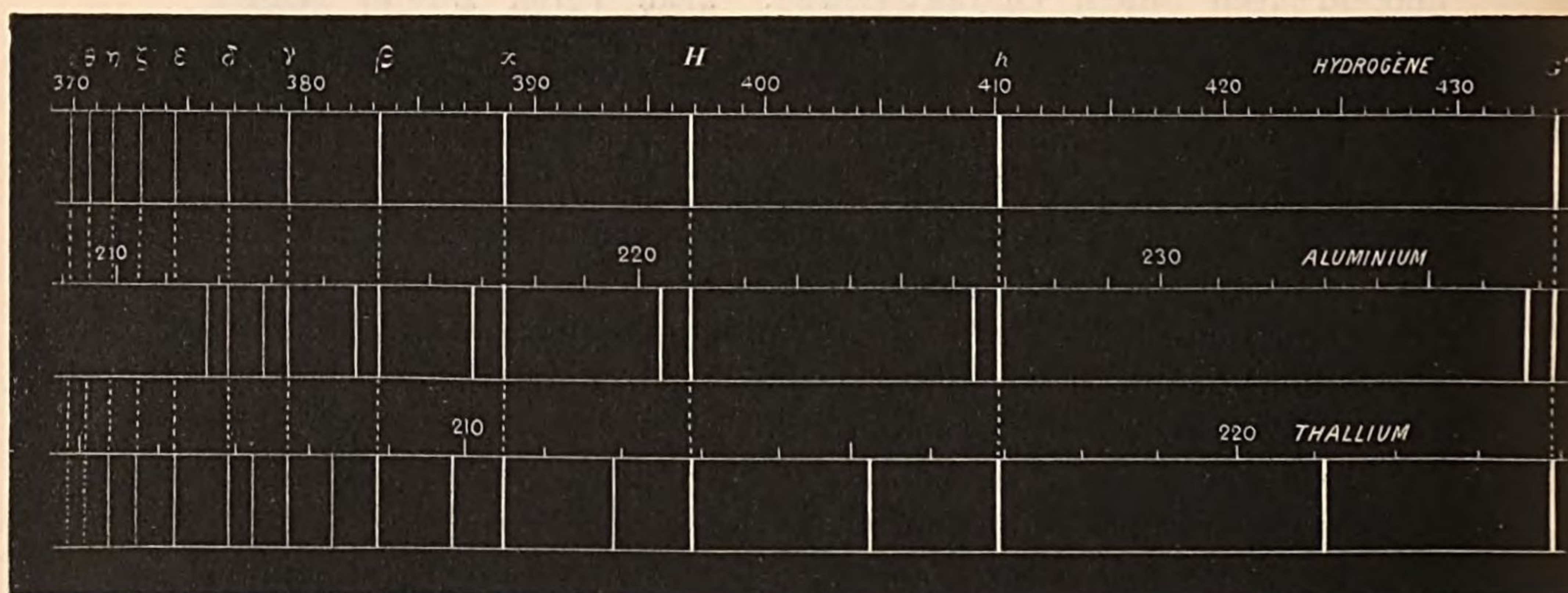


Fig. 355.

wiederholtes Ausspülen mit Ozon, erhielt er Röhren, welche nur noch spurenweise Unreinigkeiten zeigten und ein Spectrum lieferten, bei dem alle anderen vor den wirklichen Wasserstofflinien zurücktraten. Die letzteren sind dieselben, welche Huggins bei der Beobachtung von weissen Fixsternen gefunden hat. Diese Linien befolgen genau das von Balmer aufgestellte Gesetz

$$\lambda = \lambda_0 \frac{m^2}{m^2 - 4},$$

wie sich aus folgender, von Vogel mit dem Werthe $\lambda_0 = 364,542$ berechneter Tabelle ergibt:

Linie	m	λ	
		berechnet	beobachtet
<i>C</i>	3	656,18	656,18
<i>F</i>	4	486,06	486,06
<i>G'</i>	5	433,98	433,95
<i>h</i>	6	410,11	410,12
<i>H</i>	7	396,95	396,92
α	8	388,84	388,81
β	9	383,48	383,49
γ	10	379,73	379,73
δ	11	377,00	376,99
ε	12	374,96	375,02
ζ	13	373,38	373,41
ε	14	372,14	372,11
Θ	15	371,14	371,12

Kurze und lange Linien. — Erzeugt man die Linien eines Metalls im elektrischen Lichtbogen, so findet man, dass gewisse Linien auch in den kältesten Theilen des Bogens auftreten, während sich andere nur in der Mitte des leuchtenden Raumes und in der Nähe der Kohlen zeigen; man sieht dieselben also nicht, wie die erstere Art, über die ganze Länge des Spalts hinweg sich erstrecken. Lokyer beschäftigte sich viel mit diesen *kurzen und langen Linien*.¹⁾ Nach Cornu sind die letzteren mit den willkürlich umkehrbaren Linien identisch.

Tafeln des Sonnenspectrums. — Zum Ausbau seiner Theorie der Fraunhofer'schen Linien suchte Kirchhoff²⁾ mit Hülfe seines mit vier Prismen versehenen Spectroscops ein treues Bild des Spectrums zu entwerfen, welches alle Fraunhofer'schen Sonnenlinien enthalten sollte, und ausserdem alle die Linien von Metallen, die er bei Verwendung des totalreflectirenden Prismas mit den Fraunhofer'schen Linien zusammenfallen sah.

Er selbst zeichnete ein mehr als 1 m langes Stück, das sich von *D* bis über *F* hinaus erstreckte, das Übrige führte sein Schüler Hoffmann aus. Alle Linien des Eisens (mehr als 60 in

¹⁾ Bei den gemeinsam mit Chandler Roberts in der Münze zu London angestellten Versuchen gelang es ihm, die Quantität eines in einer Legirung vorhandenen Metalls aus der Beobachtung der langen Linien dieses Metalls zu bestimmen.

²⁾ Kirchhoff, Untersuchungen über das Sonnenspectrum und die Spectren der chemischen Elemente. Abhandl. der Berliner Acad. und Separatabhandlungen 1861—1863. Sein Spectrum bezieht sich auf eine specielle Scala, in der *A* beim Theilstriche 404,1, *B* bei 529,6, *C* bei 694,1, *D*₁ bei 1002,8, *D*₂ bei 1006,8, *E* bei 1522,7, *b*₁ bei 1648,8, *F* bei 2080,0 und *G* bei 2854,4 liegt.

dem von Kirchhoff und 13 in dem von Hoffmann untersuchten Theile), ferner diejenigen von Calcium und Magnesium fielen genau mit Sonnenlinien zusammen; aber nur für die glänzendsten (und ohne Zweifel die einzigen willkürlich umkehrbaren) von Baryum, Zink und Kupfer fanden sich entsprechende im Sonnenspectrum. Die Linien des Lithium, Strontium, Aluminium, Zinn,¹⁾ Quecksilber, Blei und Silber dagegen zeigten keinerlei Übereinstimmung mit denjenigen des Sonnenspectrums.

Ångström²⁾ nahm diese Arbeit wieder auf; er benutzte dazu aber nicht mehr Prismen, sondern Gitter, die ja das normale Spectrum liefern. Mit Unterstützung von Thalén entwarf er

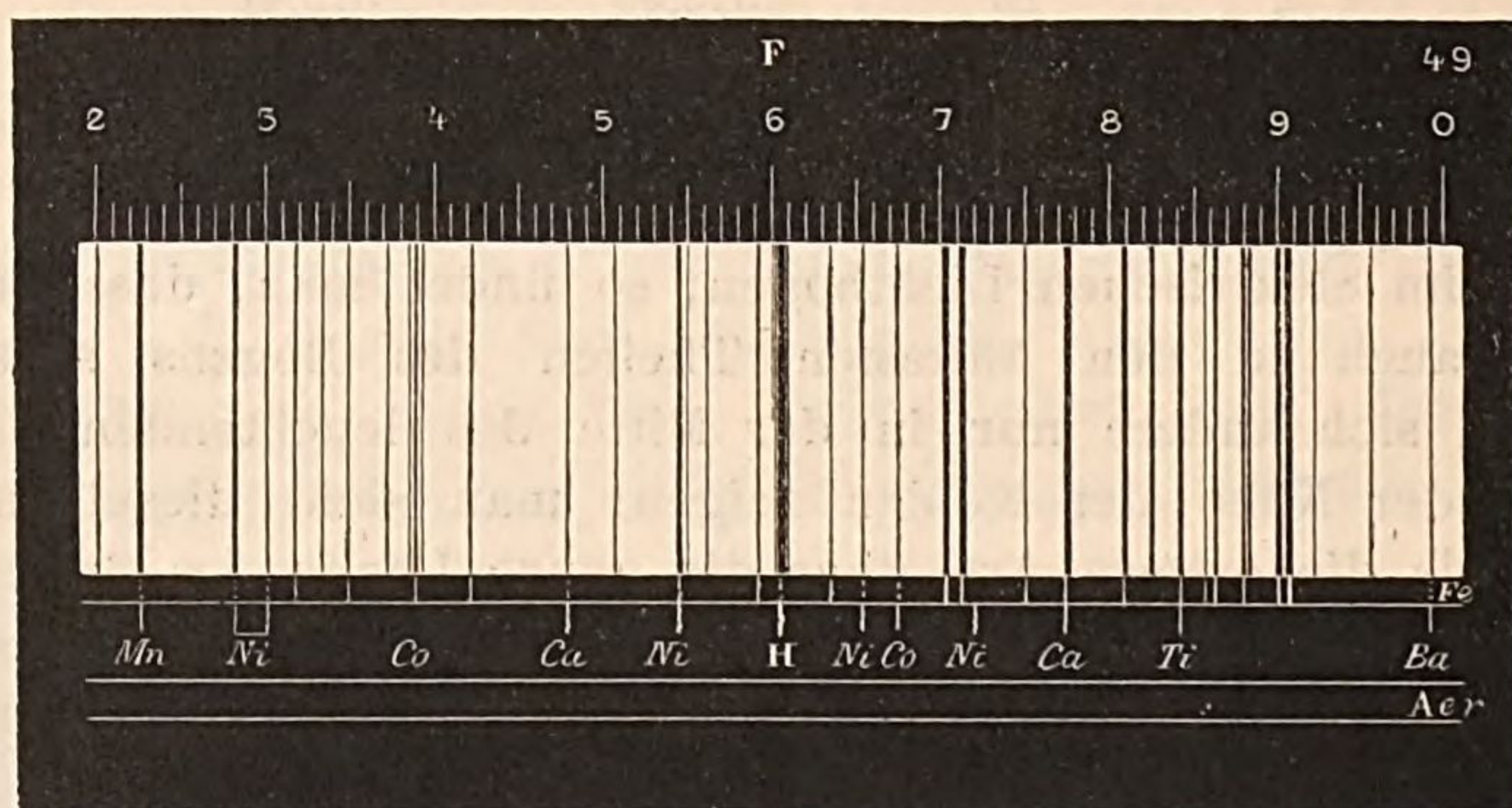


Fig. 356.

eine vortreffliche Tafel (Fig. 356 giebt einen Theil derselben wieder), auf welcher 2 Linien, deren Wellenlängen sich nur um 1 Millionstel Millimeter unterscheiden, einen Abstand von 1 cm besitzen. Unter Bestätigung und Vervollständigung der Kirchhoff'schen Beobachtungen fand er für das Zusammenfallen von Metalllinien und Sonnenlinien folgende Zahlen:

Substanz	Anzahl der Linien	Substanz	Anzahl der Linien
Eisen	450	Baryum	11
Titan	118	Natrium	9
Calcium	57	Kupfer	7
Magnesium	57	Magnesium	4
Nickel	33	Wasserstoff	4
Kobalt	19	Zink	2
Chrom	18	Aluminium	2

¹⁾ Der ultraviolette Theil des Sonnenspectrums weist Strahlen auf, welche dem Aluminium und dem Zinn zugehören.

²⁾ Ångström, Spectre normal du soleil (Atlas) Upsala 1868.

Gegenüber derartigen Zahlen kann das Vorhandensein dieser Metalle in dampfförmigem Zustande in der Sonnenatmosphäre keinem Zweifel mehr unterliegen, um so mehr, als die obigen Zahlen noch wesentlich höher ausfallen würden, wenn wir auch

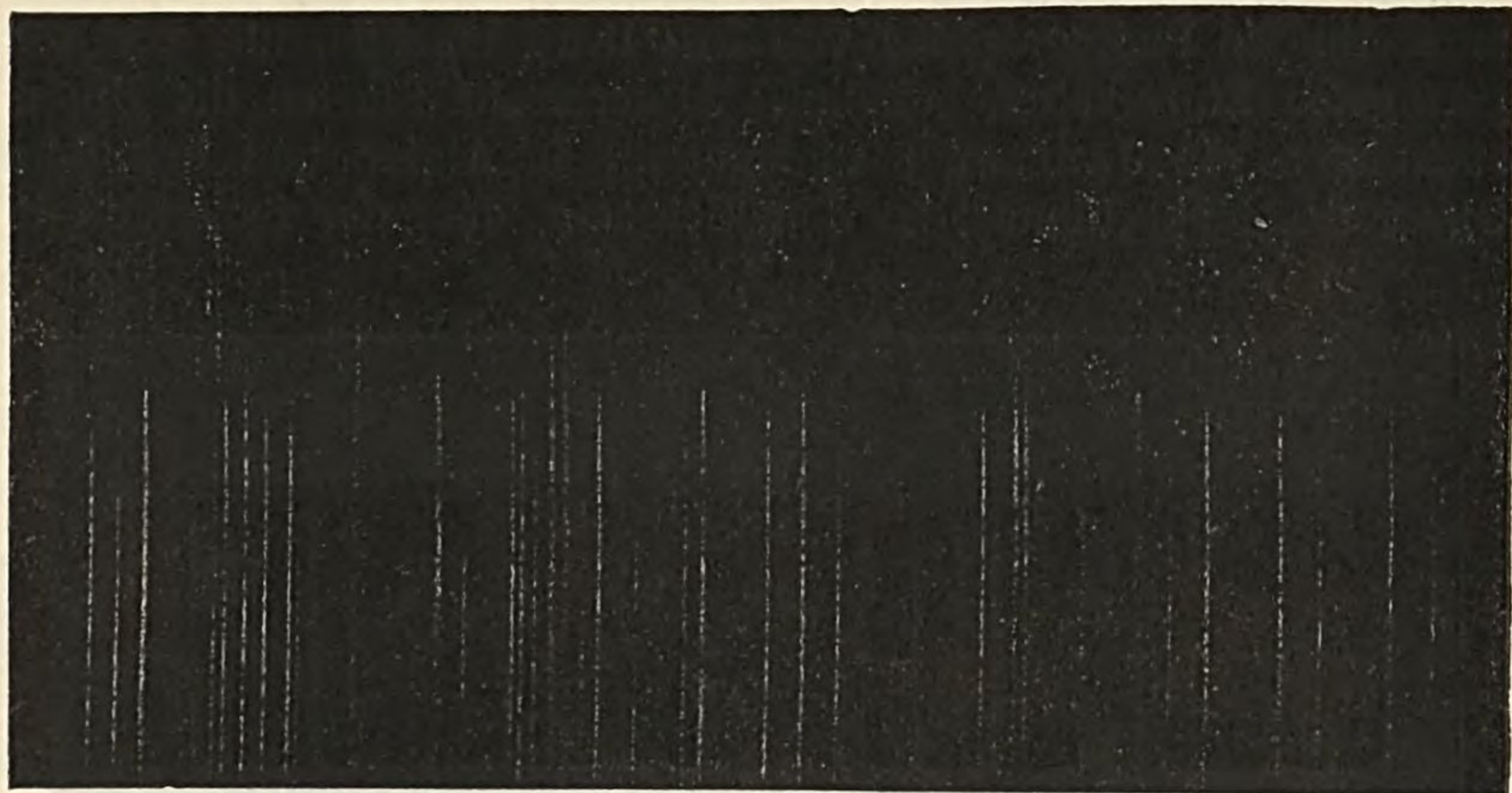


Fig. 357.

den ultravioletten Theil berücksichtigt hätten, für welchen Mascart und später Cornu die Tafel von Ångström bis zu $\lambda = 295$ fortsetzten.

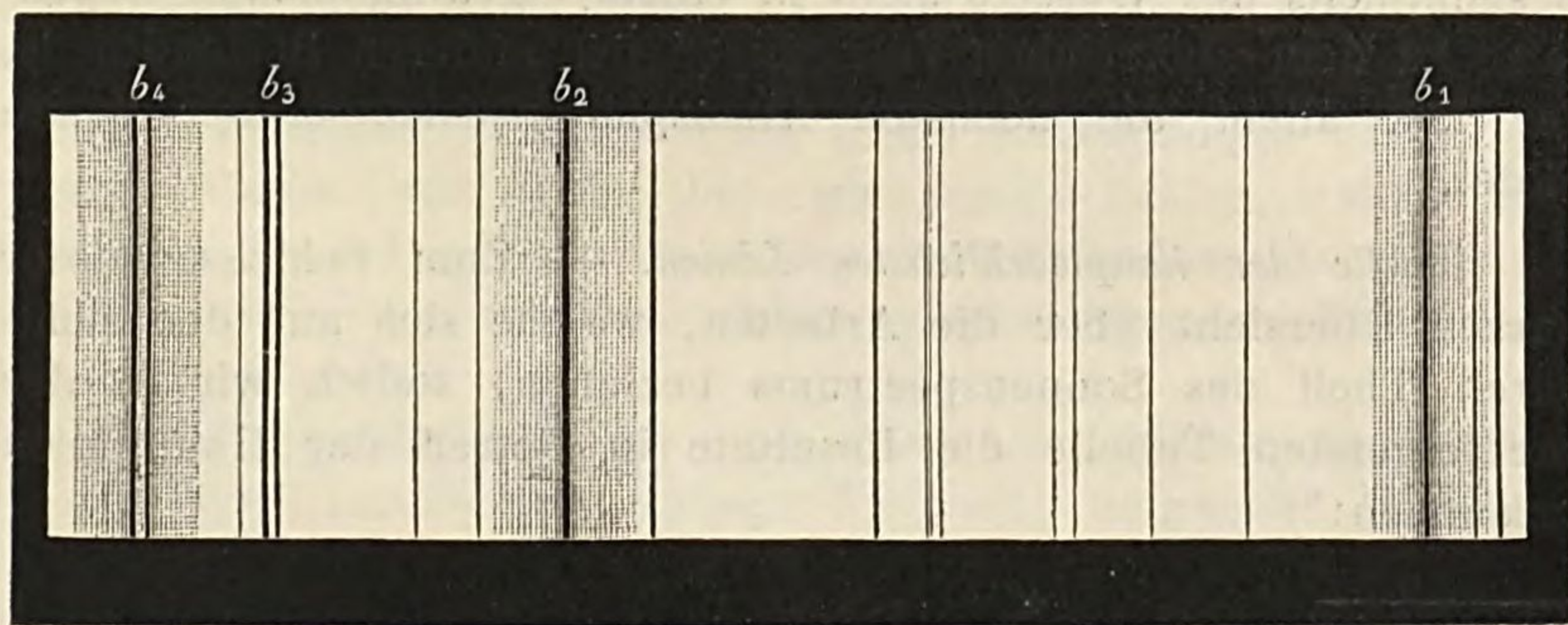


Fig. 358.

Wir geben in Fig. 357 eine Abbildung von einem Theile des Sonnen- und des Eisenspectrums für die Region $\lambda = 400$, wie sie auf *derselben* Platte von Lockyer¹⁾ photographisch fixirt wurden.

¹⁾ Lockyer, Studies in spectrum analysis; London 1878.

Auch seit Ångström's Arbeit hat die Untersuchung des Sonnenspectrums¹⁾ grosse Fortschritte gemacht. Die schönen Zeichnungen von Thollon,²⁾ aus denen wir in Fig. 358 die Gruppe *b* wiedergeben, der grosse Atlas von Fiévez,³⁾ dem wir in Fig. 359 die Region in der Umgegend von *F* entnehmen, und hauptsächlich die meisterhaften Photographien von Rowland machten uns mit den geringsten Einzelheiten bekannt. Andererseits führten die Untersuchungen von Janssen⁴⁾ zu Meudon, in Algier und auf dem Gipfel des Mont Blanc⁵⁾ zu dem Schlusse, dass der Sauerstoff in

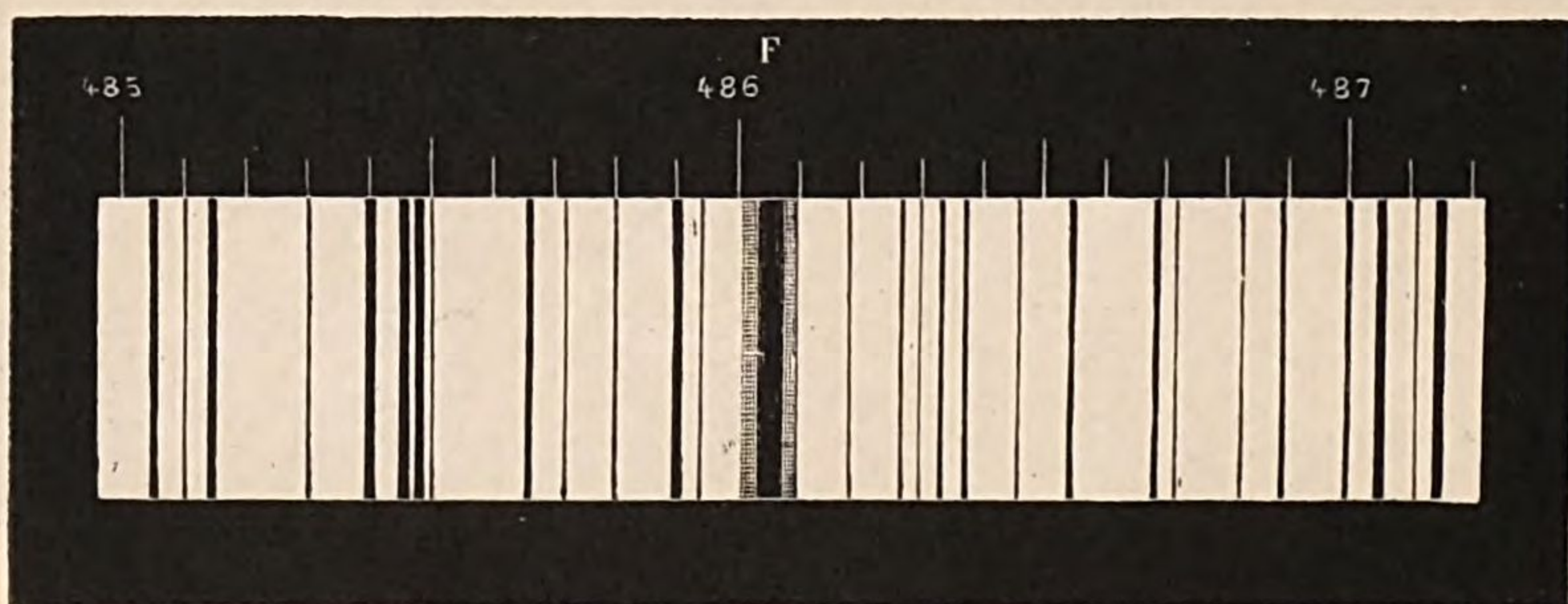


Fig. 359.

der Sonnenatmosphäre fehlt. Dieses gänzliche Fehlen des einen Bestandtheils des Wassers steht in einem eigenthümlichen Gegensatze zu dem überreichen Vorkommen des anderen Bestandtheils, der fast allein die höchsten Atmosphärenschichten der Sonne bildet.

Tabelle der hauptsächlichsten Linien. — Zum Schlusse dieser kurzen Übersicht über die Arbeiten, welche sich auf den sichtbaren Theil des Sonnenspectrums beziehen, stellen wir in der nachfolgenden Tabelle die Resultate in Betreff der Hauptlinien zusammen:⁶⁾

¹⁾ Es handelt sich hier immer nur um den sichtbaren Theil.

²⁾ Thollon, Journal de physique **8**, 73; 1879.

³⁾ Fiévez, Spectre solaire; Bruxelles 1882.

⁴⁾ Janssen, Compt. rend. **107**, 672; **108**, 1035 und **109**, 442; 1888 bis 1890.

⁵⁾ Auf dem Gipfel des Mont Blanc war die Intensitätsverminderung der Gruppe *B* überraschend stark.

⁶⁾ Wohl die vollständigste Tabelle der Sonnenlinien giebt Rowland im Astrophys. Journ. 1895, S. 29 u. f. — G.

	Bezeichnung	Wellenlänge in Millionstel Millimeter ($\mu\mu$)	Bemerkungen	Ursprung
Ultraroth .	$A \left\{ \begin{array}{l} A_0 \\ a \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} 762,02 \\ 759,81 \\ 718,45 \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{einfach} \\ \text{doppelt} \\ \text{Hauptlinie} \end{array}$	$\left. \begin{array}{l} \text{irdisch (O)} \\ \text{irdisch (H}_2\text{O)} \end{array} \right\}$
Roth . . .	$B \left\{ \begin{array}{l} B_0 \\ C \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} 688,28 \\ 686,87 \\ 656,18 \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{einfach} \\ \text{Hauptlinie (doppelt)} \end{array}$	$\left. \begin{array}{l} \text{irdisch (O)} \\ H \end{array} \right\}$
Orange . .	α_0	$\begin{array}{l} 628,66 \\ 627,69 \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{einfach} \\ \text{Hauptlinie} \end{array}$	$\left. \begin{array}{l} \text{irdisch (O)} \\ Na \end{array} \right\}$
Gelb . . .	$D \left\{ \begin{array}{l} D^1 \\ D_2 \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} 589,50 \\ 589,20 \\ 588,90 \end{array}$		$\begin{array}{l} Ni \\ Na \end{array}$
	E	$\begin{array}{l} 526,95 \\ 526,85 \end{array}$	doppelt	$\begin{array}{l} Fe \text{ und } Ca \\ Fe \end{array}$
Grün . . .	b_1	518,30		Mg
	b_2	517,20		Mg
	b_3	516,86	doppelt	$Ni \text{ und } Fe$
	b_4	516,67	doppelt	$Mg \text{ und } Fe$
Blau . . .	F'	486,06		H
Indigo . .	G'	433,95		H
Violett . .	G	430,72		Fe
	h	410,12		H
Ultraviolett .	$H \left\{ \begin{array}{l} H_1 \\ H_2 \text{ od. } K \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} 396,80 \\ 393,30 \end{array}$		$\begin{array}{l} Ca \\ Ca \end{array}$

Resultate der Spectralanalyse in Betreff der Zusammensetzung der Gestirne. — Kirchhoff hatte die Bestandtheile der Atmosphäre von Metaldämpfen, welche die Sonne umgeben, mit Hülfe der Absorptionslinien zu bestimmen gesucht, welche das Spectrum durchziehen. Bei Gelegenheit der totalen Sonnenfinsterniss von 1870 sah Young in dem Augenblick, wo die Sonne aus dem Schatten heraustrat, das Spectrum dieser Metaldämpfe direct, und zwar in Gestalt von zahlreichen, glänzenden Linien, welche aber fast im selben Augenblicke wieder verschwanden, da sie durch das Sonnenspectrum selbst mit dessen gewöhnlichen dunklen Linien verdeckt wurden.

Die Photosphäre ist also von einer sehr dünnen Atmosphäre metallischer Dämpfe von geringer Spannung umgeben. Dieselben sind in fortwährender Bewegung und ballen sich zu glänzenden Wolken zusammen, zwischen denen Öffnungen entstehen, die uns als dunkle *Flecken* erscheinen. Geht das Bild eines solchen Fleckens vor dem Spalt des Spectroscops vorbei, dann verbreitern sich die meisten Linien (hauptsächlich die *D*-Linie, die oft ein verwaschenes Aussehen gewinnt); dies weist auf eine verstärkte Absorption hin. Im Gegensatze dazu verschwinden die dunklen Wasserstofflinien und beginnen bisweilen sogar zu leuchten. Durch alle diese Öffnungen werden nämlich ungeheure Wasserstoffmassen als sogenannte *Protuberanzen* emporgeschleudert, welche die Farbe

des Wasserstoffs in Geissler'schen Röhren zeigen.¹⁾ Die Protuberanzen, die in Folge ihrer ungeheuren Grösse bisweilen schon dem blossen Auge sichtbar sind, wurden bereits vor langer Zeit bemerkt; da sie aber durch den Glanz der Sonne fast immer überstrahlt werden, glaubte man, dass man sie nur während der Sonnenfinsternisse untersuchen könne, bis Janssen²⁾ in Gunttoor (Indien) und Lockyer³⁾ in London zeigten, dass sie jederzeit der Beobachtung durch das Spectroscop zugänglich sind. Das Spectroscop liefert ein monochromatisches Bild (rothe Linie C) von dem auf den Spalt projecirten Theil der Protuberanz, und wenn man den Spalt an diesem Bilde vorbeibewegt, kann man nach einander alle Theile der Protuberanz untersuchen. Der Spalt lässt sich sogar so weit verbreitern, dass man einen beträchtlichen Theil der Protuberanz übersieht, ohne dass das Bild aufhört, deutlich zu sein.

Ausserdem ist die Sonne noch umgeben von einer wechselnden leuchtenden Region, der *Corona*, deren Durchmesser etwa dem der Sonne selbst gleichkommt. Sie sendet gleichzeitig ein Spectrum von hellen Linien aus (hauptsächlich die Wasserstofflinien, sowie die bekannte Linie 1474 von Kirchhoff, 531,59 von Ångström, die wahrscheinlich dem Eisen zuzuschreiben ist) und ein continuirliches Spectrum,⁴⁾ das im violetten Theile besonders intensiv ist, so dass es Huggins gelang, dasselbe im Sonnenlichte

¹⁾ Abgesehen vom Wasserstoff hat man in den Protuberanzen noch Magnesium gefunden, sowie einen unbekannten Stoff, den Lockyer Helium ($\eta\lambda\iota\omicron\varsigma$, Sonne) nannte, und der durch eine gelbe Linie in der Nähe von *D* charakterisirt ist.

Im Jahre 1895 fand W. Ramsay (Chem. News 71, 211; 1895) die hypothetische Substanz Helium auch in irdischen Stoffen; als er nämlich Cleveit mit verdünnter Schwefelsäure kochte und das sich entwickelnde Gas in einer Geissler'schen Röhre zum Leuchten brachte, trat neben den Linien des Argon's auch noch die Heliumlinie *D₃* von der Wellenlänge 587,49 sehr glänzend hervor. Ausser dieser für das Helium charakteristischen Linie *D₃* zeigt es jedoch noch eine ganze Anzahl anderer Linien, wie W. Crookes (Sillim. Amer. Journ. (3) 50, 302; 1895) nachwies. Nach Untersuchungen von Lord Rayleigh (Chem. News 72, 223; 1895) besitzt das Helium-Gas den ungemein geringen Brechungsexponent 0,146, wenn derjenige der trockenen Luft = 1 gesetzt wird. — G.

²⁾ Janssen, Compt. rend. 67, Oct. 1868, und Annuaire du Bureau des longitudes pour 1869, S. 584.

³⁾ Lockyer, Proceed. of the Roy. Soc. Oct. 1868.

⁴⁾ Dies continuirliche Spectrum, in welchem sich einige dunkle Linien unterscheiden lassen, unter anderem die *D*-Linie (Janssen), scheint von reflectirten Strahlen der Sonne herzurühren, da das Licht der Corona polarisirt ist.

zu photographiren, welches eine concentrirte Lösung von übermangansaurem Kali durchsetzt hatte.

Der von der Sonne erleuchtete Mond giebt das gleiche Spectrum, wie die Sonne, ohne irgend welche Spur von Absorption, die auf das Vorhandensein einer Atmosphäre auf unserem Trabanten hindeuten könnte. Dagegen liefern die Spectra der Planeten¹⁾ den Beweis, dass diese Gestirne von einer Atmosphäre umgeben sind, und zwar ist dieselbe um so ausgedehnter, je weiter die Planeten von der Sonne entfernt sind (Vogel). Fig. 360 giebt nach Huggins das Spectrum des Uranus wieder; zum Vergleiche sind darüber die Stickstofflinien *N* eingetragen, darunter die tellurischen Hauptgruppen des Sonnenspectrums mit den benachbarten Fraunhofer'schen Linien und einer Scala in Wellenlängen.

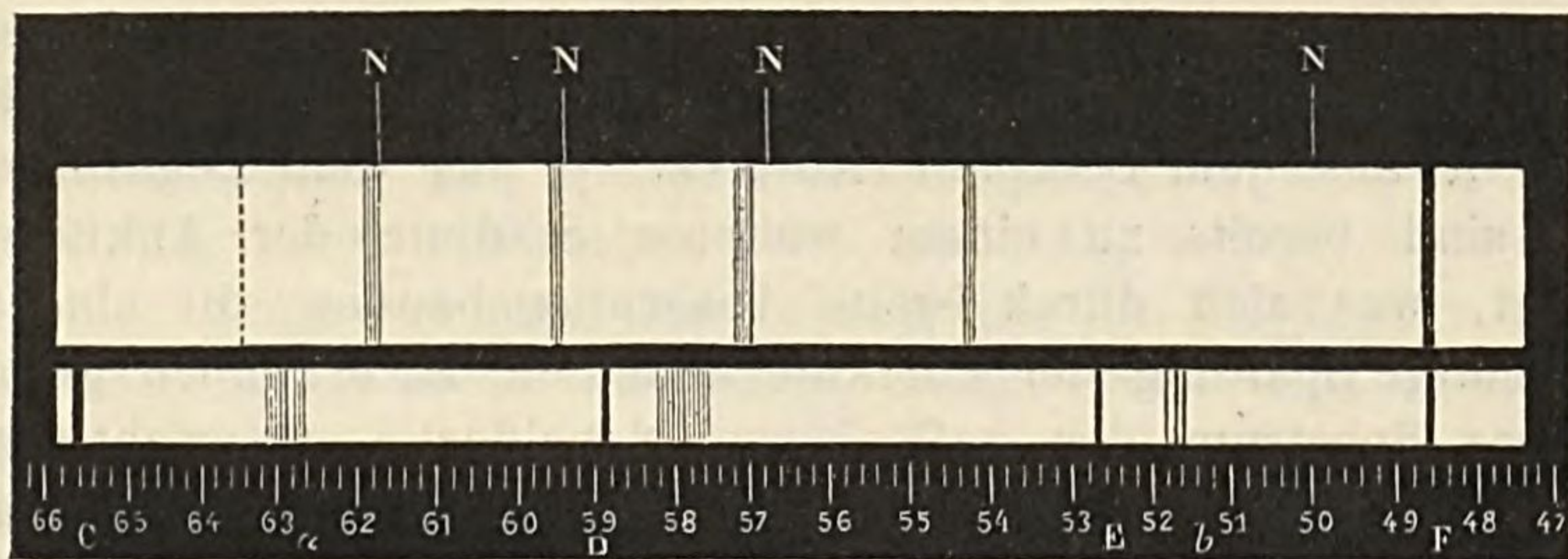


Fig. 360.

Die Spectra der Fixsterne, die hauptsächlich von Secchi, Vogel und Huggins untersucht wurden, sind sämmtlich, wie das der Sonne, leuchtend und von dunklen Linien durchfurcht; die letzteren entsprechen zum Theil den in der Sonne²⁾ aufgefundenen Elementen: so enthält beispielsweise nach Huggins der Sirius: Wasserstoff, Natrium, Magnesium und Eisen. Immerhin sind die Unterschiede recht bedeutend, und auf Grund derselben theilten

¹⁾ Das lineare Spectrum eines Sternes von verschwindend kleinem scheinbarem Durchmesser lässt sich nur sehr schwer untersuchen. Fraunhofer setzte, um das Spectrum zu verbreitern, vor das Ocular des astronomischen Fernrohrs eine Cylinderlinse, so dass er ein reelles, lineares Bild erhielt, welches er durch ein Prisma beobachtete. Dieselbe Anordnung kann man beim Spectroscop verwenden, indem man das Bild auf den Collimatorsplatt fallen lässt. Bei manchen Apparaten liegt das Prismensystem zwischen Objectiv und Ocular, dessen Sammellinse dann durch eine Cylinderlinse ersetzt ist.

²⁾ Das Spectrum des Arcturus weist mehr als 30 Sonnenlinien auf.

Secchi und später Vogel die Fixsterne in drei verschiedene Gruppen ein.

1. Die weissen Sterne, ungefähr die Hälfte sämtlicher bekannter Gestirne, unter anderem α aus der Lyra (Vega), α aus dem grossen Hund (Sirius), α vom Adler (Altaïr), α vom Löwen (Regulus), α vom kleinen Hund (Prokyon), α von den Zwillingen (Castor) etc. Diese sind durch ein intensives violettes Spectrum mit wenig zahlreichen dunklen Linien charakterisirt (unter denen die breiten und verschwommenen Wasserstofflinien¹⁾ vorherrschen), was auf eine sehr hohe Temperatur schliessen lässt.

2. Die gelben Sterne vom Typus unserer Sonne; unter diesen sind zu nennen α vom Fuhrmann (Himmelsziege), α vom Stier (Aldebaran), α vom Bärenhüter (Arcturus), α vom kleinen Bär (Polarstern), β von den Zwillingen (Pollux), bei denen eine stärkere Absorption, welche durch zahlreiche dunkle Linien im Roth und Blau angezeigt wird, auf eine weniger hohe Temperatur hinweist.

3. Die rothen Sterne, z. B. α aus dem Herkules, α aus dem Orion, α aus dem Scorpion (Antares), β aus dem Pegasus etc. Diese sind bereits zu einem weiteren Stadium der Abkühlung gelangt, was sich durch breite Absorptionsbanden, die eine unvollständige Spaltung der Moleküle andeuten, zu erkennen giebt.²⁾

Das Spectrum der auflösbaren Nebelflecke entspricht demjenigen der Fixsterne. Die nicht auflösbaren Nebelflecke dagegen liefern ein völlig abweichendes Spectrum, welches auf eine ganz andere Beschaffenheit dieser Gebilde schliessen lässt. Dasselbe besteht aus 4 hellen Linien, deren wenigstens eine, aber immer vorhandene, $N\delta$ ist; zwei andere gehören dem Wasserstoff an (F und G'), die vierte scheint mit der Linie 495,67 des Eisens zusammenzufallen (Huggins).³⁾ Es giebt also Nebelflecke, welche keineswegs aus Sternhaufen bestehen, sondern vielmehr aus leuchtenden Gasmassen. Die Entfernung derselben von der Erde braucht nicht nothwendig grösser zu sein, als diejenige der Fixsterne, während die auflösbaren Nebelflecke, die ähnliche Systeme bilden, wie das ist, dem unser Sonnensystem angehört, viel weiter von der Erde entfernt sein müssen.

Der Kern der Kometen sendet ein aus drei leuchtenden Ban-

¹⁾ Bei γ der Cassiopea erscheinen diese Linien hell.

²⁾ P. Secchi unterschied noch eine vierte, wenig zahlreiche Gruppe, bestehend aus kleinen, blutrothen Sternen, deren Spectrum zwei breite Unterbrechungsstellen aufweist, und die sich in einem nebelartigen, wenig vorgeschrittenen Zustande der Verdichtung zu befinden scheinen.

³⁾ Vgl. Maurat, Journ. de physique 1, 403; 1872.

den bestehendes Spectrum aus, das Huggins dem Kohlendampfe zuschreibt. Das Spectrum des Schweifes derselben ist dagegen continuirlich, und es lassen sich in demselben mehrere dunkle Fraunhofer'sche Linien unterscheiden; somit scheint es vom Sonnenlichte herzurühren, das von festen Theilchen reflectirt wird.

Das Spectrum des Nordlichts¹⁾ erinnert an keines der bekannten Spectra.²⁾ Nach Zöllner's Ansicht rührt es von elektrischen Entladungen in Luft her, die viel kälter ist als die Luft im Innern von Geissler'schen Röhren; es würde dies also das Spectrum von sehr kaltem und sehr verdünntem Stickstoff sein.

*Resultate der Spectralanalyse in Bezug auf die Bewegung der Gestirne.*³⁾ — Nicht nur die Bestandtheile der Gestirne, sondern auch ihre Bewegung lehrt uns die Spectralanalyse kennen.

Durch die Bewegung der Lichtquelle wird nämlich die Farbe des ausgesendeten Lichts genau ebenso beeinflusst, wie die Höhe eines Tones (vgl. 399). Nähert sich uns die Lichtquelle, so verschiebt sich die für dieselbe charakteristische Spectrallinie nach der violetten Seite hin; entfernt sie sich von uns, so wandert die Spectrallinie nach der rothen Seite hin. Die Grösse dieser Verschiebung hängt von der Geschwindigkeit der Lichtquelle ab, so dass man die letztere bestimmen kann, wenn man diese Verschiebung misst.

Dies zuerst von Fizeau⁴⁾ formulirte Princip wurde von P. Secchi auf einige Fixsterne angewendet, doch waren dessen Apparate unzureichend.

Bei Anwendung feinerer Instrumente konnte Huggins im Spectrum des Sirius eine Verschiebung der Linie F ($\lambda = 486$) nach der rothen Seite zu nachweisen (gegenüber der Lage der Linie, welche eine mit Wasserstoff gefüllte Röhre lieferte), und zwar entsprach diese Verschiebung etwa dem achten Theil von der Entfernung der beiden D -Linien. Nun beträgt die Differenz $D_1 - D_2$ etwa 0,60 Millionstel Millimeter, die Geschwindigkeit des Lichts aber

¹⁾ Vgl. Ångström, Journ. de physique 3, 210; 1874. Einen geschichtlichen Überblick über die ersten auf dies Spectrum bezüglichen Arbeiten gab Bertin, Ann. de chim. et de phys. (4) 24, 269; 1872.

²⁾ Die Hauptlinie ist die gelbe Linie 556.

³⁾ Vgl. Cornu, Sur la méthode Doppler-Fizeau in L'annuaire du Bureau des longitudes pour 1891. — Vgl. auch: Doppler, Über den Einfluss der Bewegung des Fortpflanzungsmittels auf die Erscheinung der Äther-, Luft- und Wasserwellen. Abh. d. Kgl. Böhm. Ges. d. Wissensch. 5; 1848. — G.

⁴⁾ Fizeau, Bulletin de la société philomatique; Dec. 1848; und Comptes rendus 69, 743; 70, 1062; 1869—1870.

300 000 Kilometer, somit erhält man für die Geschwindigkeit des Sirius ungefähr

$$u = 300\,000 \frac{0,075}{486,06} = 46 \text{ km.}$$

Zur Bestimmung dieser geringen Verschiebungen construirte Zöllner¹⁾ ein Reversions-Spectroscop, welches vermittels zweier gleicher, aber entgegengesetzt gerichteter Prismensysteme zwei Spectren entwirft, deren Farben in umgekehrter Reihenfolge sich ausbreiten. Diese beiden Spectren werden mit einem Fernrohre beobachtet, dessen nach Heliometerart eingerichtetes Objectiv von jedem Spectrum zwei Bilder liefert. Zu diesem Zwecke ist das Objectiv in zwei Hälften zerschnitten, die man mittels einer Mikrometerschraube einander nähern oder von einander entfernen kann.

Man dreht nun zunächst die Schraube, bis eine bestimmte Linie, die durch eine feste Lichtquelle geliefert wird, z. B. *F*, in den beiden entgegengesetzt gerichteten Spectren zusammenfällt. Nunmehr richtet man den Apparat auf die in Bewegung befindliche Lichtquelle. Da sich nun die Linien in beiden Spectren in entgegengesetzter Richtung bewegen, so werden sie sich um die doppelte Grösse der thatsächlichen Verschiebung von einander entfernen und man kann diese Verschiebung also messen, indem man wiederum durch Drehen der Mikrometerschraube die Linien zum Zusammenfallen bringt. Der Apparat ist allerdings sehr empfindlich, aber wenig zuverlässig; da nämlich die beiden zu vergleichenden Strahlenbüschel nicht dieselben Oberflächen durchsetzen, so erscheint auch die von einer festen Lichtquelle gelieferte Linie nie ganz einfach. Gleichwohl gelang es mit Hülfe dieser Methode, die Umdrehung der Sonne nachzuweisen. Man richtet zu diesem Zwecke den Spalt des Instruments auf das eine Ende des Äquatordurchmessers der Sonne und bringt die beiden *F*-Linien zum Zusammenfallen, sodann richtet man den Spalt auf das andere Ende dieses Durchmessers und erhält dabei eine Verschiebung der Linien, deren Realität nicht angezweifelt werden kann. Im Gegensatz dazu dürfte eine tellurische Linie, z. B. *B*, keine Verschiebung zeigen, falls der Apparat von jedem Eigenfehler frei ist.²⁾

¹⁾ Zöllner, Pogg. Ann. 144, 449; 147, 617; 1872.

²⁾ Die Genauigkeit dieser Messungen mit Hülfe des Gitters ist zur Zeit so gross, dass man damit die Umdrehung der Sonne nicht nur auf ihrem Äquator, sondern auch auf jedem beliebigen Parallelkreise messen kann.

Sehen wir von der Umkehrung des Spectrums, welche die Erscheinung etwas verwickelter macht, ab, und denken uns, dass nach einander die Bilder der beiden Enden des Sonnenäquators auf den Spalt eines Spectroscops fallen, dann werden die tellurischen Linien fest bleiben, während die Verschiebung der Sonnenlinien gegenüber diesen letzteren recht merklich sein werden. Man hat somit ein Mittel, diese beiden Arten von Linien zu unterscheiden; dies auch von Thollon¹⁾ angewendete Verfahren ist freilich wegen des geringen Betrags der Verschiebung mit bedeutenden Schwierigkeiten verknüpft.²⁾

Cornu³⁾ erhielt recht genaue Resultate, indem er die Einstellungen eines aplanatischen Spectroscops auf die beiden Sonnenränder in raschem Wechsel vornahm; er konnte hierbei die tellurischen Linien sicher von den Sonnenlinien unterscheiden und es gelang ihm auch auf diesem Wege, die Gruppen *A*, α und *B* zu entwirren.

Absorption durch Flüssigkeiten und feste Körper. — Wir haben bereits erwähnt, dass der flüssige Sauerstoff die Absorptionsbanden des gasförmigen Sauerstoffs zeigt; ebenso weist die flüssige Untersalpetersäure die wichtigsten Banden ihres Dampfes auf.⁴⁾

Visirt man nach einem hinreichend hellen Lichte durch eine wenigstens 2 Meter lange, mit Wasser gefüllte Röhre, so sieht man die Absorptionsbanden, welche in der Atmosphäre das Vorhandensein von Wasserdampf verrathen.⁵⁾ Dieselben Banden findet man leicht wieder, wenn man durch klares Wasser hindurch den von der Sonne hell beleuchteten Boden betrachtet. Nach Vogel⁶⁾ löscht das Wasser in der Grotte von Capri das Roth bis zur *D*-Linie aus (wie eine Lösung von ammoniakalischem Kupfersulfat) und giebt dabei ganz scharf die Absorptionsbande bei *bE* wieder; die fremden Substanzen verändern nämlich das Spectrum des Wassers ebenso sehr, wie dessen Farbe.⁷⁾

¹⁾ Thollon, Compt. rend. **91**, 369; 1883.

²⁾ Da die Differenz der Geschwindigkeiten an beiden Rändern der Sonne nur 4 km beträgt, so entspricht die Verschiebung nur $\frac{1}{75}$ vom Abstände der *D*-Linien.

³⁾ Cornu, loc. cit.

⁴⁾ Kundt, Pogg. Ann. **141**, 157; 1870. — Gernez, Compt. rend. **74**, 465; 1872.

⁵⁾ Schönn, Pogg. Ann. Erg. **8**, 670; 1878.

⁶⁾ Vogel, Praktische Spectralanalyse; Berlin, Oppenheim, 1889, S. 320.

⁷⁾ Das Emissionsspectrum des Wassers tritt in der Wasserstoffflamme auf; das Auge erblickt nur einen continuirlichen grünen Schein, wäh-

Das Blut zeigt, in verdünnter Lösung, zwischen *D* und *E* zwei Absorptionsbanden, welche sich vereinigen, wenn man einige Tropfen Schwefelammonium oder ammoniakalisches, essigsaures Eisenoxydul hinzufügt.¹⁾

Ebenso charakteristische Banden weist, wie Stokes gefunden hat, das Chlorophyll auf. Hagenbach zählte deren in einer Alkohol- oder Ätherlösung sieben, die sehr deutlich hervortraten; die hauptsächlichsten derselben sind: Eine, die bei *B* beginnt und sich bis gegen *C* erstreckt, eine zweite zwischen *C* und *D*, eine dritte etwas jenseits von *D* und eine vierte im Grün unmittelbar vor *E*.

Auch die Wirkung der farbigen Gläser beruht auf der Absorption; man bedient sich derselben häufig, um Licht von einer bestimmten Farbe zu erhalten. Am besten wirkt das mit Kupferoxydul gefärbte rothe Glas, welches ein fast monochromatisches Licht in der Nähe von *C* liefert; aber auch gute grüne, blaue und violette Gläser lassen sich herstellen. Brewster wandte lieber gefärbte Gelatinetafeln an, welche allerdings ganz verschiedene, theilweise recht einfache Färbungen zeigen, wie man leicht schon mit Hülfe eines kleinen Taschenspectroscops erkennen kann. Eine Lösung von ammoniakalischem Kupfersulfat verwendet man häufig zur Herstellung von blauem Lichte, während eine Mischung von Eisen- oder Nickelchlorid nur die gelben Strahlen durchlässt.²⁾

rend uns die Photographie mehrere glänzende Linien im Ultraviolett verräth.

¹⁾ Das Spectrum zeigt unter der Einwirkung dieser reducirenden Substanzen keinerlei Veränderung, wenn das Blut Kohlenoxyd enthält. In diesem Falle sind ausserdem die Streifen blasser, verwaschener und etwas nach der Seite des Grün verschoben.

²⁾ Eine Lösung von 22,321 g Eisenchlorid und 27,191 g Nickelchlorid in Wasser lässt nach Crova nur Strahlen von der Wellenlänge 582 durchgehen (Comptes rendus du Congrès des électriciens tenu à Paris en 1889, S. 211).

Neuerdings hat Landolt (Methode zur Bestimmung der Rotationsdispersion mit Hülfe von Strahlenfiltern, Sitzungsber. der Acad. d. Wissenschaften; Berlin 1894, S. 923) eine Anzahl von Flüssigkeitscombinationen angegeben, mit Hülfe deren man rothes, gelbes, grünes, hellblaues und dunkelblaues Licht durch Absorption aus weissem Lichte herstellen kann, doch ist selbstverständlich auch ein derartiges Licht, das nebenbei durch die Filter ziemlich stark geschwächt wird, nicht monochromatisch im strengen Sinne. Immerhin ist die Anwendung der Landolt'schen Filter jedenfalls besser, als die Anwendung gefärbter Gläser etc., und reicht für viele Zwecke vollständig aus. — Auch das Natriumlicht, das man durch Verflüchtigen von Natriumsalz im Bunsenbrenner, im Landolt'schen Natriumbrenner (vgl. Zeitschr. f. Instrk. 3, 125; 1883) oder

Die Lanthan- und Didymsalze zeigen bemerkenswerthe Absorptionsspectra, ob man sie nun in Lösung oder in Krystallen oder selbst in reflectirtem Lichte betrachtet.

Zu den Absorptionsspectren sind ausserdem auch noch diejenigen zu rechnen, welche von dem an der Oberfläche der Körper reflectirten Lichte herrühren, denn die Oberflächenfarbe eines Körpers setzt sich aus den Elementen des auffallenden Lichts zusammen, welche nicht absorbirt werden. Die Farbe eines bunten Papiers lässt sich sehr leicht bestimmen, wenn man ein Spectrum auf einem Schirm entwirft, auf welchem man unter einander einen Streifen des zu untersuchenden bunten und einen Streifen weissen Papiers befestigt hat.

II. Messung der Brechungsexponenten.

436. Messung der Brechungsexponenten mit Hülfe von Prismen. — *Hauptmethode.* — Zur Messung der Brechungsexponenten wird meistens das Prisma angewandt.

Wenn die Lichtstrahlen durch ein Prisma mit dem Winkel A im Minimum der Ablenkung hindurchgehen, so stehen der Brechungsquotient n des Prismas für die betrachteten Strahlen, der Winkel A und das Minimum der Ablenkung d zu einander in der folgenden Beziehung, die unmittelbar aus den früher (426, S. 408) aufgestellten Gleichungen (2) abzuleiten ist,

$$n = \frac{\sin \frac{A + d}{2}}{\sin \frac{A}{2}}.$$

Wir wissen bereits (414, S. 326), wie man den Winkel A des

im Knallgasgebläse (Natriumstifte, vgl. oben S. 508) erhält, ist niemals vollständig monochromatisch, da auch die sog. nicht leuchtende Flamme immer noch ein schwaches continuirliches Spectrum liefert. Zur Reinigung dieser Lichtart hat Lippich (Zeitschr. f. Instrk. 12, 341; 1892) ein doppeltes Glasgefäss vorgeschlagen, dessen Kammern mit einer Lösung von Uransulfat bzw. Kaliumdichromat gefüllt werden, da diese Lösungen die rothen bzw. grünen und blauen Strahlen nahezu vollständig absorbiren. Als radikales Mittel zur Reinigung des sogenannten monochromatischen Lichts kann jedoch stets nur die spectrale Zerlegung angesehen werden. — G.

Prismas bestimmt. Mit den gleichen Apparaten und in der nämlichen Weise kann man auch d ermitteln. Nachdem man geprüft hat, ob die Strahlen das Prisma im Minimum der Ablenkung durchsetzen, erhält man direkt d durch Messung des Winkels, der von den abgelenkten Strahlen und der Verlängerung der einfallenden Strahlen gebildet wird, vorausgesetzt, dass ein Theil der Strahlen thatsächlich an dem Prisma vorbei zum Fernrohr gelangt. Ist dies nicht der Fall, so dreht man das Prismen-Tischchen um seine Achse derart, dass das Minimum der Ablenkung auf die andere Seite fällt und misst den Winkel zwischen den beiden abgelenkten Strahlen, die zum einfallenden Strahl symmetrisch sind. Dieser Winkel ist gleich $2d$.

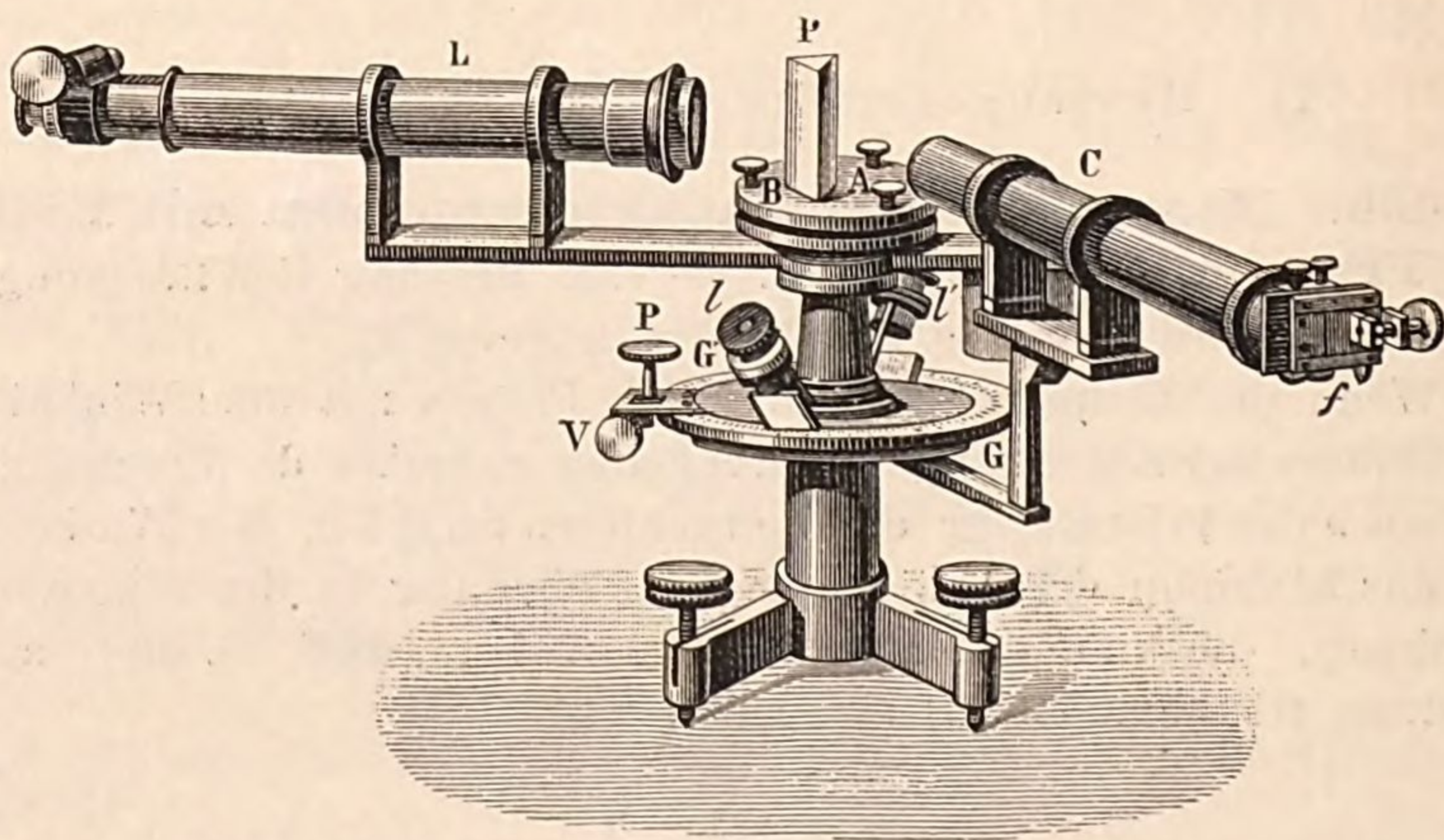


Fig. 361.

Diese Messungen haben nur dann einen Sinn, wenn sie mit homogenem Licht und bei einer bestimmten Temperatur angestellt werden; benutzt man weisses Licht, so bezieht sich das Resultat im Allgemeinen auf den hellsten Theil des Spectrums in der Nähe der D -Linie; um genau definirte Messungen zu erhalten, muss man monochromatisches Licht anwenden, indem man den Spalt mit einer Natrium-, Lithium-, Thallium-Flamme, mit einer Geissler'schen Wasserstoffröhre, oder einer anderen monochromatischen Lichtquelle beleuchtet oder indem man das Fernrohr auf die Fraunhofer'schen Linien des Sonnenspectrums einstellt.

Fig. 361 stellt ein von Brünner gebautes Fraunhofer'sches Goniometer dar. Das mit einem Collimator versehene Instrument ermöglicht recht genaue Messungen; die Winkel werden an einem

Theilkreis auf ungefähr 5'' abgelesen, so dass man die Brechungsexponenten auf 4 Decimalen genau erhält.¹⁾

Bestätigung des Brechungsgesetzes. — Mittels eines derartigen Apparates kann man leicht die Richtigkeit des Gesetzes von Descartes (422, S. 385) nachweisen.

Zwischen dem Brechungsindex n , dem Prismenwinkel A , dem Einfallswinkel i und der Ablenkung D bestehen im Allgemeinen die Gleichungen (1).²⁾

Ist der Brechungsindex für die betrachtete Strahlenart und der Prismenwinkel bekannt, so misst man den Einfallswinkel (thatsächlich den Winkel $[180^\circ - 2i]$, welchen der von der Eintrittsfläche reflectirte Strahl mit der Verlängerung des einfallenden Strahls einschliesst) und die Ablenkung. Man findet dann, dass die Beobachtungen stets genau mit den Formeln übereinstimmen. Das Gesetz von Descartes wird also dadurch in aller Strenge bewiesen.

¹⁾ Es ist nämlich

$$\partial n = - \frac{\sin \frac{d}{2}}{\sin^2 \frac{A}{2}} \cdot \frac{\partial A}{2} + \frac{\cos \frac{A+d}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \cdot \frac{\partial d}{2}.$$

Nun ist der wahrscheinliche Fehler für die Messung von d und A gleich gross, und da man annehmen muss, dass die wahrscheinlichen Fehler, die wir beide mit $\delta \alpha$ bezeichnen wollen, sich arithmetisch addiren, so erhält man als wahrscheinlichen Fehler von n

$$\delta n = \left(\frac{\sin \frac{d}{2}}{\sin^2 \frac{A}{2}} + \frac{\cos \frac{A+d}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \right) \frac{\delta \alpha}{2}.$$

Im Allgemeinen wird δn um so kleiner, je grösser A ist; dieser Winkel muss aber immer kleiner als das Doppelte des Grenzwinkels sein (426) und da bei den meisten Körpern $n < 2$ ist, so kann man $A = 60^\circ$ annehmen. Setzt man ferner $n = 1,5$, so wird der wahrscheinliche Fehler

$$\delta n = \frac{4}{3} \delta \alpha.$$

Die Länge eines Bogens von 5'' ist gleich 0,000024 eines Kreises vom Radius 1, so dass man erhält $\delta n = 0,000032$.

Um Brechungsexponenten bis auf eine Einheit der 5. Decimale genau zu haben, dürfen die Ablesefehler 2'' nicht erreichen; dies ist indess sehr schwierig in Folge der Unvollkommenheiten des Apparates und der Justirung desselben, besonders aber wegen der Mangelhaftigkeit der ebenen Flächen.

²⁾ S. 404

Messung der Brechungsexponenten fester und flüssiger Körper. — Die Prismenmethode lässt sich unmittelbar auf feste Körper anwenden. Flüssigkeiten werden in ein Hohlprisma eingefüllt, dessen Ablenkung man vor der Füllung bestimmt hat, da die Glasplatten, welche den Hohlraum auf beiden Seiten abschliessen, im allgemeinen nicht vollkommen planparallel sind.¹⁾ Man muss dabei stets die Temperatur der zu untersuchenden Körper berücksichtigen.

Brechungsexponenten der Gase. — Die Brechung in einem Gase wird ebenfalls mit einem Hohlprisma untersucht; da aber diese Brechung nur sehr schwach ist und hauptsächlich von der Dichte abhängt, welche sich in hohem Maasse mit der Temperatur und dem Druck ändert, so muss man alle diese Factoren in Rechnung ziehen.

Gegen Ende des 18. Jahrhunderts versuchte Hawksbee auf Veranlassung von Newton die Brechung der atmosphärischen Luft zu bestimmen, indem er ein entferntes Object durch ein Prisma von kleinem Winkel betrachtete, das einmal luftleer, das andere Mal mit Luft gefüllt war; die ihm zur Verfügung stehenden Mittel waren indessen zu unvollkommen, als dass er eine einigermaßen genaue Zahl hätte erhalten können. Borda nahm die Untersuchung wieder auf, starb aber vor Beendigung derselben, und auch in seinem Nachlass ist kein hierauf bezügliches Material gefunden worden.

*Messungen von Biot und Arago.*²⁾ — Biot setzte diese Arbeit unter Mitwirkung von Arago, der eben erst die École polytechnique verlassen hatte, fort. Sie benutzten dasselbe Prisma wie Borda; dasselbe bestand aus einer dicken Röhre, deren schräg abgeschnittene und mit planparallelen Glasplatten verschlossene Endflächen einen Winkel von $143^{\circ} 7' 28''$ mit einander bildeten. Wie aus Fig. 362 hervorgeht, war die Röhre oben mit einem Manometer und unten mit einer Hahnfassung versehen. Die Messungen fanden in einem Saal des Palais du Luxembourg mit einem Repetitionskreis von Borda statt. Als Visiobject diente ein Blitzableiter des 1400 m entfernten Observatoriums. Um die Ablenkung zu messen, visirte man das Object durch das Prisma an und las die Einstellung des Fernrohrs auf dem

¹⁾ Zur Verminderung dieser Fehlerquelle schneidet man zwei Gläser aus derselben, gut planparallelen Platte, und zwar möglichst parallel zur Kante des stets noch vorhandenen kleinen Winkels; diese beiden Stücke stellt man so einander gegenüber, dass die ablenkende Wirkung beider sich gegenseitig aufhebt.

²⁾ Biot u. Arago, *Mém. de l'Académie des sciences* 7, 301; 1806.

Theilkreis ab; sodann drehte man das Prisma um 180° und stellte von neuem ein. Da die Wirkung des Prismas in den beiden Stellungen gleich und entgegengesetzt ist,¹⁾ musste man das Fernrohr dabei um das Doppelte der gesuchten Ablenkung ($2d$) drehen.

Die Messung wurde in der Weise öfter wiederholt, dass das Prisma in seine Anfangslage gebracht und das Fernrohr wieder auf die Marke eingestellt wurde, wobei es mit dem Theilkreis fest verbunden blieb und nur der letztere gedreht wurde. Durch Drehen des Prismas um 180° und erneute Einstellung des Fernrohrs bei festgeklebtem Theilkreis konnte der Bogen $2d$ auf dem Theilkreis beliebig oft addirt werden.²⁾

Die von der Unvollkommenheit der Planparallelität der Verschlussplatte herührende Ablenkung betrug auf Seiten der Basis des Prismas $16''$, 6; im Vergleich zur Gesamtablenkung, die beim luftleeren Prisma $6'$ im entgegengesetzten Sinne überstieg, ist dies eine kleine Grösse.

Da stets eine gewisse Menge Luft in dem Prisma zurückblieb, so erhielt man auf diese Weise nicht direct den

Brechungsindex $\frac{1}{n}$ des Vacuum gegen die äussere Luft, sondern das Brechungsverhältniss $\frac{1}{k}$ der inneren Luft zur äusseren

$$\frac{1}{k} = \frac{n_i}{n_a}.$$

Nun ist nach Newton der Werth: $n^2 - 1$ (die brechende Kraft)

¹⁾ Es ist klar, dass der durch die Achse des Rohres gehende Strahl das Prisma im Minimum der Ablenkung durchsetzt, so dass die Ablenkung nicht merklich beeinflusst wird, wenn auch die Drehung nicht genau 180° beträgt. Dieser Umstand ist sehr wichtig für die Sicherheit der Beobachtungen.

²⁾ Diese Multiplikationsmethode ist nicht mit der Repetitionsmethode (116, Bd. 1, S. 331) zu verwechseln.

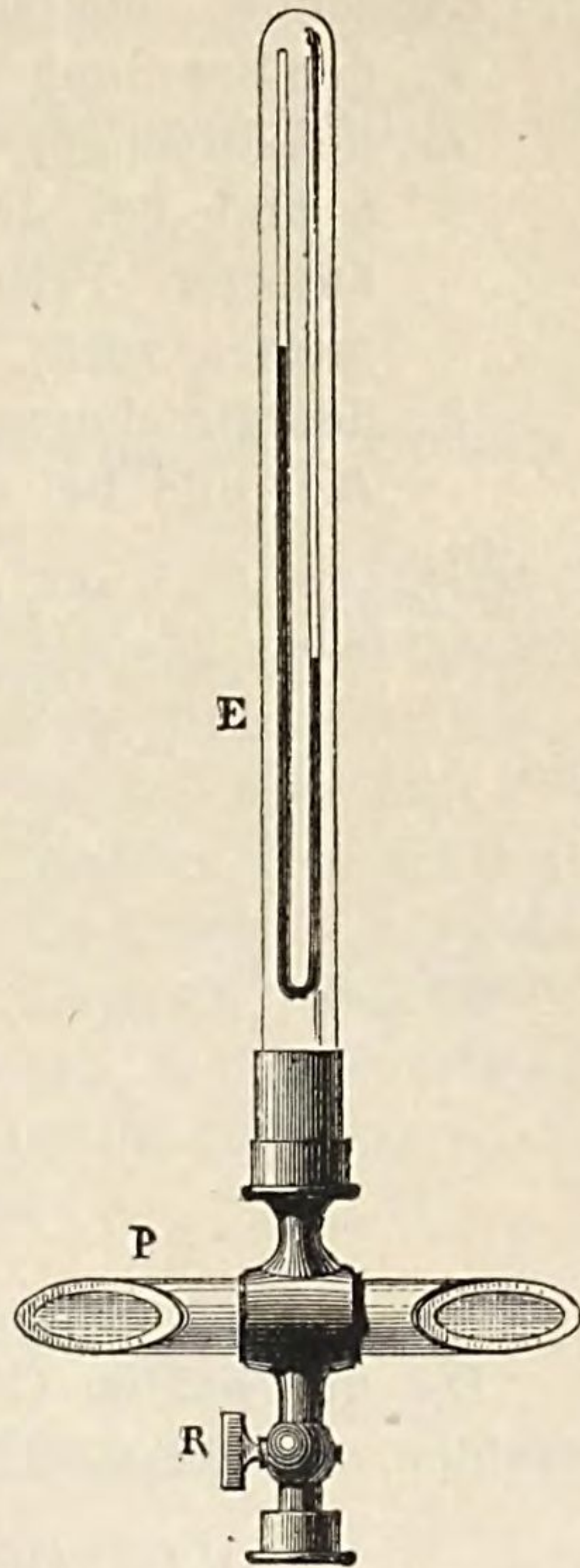


Fig. 362.

proportional der Dichte d , oder mit anderen Worten das *specifische Brechungsvermögen* $\frac{n^2 - 1}{d}$ ist constant, S. 566.

Bezeichnet man also mit

n_o den Brechungsindex der trockenen Luft bei 760mm und 0° ,

n_i den Brechungsindex der inneren Luft unter dem Druck h und bei der Temperatur t (welche durch zwei die äusseren Prismenflächen berührende Thermometer gemessen wird),

n_a den Brechungsindex der äusseren Luft unter dem Druck $H^1)$ und bei der Temperatur t ,

so gilt:

$$\frac{n_i^2 - 1}{n_o^2 - 1} = \frac{h}{760(1 + \alpha t)},$$

und

$$\frac{n_a^2 - 1}{n_o^2 - 1} = \frac{H}{760(1 + \alpha t)},$$

woraus folgt

$$\frac{1}{k^2} = \frac{1 + \frac{(n_o^2 - 1)h}{760(1 + \alpha t)}}{1 + \frac{(n_o^2 - 1)H}{760(1 + \alpha t)}}.$$

Da die beiden Glieder des Bruchs sich wenig von 1 unterscheiden, ergibt sich hieraus mit grosser Annäherung

$$(n_o^2 - 1)(H - h) = (k^2 - 1)760(1 + \alpha t).$$

Auf diese Weise fanden Biot und Arago (wir geben ihre sämtlichen Decimalen an)

$$n_o^2 - 1 = 0,0005891712,^2)$$

oder

$$n_o = 1,000294.$$

Sodann wurden in das Prisma nacheinander verschiedene

¹⁾ Der Feuchtigkeitsgrad der Luft spielt keine Rolle, da der Wasserdampf fast dasselbe Brechungsvermögen wie Luft von demselben Druck besitzt (siehe Biot, *Traité de physique* 3, 317; Paris, Deterville, 1816).

²⁾ Das specifische Brechungsvermögen $\frac{n_o^2 - 1}{d}$ ist demnach, bis auf einen constanten Factor, 4530. Newton hatte aus der atmosphärischen Brechung 5208 abgeleitet. Durch Combination einer grossen Menge von Beobachtungen mit der Formel von Laplace fand Delambre 4525.

Gase unter Atmosphärendruck eingeführt und die entsprechenden Ablenkungen gemessen. Bei einem Gas, dessen Brechungsindex bei 0^0 und normalem Druck n'_o ist, lieferte die Beobachtung das Verhältniss $\frac{1}{k'}$ des Brechungsindex dieses Gases unter dem Druck H' zu dem der Luft unter dem Druck H , und man erhielt somit

$$(n_o^2 - 1)H - (n_o'^2 - 1)H' = (k'^2 - 1)760(1 + \alpha t),$$

woraus $n_o'^2 - 1$ berechnet werden kann.

Die Messungen erstreckten sich auf Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff, Ammoniak und Sumpfgas.

Für mehrere dieser Gase, besonders für Luft, stellten die Beobachter fest, dass das specifische Brechungsvermögen thatsächlich constant ist, wenn der Druck von einigen Millimetern bis zu 760 mm und die Temperatur von $-1,5^0$ bis 25^0 schwankt.

Sie fanden ferner, dass die brechende Kraft $n^2 - 1$ eines Gemisches gleich ist der Summe der brechenden Kräfte der Bestandtheile unter dem Partialdruck, den sie im Gemisch besitzen.

So erhält man für Luft, wenn man mit N den Brechungsindex der Luft, mit n denjenigen des Sauerstoffs und mit n' denjenigen des Stickstoffs bezeichnet

$$N^2 - 1 = 0,21(n^2 - 1) + 0,79(n'^2 - 1),$$

oder da N , n und n' sehr wenig von 1 verschieden sind¹⁾

$$N = 0,21n + 0,79n'.$$

Ersetzt man n und n' durch ihre Werthe 1,000272 und 1,000300, so erhält man in der That $N = 1,000294$.

*Messungen von Dulong.*²⁾ Unter der Voraussetzung, dass das specifische Brechungsvermögen eines Gases constant ist, bestimmte Dulong die Brechungsexponenten der Gase im Verhältniss zur Luft auf sehr einfache Weise.

Er füllte das Prisma zuerst mit Luft unter dem Atmosphärendruck H und stellte das Fadenkreuz des Fernrohrs auf eine durch das Prisma gesehene Marke ein, worauf er das Fernrohr unbeweglich befestigte. Sodann ersetzte er die Luft im Prisma

¹⁾ Setzt man $n = 1 + \varepsilon$, so ist $n^2 - 1 = 2\varepsilon + \varepsilon^2$, oder bei Vernachlässigung von ε^2 (diese Grösse liegt innerhalb der Beobachtungsfehler der Versuche) $n^2 - 1 = 2(n - 1)$.

²⁾ Dulong, Ann. de chim. et de phys. (2) 31, 154; 1826.

durch das zu untersuchende Gas, von dem wir annehmen wollen, dass es das Licht stärker bricht als Luft, und verringerte den Druck desselben allmählich, bis die Marke wieder im Fadenkreuz einstand.¹⁾ Ist h der Druck des Gases, und war die Temperatur während der ganzen Beobachtungsreihe constant geblieben, so erhält man ohne Weiteres

$$\frac{n_o'^2 - 1}{h} = \frac{n_o^2 - 1}{H}.$$

Vor jedem Versuch wurde das Prisma mehrere Male mit dem sorgfältig hergestellten Gase ausgespült. Wenn es sich dabei um einen Dampf handelte, so wurde derselbe aus einigen Tropfen der zu untersuchenden Substanz, die man durch die Röhre N eintreten liess, in dem Apparat selbst entwickelt.

*Versuche von Le Roux.*²⁾ — Le Roux dehnte die Messungen an Dämpfen weiter aus und benutzte dabei einen ganz ähnlichen Apparat wie Biot und Arago; nur war bei seinem Apparat das Prisma in einem Gefäss eingeschlossen, das auf 500° erhitzt werden konnte. Dies Prisma bestand aus einer Eisenröhre, die von zwei unter 125° geneigten Glasplatten abgeschlossen wurde und

sich beiderseits in zwei engen Eisenröhren fortsetzte. Diese traten aus dem Erhitzungsgefäss heraus und wurden an ihrem Ende abgekühlt. Auf diese Weise standen die beiden Prismenflächen in Berührung mit zwei Luftsäulen, die sich, wenn der Gleichgewichtszustand hergestellt war, aus einer Reihe von Schichten constanter Temperatur zusammensetzten (die Temperatur variirt

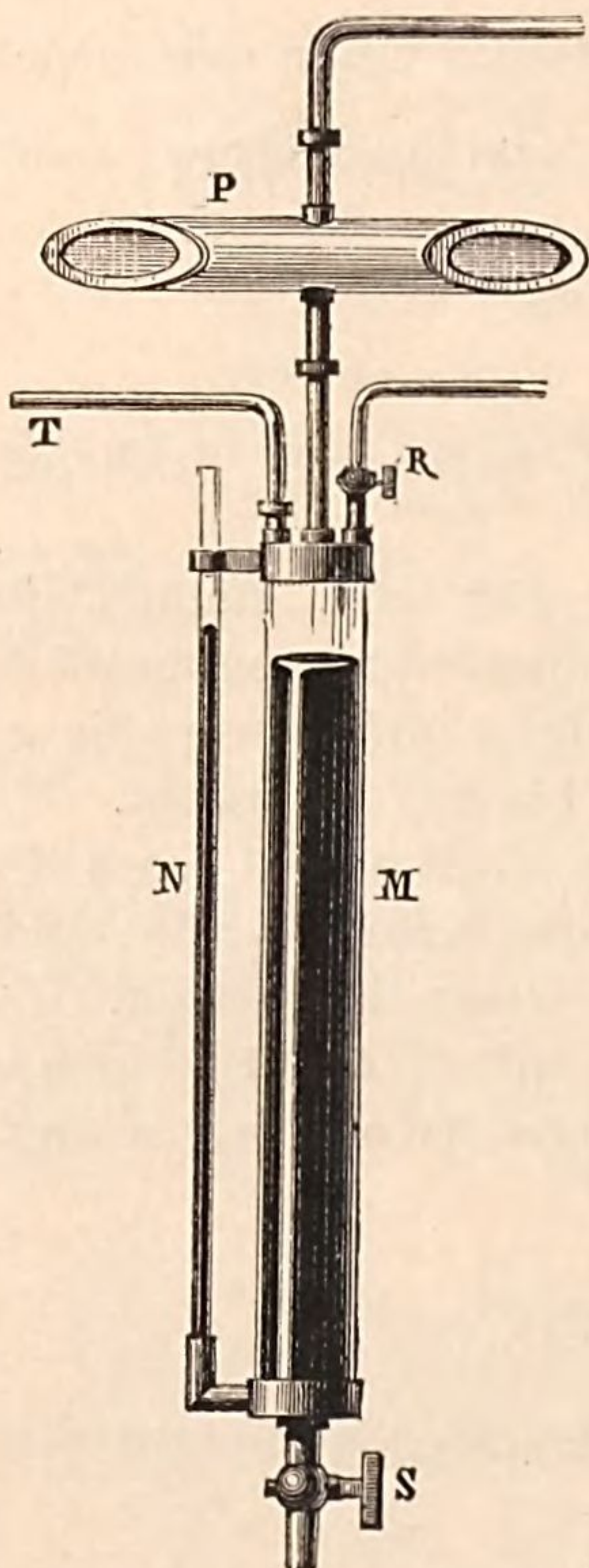


Fig. 363.

¹⁾ Bei schwächer brechenden Gasen als Luft muss man natürlich umgekehrt verfahren. Da das Chlor das Quecksilber angreift, so wurde bei der Untersuchung dieses Gases das Prisma zuerst unter Atmosphärendruck mit demselben gefüllt und hierauf mit Cyangas, dessen Druck verringert wurde, bis sein Brechungsvermögen demjenigen des Chlorgases gleich war.

²⁾ Le Roux, Ann. de chim. et de phys. (3) 61, 385; 1861. Pogg. Ann. 117, 659; 1862.

von Schicht zu Schicht von der Temperatur des Erhitzungsgefäßes an bis zu derjenigen der äusseren Luft), so dass die beobachtete Ablenkung der Annahme nach nur durch den Unterschied der Brechungsindices des Dampfes und der Luft, beide bei der Temperatur des Erhitzungsgefäßes, bedingt wurde. Das um seine verticale Achse drehbare Prisma wurde zwischen einem festen Collimator und einem ebenfalls unbeweglichen Fernrohr aufgestellt; das letztere war aber mit einem Ocularmikrometer versehen, mit welchem man die Winkelverschiebung des Bildes¹⁾ messen konnte, wenn das Prisma um 180° gedreht wurde.

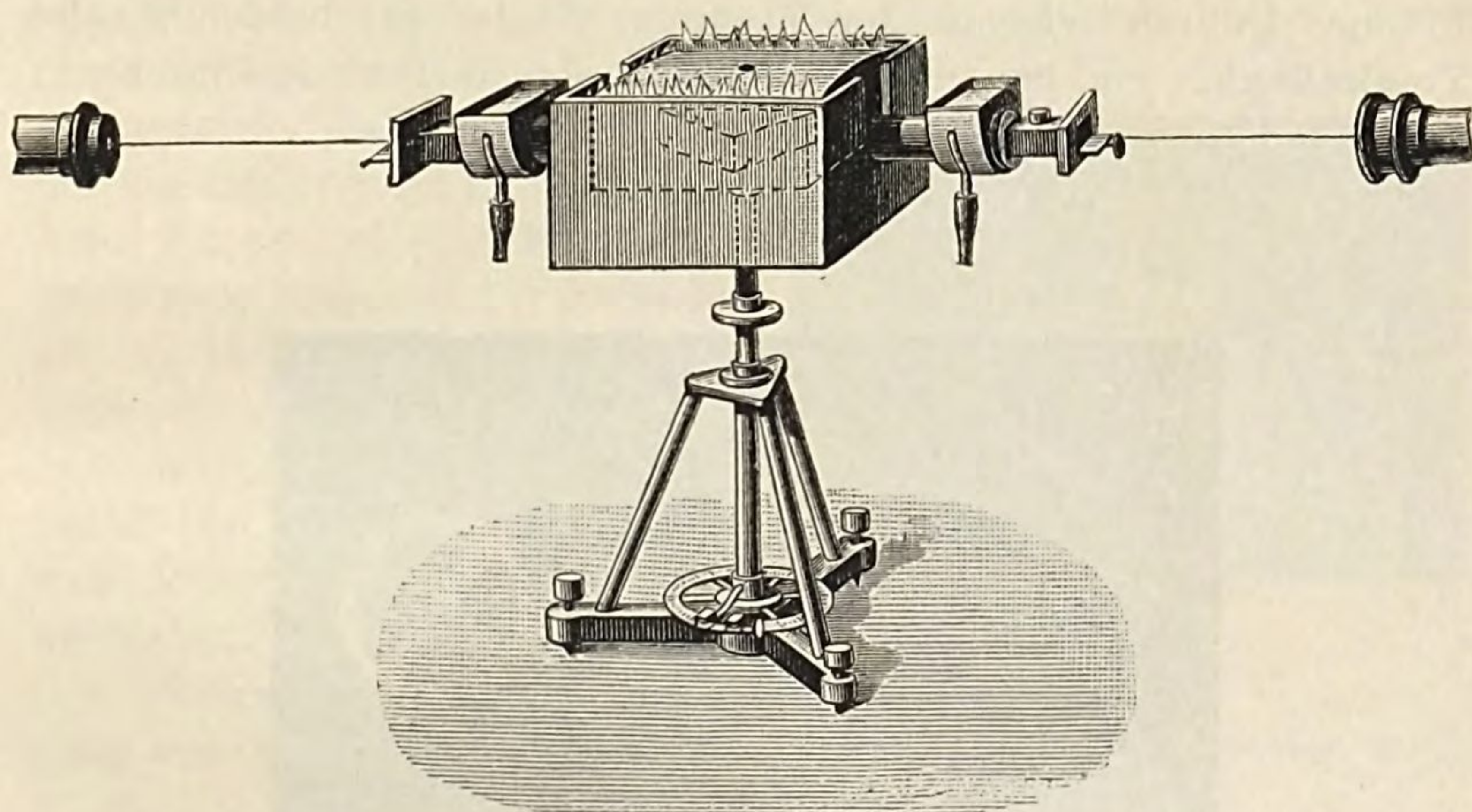


Fig. 364.

Diese Versuche ergaben, dass die schweren Dämpfe im allgemeinen sehr stark brechen (der Dampf des siedenden Schwefels, dessen Dichte 6,6 ist, hat den Brechungsindex 1,001629); dass ferner einige derselben ein beträchtliches Dispersionsvermögen besitzen (bei dem Phosphordampf hatte das Spectrum eine Ausdehnung von $1' 20''$; alle Farben waren gut sichtbar); ferner dass der Joddampf das rothe Licht stärker als das violette bricht.²⁾

¹⁾ Die Tangente dieses Winkels ist gleich der Verschiebung des Mikrometers, dividirt durch die Brennweite des Objectivs, welche ungefähr 2 m betrug.

²⁾ Le Roux wies ausserdem eine bemerkenswerte Übereinstimmung zwischen den Werthen des Brechungsvermögens für analoge chemische Substanzen nach:

Brechungsvermögen.

Sauerstoff	4924	Stickstoff	6187
Schwefel	4923	Phosphor	6264

Dagegen stimmt das Brechungsvermögen von Arsenik (2110) nicht mit dem von Stickstoff oder Phosphor.

Dies war das erste Beispiel der *anormalen Dispersion*, eine Erscheinung, die später bei einer grossen Anzahl von Körpern entdeckt wurde.¹⁾

437. Messung der Brechungsexponenten durch totale Reflexion. — *Verfahren von Wollaston.*²⁾ — Wollaston benutzte die Erscheinung der totalen Reflexion (433) zur Messung der Brechungsexponenten. Wenn ein rechtwinkliges Prisma an einer ebenen Fläche des zu untersuchenden Körpers anliegt und der Brechungsindex n dieses Körpers kleiner ist als derjenige des Prismas (N), so tritt an der Trennungsfläche der beiden Medien Totalreflexion ein bei einem Winkel λ , der definirt ist durch

$$\sin \lambda = \frac{n}{N}.$$

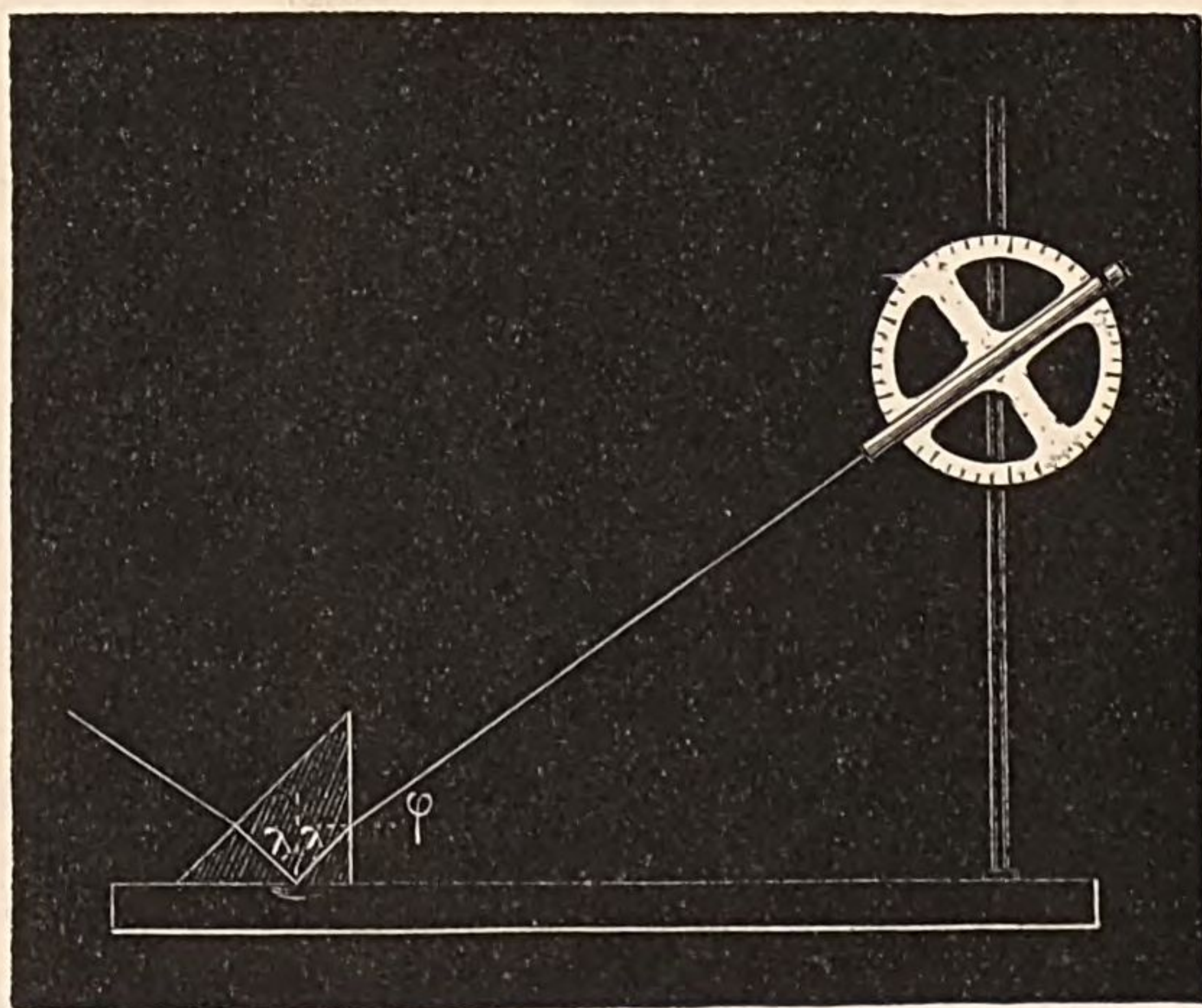


Fig. 365.

Nach dem Brechungsgesetz ist aber die Neigung φ des aus tretenden Strahls (Fig. 365) gegen die Horizontale mit dem Winkel λ durch die Gleichung verbunden

$$\sin \varphi = N \cos \lambda.$$

Man erhält somit

$$n^2 = N^2 - \sin^2 \varphi.$$

¹⁾ Siehe Seite 577 Anm. 1.

²⁾ Wollaston, Phil. Trans. 92, part. II, 365; 1802.

Wenn N bekannt ist, braucht man also nur φ zu messen, um n zu erhalten; mit einem gegebenen Prisma kann man alle zwischen N und $\sqrt{N^2 - 1}$ liegenden Brechungsexponenten bestimmen.

Aus Fig. 365 ist die Versuchsanordnung ersichtlich; den Theilkreis verschiebt man auf dem verticalen Stativ und dreht das Fernrohr, bis der untersuchte Körper plötzlich hell wird; in dieser Stellung schliesst das Fernrohr mit der Horizontalen den gesuchten Winkel ein.¹⁾

Der Hauptvorthail dieser Methode besteht darin, dass nur eine sehr geringe Quantität der Substanz, ein Flüssigkeitstropfen oder ein Bruchstück eines festen Körpers erforderlich ist, wenn dieser eine ebene Fläche besitzt.

Im letzteren Fall benutzt man zur Verbindung des Prismas mit dem Körper eine Flüssigkeit, deren Brechungsindex $\mathfrak{N}$ grösser als n ist.²⁾ Diese Flüssigkeit bildet zwischen dem Prisma und dem Körper eine Schicht mit parallelen Flächen, die man nicht zu berücksichtigen braucht.

Bezeichnet man nämlich mit ω den Grenzwinkel beim Über-

gang von der Flüssigkeit $\mathfrak{N}$ zu dem festen Körper n (Fig. 366), so ist

$$\sin \omega = \frac{n}{\mathfrak{N}}.$$

Dem Winkel ω im Medium $\mathfrak{N}$ entspricht nun ein Winkel φ im Medium N , so dass also gilt

$$\sin \varphi = \frac{\mathfrak{N}}{N} \sin \omega.$$

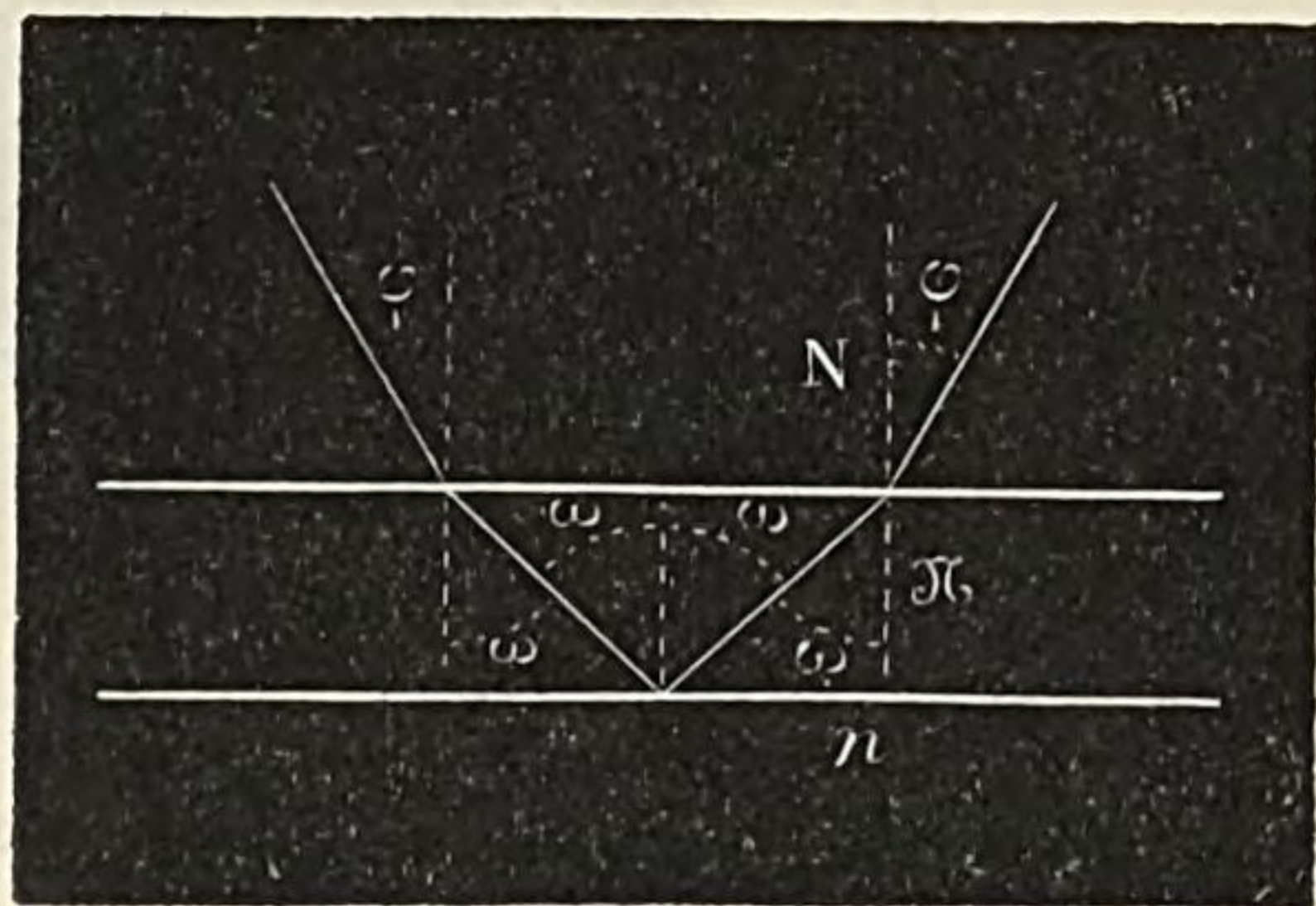


Fig. 366.

¹⁾ Wollaston ersetzte später das Fernrohr durch ein Visir, das an einem Hebelsystem befestigt war. Durch eine Theilung, die auf einem der Arme angebracht war, erhielt man ohne Rechnung den gesuchten Brechungsindex; doch verlor die so vereinfachte Messung dadurch sehr an Genauigkeit.

²⁾ Die gebräuchlichsten Flüssigkeiten sind: Anisöl (1,5573 bei 15,1°, Cassiaöl (1,6065 bei 16,2°), Zimmtöl (1,6188 bei 23,5°), Schwefelkohlenstoff (1,6274 bei 20°); Monobromnaphthalin (1,6585 bei 16,1°); Thoulet'sche Flüssigkeit, Jodquecksilber, gelöst in Jodkalium (1,7167 bei 18° für eine Lösung vom spec. Gewicht 3,1); Jodmethylen (1,755 bei 18°, und bis 1,92, wenn man Phosphor und Jod darin löst).

Man erhält demnach

$$\sin \varphi = \frac{n}{N},$$

d. h. φ ist der zu den Medien N und n gehörige Grenzwinkel.

Verallgemeinerung dieses Verfahrens. — Das rechtwinklige Prisma, welches doch selten genau ist, ersetzt man nach dem Vorgang von

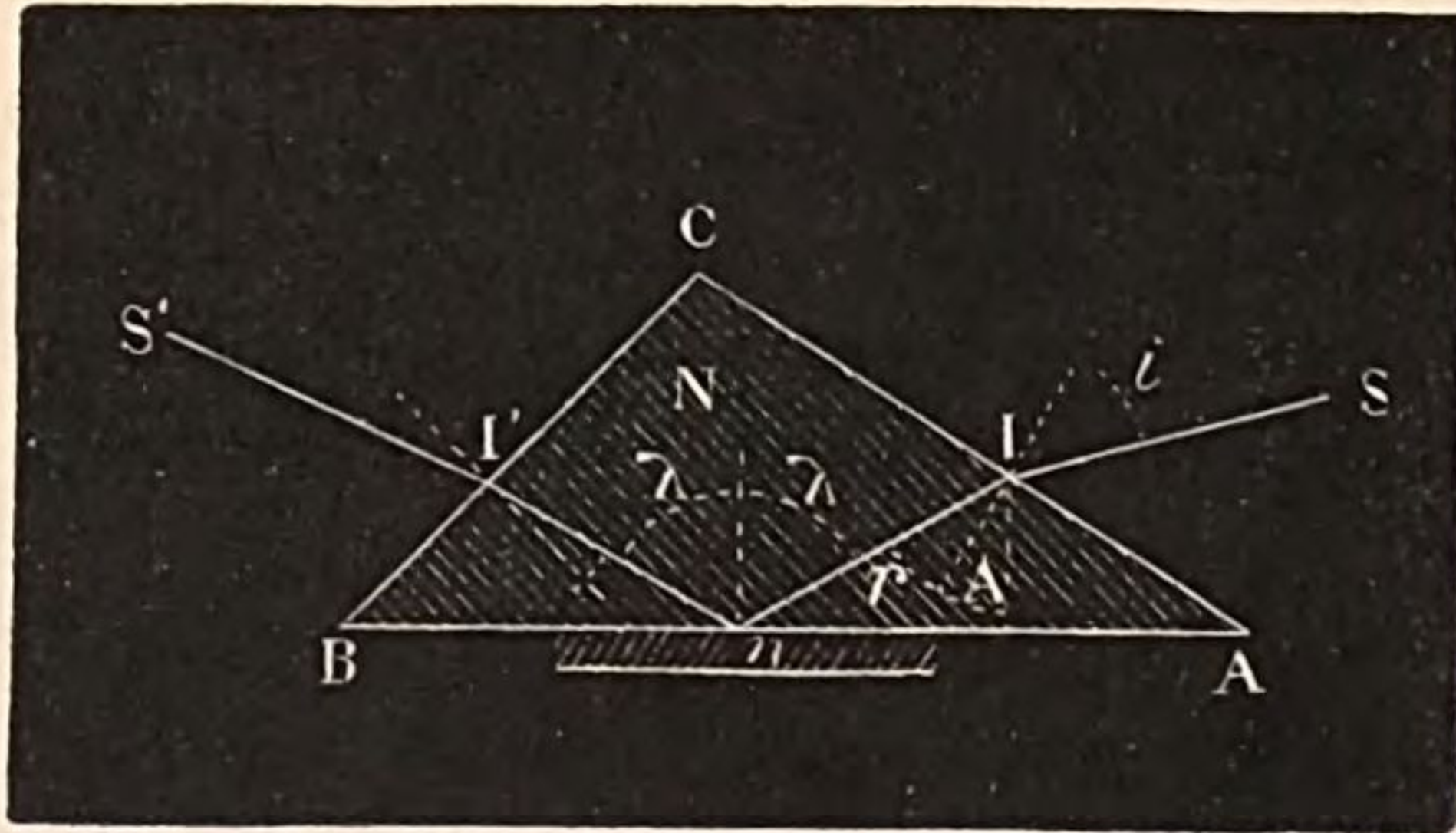


Fig. 367.

Malus¹⁾ mit Vortheil durch ein beliebiges Prisma. Da der Winkel $\lambda = r + A$ ist, so hat man zu setzen

$$\sin(r + A) = \frac{n}{N};$$

ferner ist

$$\sin i = N \sin r,$$

und somit

$$n = \cos A \sin i + \sin A \sqrt{N^2 - \sin^2 i}.$$

Wenn man also N und A kennt, so erhält man aus der Messung i den Brechungsindex n .²⁾

Hat man ein Goniometer zur Verfügung, dessen Fernrohr ein Gauss'sches Ocular besitzt, so lässt man das Bild des Fadenkreuzes in der Fläche AC (Fig. 367) mit dem Fadenkreuz selbst zusammenfallen; das Fernrohr steht dann senkrecht zu AC und der Winkel, um den man dasselbe (bezw. das Prisma) drehen muss, bis man den ersten total reflectirten Strahl erblickt, ist der gesuchte Winkel i .

¹⁾ Malus, Mémoires des savants étrangers 2, 509; 1811.

²⁾ Man kann das Verfahren auch zur Bestimmung von N benutzen, wenn das zweite Medium Luft ist ($n=1$); es wird dann

$$N^2 = \frac{1 - 2 \cos A \sin i + \sin^2 i}{\sin^2 A}.$$

Wenn man kein Gauss'sches Ocular zur Verfügung hat, so stellt man das Fernrohr erst in der Richtung SI , sodann nach $S'I'$ ein, während man die Lichtquelle nach S bringt; auf diese Weise misst man den Winkel

$$\alpha = 180^\circ - C + i + i'.$$

Da zwischen n , B und i' eine analoge Beziehung, wie zwischen n , A und i besteht, so ist n bestimmt, wenn man die Winkel des Prismas kennt.

Die Rechnung vereinfacht sich, wenn $A = B$ und folglich $i = i'$ ist.

Für $A = B = 90^\circ$, $C = 0$, verwandelt sich das Prisma in ein Parallelepiped, (Feussner); in diesem Fall gilt

$$n = \sqrt{N^2 - \sin^2 i},$$

und der Winkel i ist gleich der Hälfte des Complementwinkels von $(SI, S'I') = \alpha$.

Grenzcurve. — Der Übergang von der partiellen zur totalen Reflexion ist stets von einer plötzlichen Veränderung der Intensität begleitet und das Gesichtsfeld wird dabei in zwei Felder von

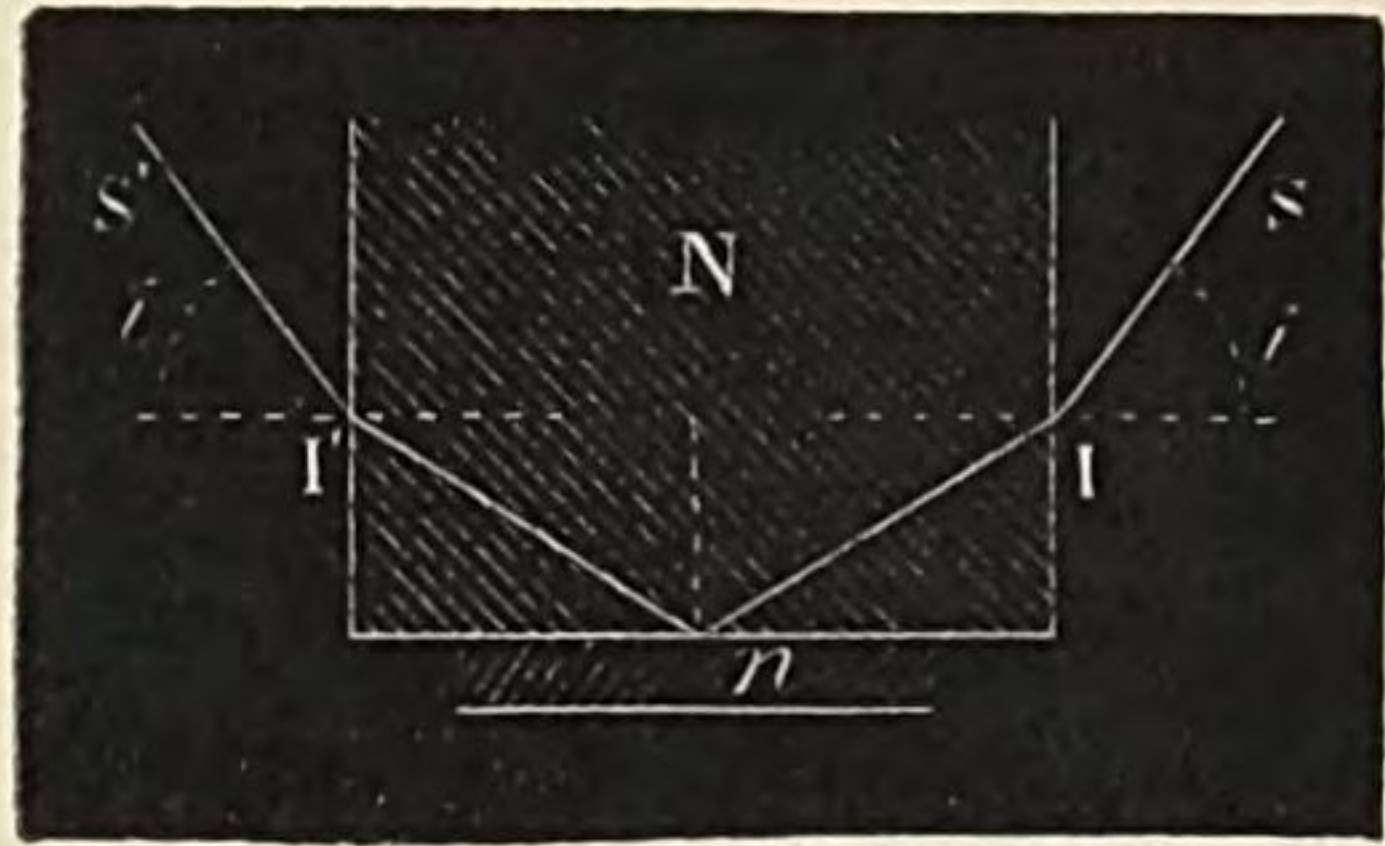


Fig. 368.

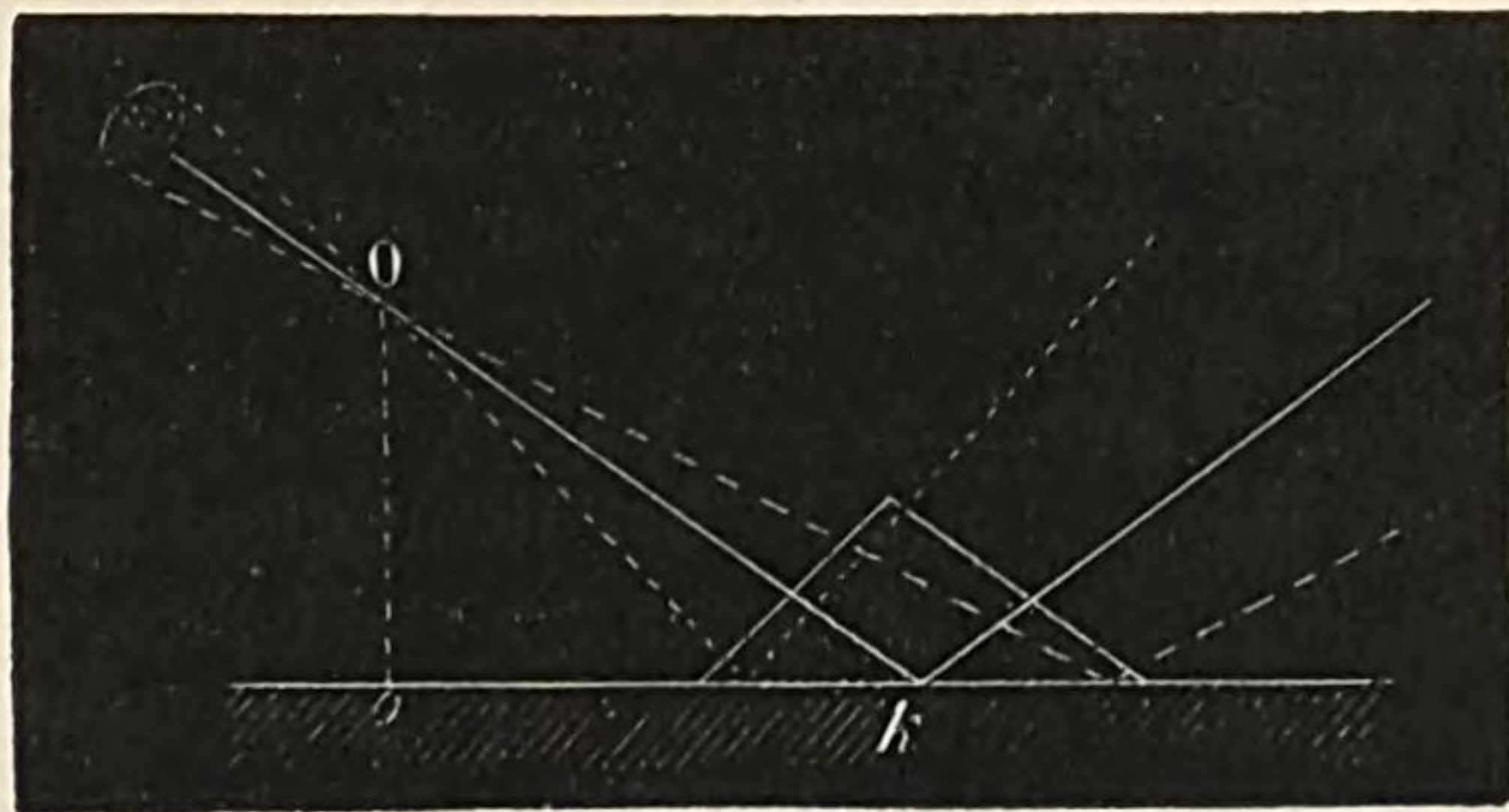


Fig. 369.

sehr verschiedener Helligkeit zerlegt, welche durch die unter dem Grenzwinkel λ reflectirten Strahlen getrennt sind. Wir wollen annehmen, das Auge befinde sich in O (Fig. 369);¹⁾ die Strahlen, welche die Fläche unter einem Winkel $i < \lambda$ treffen, gelangen auf die obere Hälfte der Netzhaut; da sich die Erscheinung im Auge um-

¹⁾ Der Einfachheit halber ist in der Zeichnung die Brechung der Strahlen durch das Glas nicht berücksichtigt.

dreht, wird somit die untere Hälfte des Gesichtsfeldes dunkel, die obere hell erscheinen und die Trennungslinie zwischen diesen beiden Feldern wird durch die Strahlen gebildet, die auf einem Kegelmantel mit der Achse Oo und dem Spitzenwinkel oOk liegen. Diese Grenzlinie, auf die zum erstenmal de Sénarmont¹⁾ aufmerksam gemacht hat, wird also annähernd einen Kreisbogen bilden, dessen Mittelpunkt nach dem dunklen Theil zu liegt. Bei weissem Licht erscheint dieser Bogen farbig umsäumt.

*Apparat von F. Kohlrausch.*²⁾ — Kohlrausch verwerthete die Totalreflexion zur Messung der Brechungsexponenten (von Krystallen) bei seinem *Totalreflectometer* in der Weise, dass er die zu untersuchende Platte nicht an einen festen Körper anlegte, sondern in eine sehr stark brechende Flüssigkeit eintauchen liess. Vermittelst einer Klammer, die mit den nöthigen Vorrichtungen zur Justirung versehen ist und einen auf einem horizontalen Theilkreis verschiebbaren Nonius trägt, wird die Platte in der Flüssigkeit vertical gehalten. Die reflectirende Fläche der Platte wird so ausgerichtet, dass sie möglichst mit der Drehungsachse selbst zusammenfällt. Dann lässt man die Strahlen einer monochromatischen Lichtquelle auf die Platte fallen und visirt danach mit einem festen, horizontalen Fernrohr durch ein in dem Gefäss angebrachtes Fenster. Durch Verschieben der Lampe und Drehen der Platte bringt man totale Reflexion hervor und lässt die Grenzcurve mit dem Schnittpunkt des Fadenkreuzes zusammenfallen. Sodann stellt man die Lichtquelle auf die andere Seite der Platte und bringt die Grenzcurve wieder mit dem Fadenkreuz zur Deckung. Hierzu muss man offenbar die Platte um den Winkel 2λ drehen.

*Refractometer von Soret.*³⁾ — Soret construirte nach demselben Prinzip ein Refractometer, bei dem die Lichtquelle durch einen festen, von der Sonne beleuchteten Collimator gebildet wird. Das Fernrohr ist drehbar und nimmt bei seiner Bewegung gleichzeitig den Krystall mit, der mit ihm durch einen geeigneten Mechanismus derart verbunden ist, dass die reflectirten Strahlen stets in das Fernrohr gelangen. Ausserdem trägt dies Fernrohr ein Prisma *à vision directe* (vgl. S. 500), so dass der Beobachter die Grenzcurve mit jeder Stelle des Spectrums zusammenfallen lassen kann.

¹⁾ de Sénarmont, Comptes rend. 42, 65, und Journal de mathématiques (2) 1, 305; 1856.

²⁾ F. Kohlrausch, Wied. Ann. 4, 1; 1878.

³⁾ Soret, Archives de Genève (3) 9, 5; 1883.

Beobachtung im durchfallenden Licht. — Wenn der Krystall durchsichtig ist und eine planparallele Platte bildet, so kann man die Lichtquelle dem Fernrohr gegenüber stellen, so dass das Licht durch die Platte hindurchgeht. Dann dringen nur diejenigen Strahlen, welche sich innerhalb eines Kegels von dem Spitzenwinkel 2λ befinden, in den Krystall ein. Beim Austritt aus diesem bleiben sie sich selbst parallel und bilden einen Kegel von demselben Winkel, der innen hell und aussen dunkel ist, umgekehrt wie bei den vorhergehenden Apparaten. Die Beobachtung ist leicht auszuführen, aber die Methode kann nur auf sehr dünne Platten angewandt werden, bei denen die durch den Rand austretenden Strahlen keine merkliche Verringerung des Kegelwinkels hervorrufen.¹⁾

Messung der Brechungsexponenten von Flüssigkeiten: Terquem und Trannin,²⁾ E. Wiedemann.³⁾ — Dieselbe Methode lässt sich leicht auf die Messung des Brechungsexponenten einer Flüssigkeit anwenden, indem man entweder eine feste Platte von bekanntem Brechungsexponenten benutzt, oder indem man nach dem Vorgang von Terquem und Trannin, sowie E. Wiedemann zwei Platten anwendet, die durch eine Luftschicht getrennt sind. Es geht dann alles so vor sich, wie wenn die totale Reflexion an der Grenzfläche zwischen Luft und Flüssigkeit zu Stande käme.

*Totalreflectometer von Pulfrich.*⁴⁾ — Pulfrich ist auf die ursprüngliche Methode zurückgegangen und hat derselben einen hohen Grad von Genauigkeit gegeben. Sein Apparat ist hauptsächlich zu mineralogischen Messungen bestimmt, die in allen Azimuthen anzustellen sein müssen; er besteht aus einem sehr stark brechenden, gut geschliffenen Glascylinder ($n_D = 1,7373$), auf welchen die Krystallplatte oder die zu untersuchende Flüssig-

¹⁾ Der Fehler erreicht 5 Einheiten der 4. Decimale, wenn die Dicke $\frac{1}{50}$ der Breite beträgt.

²⁾ Terquem und Trannin, Comptes rend. **78**, 1843; 1874 u. Journ. de physique **4**, 232; 1875.

³⁾ E. Wiedemann, Pogg. Ann. **158**, 375; 1876 u. Archives de Genève **51**, 340; 1874.

⁴⁾ Pulfrich, Wied. Ann. **30**, 193, 317 und 487; 1887 und Journ. de physique (2) **6**, 343; 1887 (Macé de Lépinay). Pulfrich beschreibt seinen Apparat näher in einer Broschüre: Das Totalreflectometer; Leipzig, 1890. — Eine verbesserte Ausführung dieses Instruments ist beschrieben in der Zeitschr. f. Instrumentenk. **15**, 389; 1895. Durch eine Heizvorrichtung ist dasselbe auch zu Messungen in höherer Temperatur geeignet. Auf demselben Princip beruht das Krystallrefractometer von Abbe (Czapski, Zeitschr. f. Instrk. **10**, 246; 1890), welches an Stelle eines Glascylinders eine Halbkugel aus Glas besitzt. — J.

keit gebracht wird. Das zur Winkelmessung dienende Fernrohr ist auf einem getheilten Kreis drehbar und zur grösseren Bequemlichkeit rechtwinklig gebrochen. Die Beleuchtung wird durch Strahlen bewirkt, die symmetrisch zu den austretenden Strahlen einfallen müssen (dies erfordert eine passende Justirung der Lichtquelle) oder einfacher durch Strahlen streifender Incidenz. Die Platte muss dann durchsichtig sein und einen Cylinder bilden;

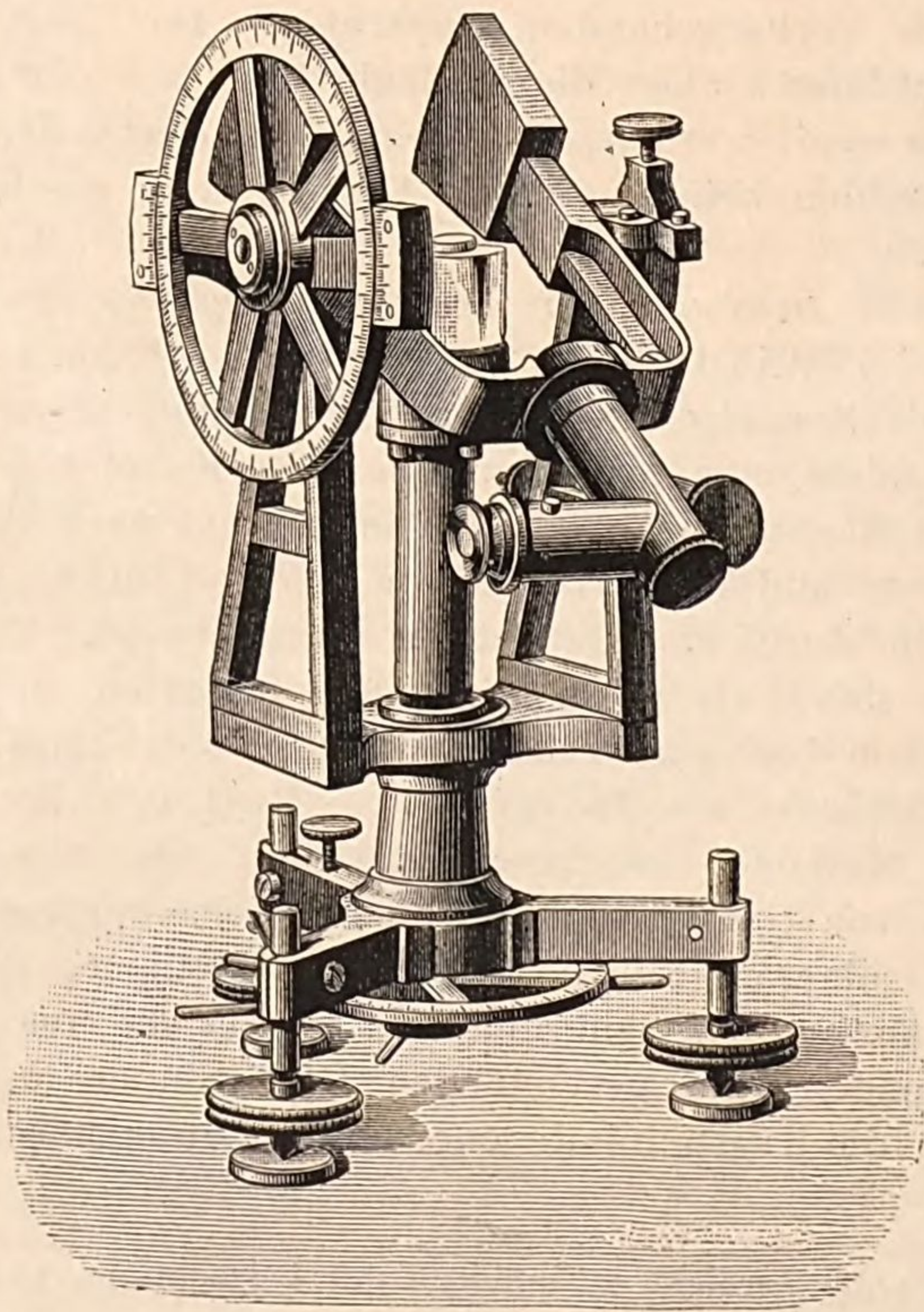


Fig. 370.

hierbei ist die Grenzcurve deutlicher. Im einen wie im anderen Fall wird der Brechungsindex definirt durch die Formel

$$n = \sqrt{N^2 - \sin^2 i};$$

die erreichte Genauigkeit beträgt einige Einheiten der fünften Decimale.

*Refractometer von Bertrand.*¹⁾ — Es sei hier noch der von

¹⁾ E. Bertrand, Bull. de la Soc. minéralogique de France 8, 375 und Journ. de physique (2) 5, 223; 1886 (Dufet).

E. Bertrand konstruirte, für rasche Messungen bestimmte Apparat angeführt. Die Totalreflexion kommt an der ebenen Fläche einer halbkugeligen Linse zu Stande und die Grenzcurve wird in der Brennebene derselben entworfen, in welcher gleichzeitig ein Mikrometer angebracht ist; eine Ocularlupe dient zur Vergrößerung.

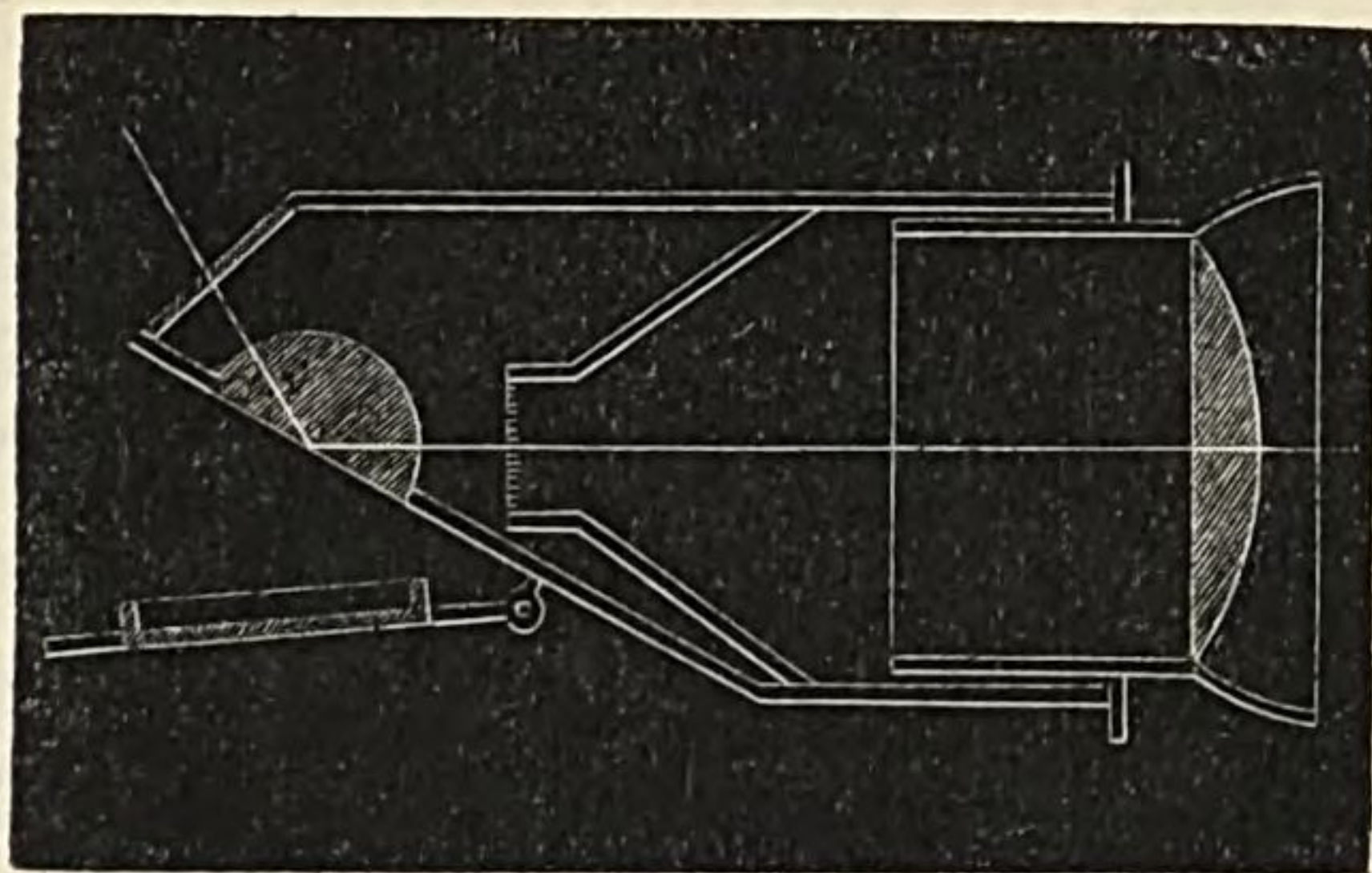


Fig. 371.

Der Apparat ist empirisch getheilt und es genügt eine Lesung, um den Brechungsindex des betreffenden festen Körpers oder der Flüssigkeit bis auf zwei Decimalen zu erhalten.¹⁾

438. Messung der Brechungsexponenten planparalleler Platten. — *Verfahren von Chaulnes.*²⁾ — Das vom Herzog von Chaulnes angegebene Verfahren zur raschen Bestimmung des Brechungsexponenten einer durchsichtigen Platte kann ebenfalls manchmal mit Vorthail Anwendung finden. Man bringt die Platte auf den Objectträger eines Mikroskops und misst die Strecke, um welche man den Tubus verschieben muss, um nach einander die Staubtheilchen auf der oberen und der unteren Fläche der Platte deutlich zu sehen. Der Brechungsexponent (423) ist gleich dem umgekehrten Verhältniss der scheinbaren Dicke, welche durch diese Strecke gemessen wird, zu der direct gemessenen wirklichen

¹⁾ Ein sehr bequemes Instrument zur schnellen annähernden Bestimmung der Brechungsexponenten von festen Körpern und Flüssigkeiten ist das Abbe'sche Refractometer (Abbe, Sitz.-Ber. d. Jenaer Ges. f. Med. u. Naturw. 1879, 21. Febr., und Apparate zur Bestimmung des Brechungsvermögens, Jena 1874). Die Scala dieses Instruments ist empirisch graduirt und gestattet eine directe Ablesung der Brechungsexponenten. Ausserdem kann man noch die Dispersion der betreffenden Substanz auf einfache Weise bestimmen. — J.

²⁾ Duc de Chaulnes, Mém. de l'Acad. des sciences (Histoire de l'Acad. 1767) 423.

Dicke.¹⁾ Der Versuch ist leicht auszuführen, wenn das Mikroskop eine Mikrometerschraube mit getheilter Trommel besitzt.

*Modification von Bertin.*²⁾ Man kann auch ohne Mikrometerschraube auskommen, wenn man auf die folgende, von Bertin angegebene Weise verfährt. Auf die zu untersuchende Platte bringt man eine Mikrometer-Scala und stellt das Mikroskop darauf ein, nachdem das Ocular weit ausgezogen ist; die Scala erscheint dann unter einer gewissen Vergrößerung G . Legt man nun die Scala unter die Platte, ohne das Objectiv zu verstellen, so muss man das Ocular verschieben, um das Bild wieder deutlich zu sehen, und es erscheint nun unter einer geringeren Vergrößerung γ . Schliesslich entfernt man die Platte und betrachtet die Scala direct, wozu man von neuem das Ocular verschieben muss; dann sieht man das Bild in einer noch kleineren Vergrößerung g . Aus diesen drei Vergrößerungen bestimmt man den Brechungsindex nach der Formel

$$n = \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{G - g}{G - \gamma}.$$

Diese Methode ist indessen wenig genau.

439. Resultate. — Die Messungen der Brechungsexponenten haben nicht allein zu Zahlen von bedeutender praktischer Wichtigkeit geführt, sondern auch zu theoretisch wichtigen Ergebnissen. Man kann nämlich das *specifische Brechungsvermögen* (brechende Kraft oder Refractionsconstante) für alle Zustände eines jeden Körpers als constant betrachten. Bezeichnet d die Dichte, so ist diese Constante nach Newton $\frac{n^2 - 1}{d}$, nach Gladstone³⁾ $\frac{n - 1}{d}$, nach Lorentz und Lorenz⁴⁾ $\frac{n^2 - 1}{(n^2 + 2)d}$.

*Gase.*⁵⁾ — Für die Gase sind diese drei Grössen annähernd

¹⁾ Man versuchte auch, den Brechungsexponent einer Platte durch die Verschiebung zu messen, welche ein Strahl durch dieselbe erleidet. Diese Methode wurde von Bernard, dann von Pichot angewandt. (Siehe Desains, *Leçons de physique* 2, 317.)

²⁾ Bertin, *Ann. de chim. et de phys.* (3) 26, 288; 1849.

³⁾ Gladstone und Dale, *Phil. Trans.*; 1858—1863. — Landolt, *Pogg. Ann.* 117 u. 122; 1862—1864.

⁴⁾ Lorentz, *Wied. Ann.* 9, 641; 1880. — Lorenz, *Wied. Ann.* 11, 70. — Prytz, *ibid.* 104; 1880.

⁵⁾ Ausserdem wurden die Gase nach der Interferenz-Methode untersucht von Arago und Fresnel, Jamin, Mascart und von anderen Ge-

einander proportional;¹⁾ jede kann als eine charakteristische Constante des Gases betrachtet werden.²⁾

Man erhält also für die Abhängigkeit von Druck und Temperatur, soweit das Mariotte-Gay-Lussac'sche Gesetz gilt,³⁾

$$n - 1 = (n_0 - 1) \frac{p}{760(1 + \alpha t)}.$$

In der folgenden Tabelle ist der mittlere Brechungsindex für eine Temperatur von 0° und einen Druck von 760 mm nach Mascart⁴⁾ angegeben.

Luft	1,000 2925	Acetylen	1,000 607
Stickstoff	298	Schwefflige Säure	704
Sauerstoff	271	Cyngas	822
Wasserstoff	139	Wasserdampf	257
Kohlenoxyd	335	Chlor	770
Kohlensäure	454	Brom	1 127
Stickoxydul	516	Alkohol	881
Stickoxyd	297	Äther	1 507
Methylen	442	Chloroform	1 457
Aethylen	720	Schwefelkohlenstoff	1 478

Ketteler⁵⁾ und Lorenz⁶⁾ bestimmten die Brechungsexponenten

lehrten. Die Resultate werden weiter unten mitgeteilt. (Arago, Oeuvres 10, 298 u. 312. — Jamin, Ann. de chim. et de phys. (3) 59, 282; 1860. — Mascart, Ann. de l'École normale (2) 6, 9; 1877.)

¹⁾ Wenn n nahe gleich 1 ist, so wird annähernd $n - 1 = \frac{1}{2}(n^2 - 1)$ und $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{1}{3}(n^2 - 1) = \frac{2}{3}(n - 1)$.

²⁾ Chappuis und Rivière untersuchten Luft bei 21° von 0 bis 20 Atmosphären; Kohlensäure bei 21° von 0 bis 19 Atmosphären; Cyngas zwischen 0° und 31° von 1 bis 4 Atmosphären, wobei sie gleichzeitig den Brechungsindex und die Dichte bestimmten. Sie fanden, dass bei allen drei Gasen, deren physikalische Eigenschaften bei gewöhnlicher Temperatur sehr verschieden sind, das Gesetz $\frac{n - 1}{d} = \text{Const.}$ genau erfüllt wird. (Chappuis und Rivière, Ann. de chim. et de phys. (6) 14, 5; 1888.)

³⁾ Benoît wies nach, dass bei der Luft die Abhängigkeit der Grösse n von der Temperatur zwischen 0° und 80° genau durch den Ausdehnungscoefficient dargestellt wird. (R. Benoît, Trav. et Mém. du Bureau international des poids et mesures 6; 1888; und Journ. de physique (2) 8, 451.)

⁴⁾ Mascart, Annuaire du Bureau des longitudes für 1891, 590.

⁵⁾ Ketteler, Farbenzerstreuung der Gase; Bonn 1865 und Pogg. Ann. 124, 390; 1865.

⁶⁾ Lorenz, Wied. Ann. 11, 70; 1880.

einiger Gase für verschiedene Wellenlängen. Es seien hier die Mittelwerthe ihrer Resultate für Luft mitgetheilt:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1,000	291 10	291 71	292 03	292 89	293 50	294 98	296 80	298 28

Die Dispersion $n_E - n_C$ von Wasserstoff ist: 0,00000128,
 von Kohlensäure 304,
 von schwefliger Säure 866,
 von Cyangas 944.

Die Formel von Cauchy

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

stellt schon in ihren ersten beiden Gliedern $A + \frac{B}{\lambda^2}$ die Beobachtungen vollständig dar.

Es wurde bereits erwähnt, dass Joddampf eine anomale Dispersion besitzt; seine Brechungsexponenten sind bei 700° im Roth (C) $n_r = 1,00205$ und im Violett (G) $n_v = 1,00192$; dies bedeutet ein negatives Dispersionsvermögen, $\frac{n_v - n_r}{n_r - 1} = -0,06$, das sehr nahe gleich dem positiven Dispersionsvermögen des Flintglases ist.¹⁾

Flüssigkeiten. — Gesetz von Gladstone. — Bei den Flüssigkeiten²⁾ scheint das Gesetz von Gladstone

$$\frac{n - 1}{d} = \text{Const.}$$

genau die Abhängigkeit vom Druck, aber nur angenähert die Abhängigkeit von den Temperaturveränderungen darzustellen.

¹⁾ Hurion, Recherches sur la dispersion anormale (Dissertation); 1877; und Journ. de Phys. 7, 181; 1878. — Kundt, Wied. Ann. 10, 321; 1880, beobachtete bei Natriumdampf ebenfalls anomale Dispersion. — J.

²⁾ Wenn ein Körper aus dem gasförmigen in den flüssigen Zustand übergeht, so bleibt die brechende Kraft annähernd constant. Lorenz und Prytz untersuchten in diesen beiden Zuständen 15 Körper der organischen Chemie (ausserdem noch Wasser und Schwefelkohlenstoff) und fanden trotz der grossen Dichteänderung, welche mit der Zustandsänderung Hand in Hand geht, dass die brechende Kraft oder besser noch die Refractionsconstante (bis auf etwa 5%) unverändert bleibt. Dies Resultat wurde auch von Bleekrode bestätigt, der die Untersuchungen auf die meisten verflüssigbaren Gase ausdehnte. (Bleekrode, Journ. de physique (2) 4, 109; 1885.)

Bei steigender Temperatur nimmt gleichzeitig mit der Dichte auch der Brechungsindex ab, aber stets etwas rascher, als es nach dem obigen Gesetz der Fall sein müsste.¹⁾

Neuere Versuche von Quincke²⁾ mit verschiedenen Flüssigkeiten, und besonders die mit Wasser, haben gezeigt, dass der nach dem Gladstone'schen Gesetz aus den Veränderungen des Brechungsindex mit dem Druck abgeleitete Compressibilitäts-Coefficient für alle Farben fast genau mit dem direct gemessenen übereinstimmt. So findet er für den Compressibilitäts-Coefficienten des Wassers bei 22,9° die Zahl 0,00004563 an Stelle von 0,00004575 (Grassi).

Die Veränderung des Brechungsindex mit der Temperatur ist für Wasser in der folgenden Tabelle zusammengestellt; dieselbe bezieht sich auf die *D*-Linie.³⁾ Wie Jamin es vorausgesagt hatte, ist der Durchgang durch das Dichtemaximum (4°) mit keiner Unstetigkeit verbunden.

¹⁾ Dufet, Journ. de physique (2) 4, 477; 1885.

²⁾ Quincke, Wied. Ann. 19, 401; 1883 und 44, 774; 1891. Vgl. Zehnder, ibid. 34, 91; 1888. — Die Versuche von Röntgen und Zehnder (Wied. Ann. 44, 24; 1891) zeigen, dass die Abhängigkeit des Brechungsvermögens von der Dichte im Allgemeinen durch die angegebenen Formeln nicht gut wiedergegeben wird. — J.

³⁾ Die Brechungsquotienten des Wassers bei verschiedenen Temperaturen und für verschiedene Strahlen sind von zahlreichen Beobachtern untersucht worden: Fraunhofer, Denkschriften d. k. Acad. d. Wiss. zu München 5, 193; 1817. — Jamin, Compt. rend. 43, 1191; 1856. — Gladstone u. Dale, Phil. Trans. 148, 887; 1858. — Landolt, Pogg. Ann. 117, 353; 1862. — Müttrich, Pogg. Ann. 121, 398; 1864. — Fouqué, Ann. de l'Observ. de Paris 9; 1867. — Baille, Compt. rend. 114, 1029; 1867. — Rühlmann, Pogg. Ann. 132, 1 u. 177; 1867. — Wüllner, Pogg. Ann. 133, 1; 1868. — Van der Willigen, Arch. du Musée Teyler 2, 199; 1869. — Sieben, Wied. Ann. 8, 137; 1879. — Lorenz, Wied. Ann. 11, 70; 1880. — Prytz, Wied. Ann. 11, 104; 1880. — Damien (Dissertation), Ann. de l'Ecole Norm. (2) 10, 233; 1881. — Dufet, Bulletin de la Soc. minéral. 8; 1885. — Pulfrich, Wied. Ann. 34, 326; 1888. — Die Resultate dieser Messungen finden sich in den Tafeln von Landolt und Börnstein (Physik.-chem. Tab.; Berlin, Springer, 1883, neue Auflage 1894) und in der Abhandlung von Dufet (l. c.). Wir haben für die Brechungsexponenten von 0° bis 50° die von Dufet, von 50° bis 100° die von Rühlmann angegebenen Werthe und für die Dichte die von Rosetti angenommenen Zahlen gewählt.

t	n_D	$\frac{n_D - 1}{d}$	t	n_D	$\frac{n_D - 1}{d}$
0°	1,33397	0,33401	15°	1,33333	0,33362
1	96	398	20	292	50
2	94	95	25	242	39
3	92	92	30	185	27
4	89	89	40	049	03
5	86	86	50	1,32896	0,33289
6	82	83	60	713	66
7	78	80	70	505	38
8	74	78	80	287	19
9	69	76	90	066	10
10	64	73	100	(1,31853)	(0,33227)

Die Dispersion des Wassers ist aus den folgenden, auf 20° bezogenen Zahlen (Dufet) ersichtlich:

B	C	D	E	F	h
1,33 038	109	292	512	701	1,34 208

Diese Zahlen lassen sich sehr gut durch die Formel von Briot darstellen,

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} - D\lambda^2,$$

die allgemeiner ist, als die Cauchy'sche Formel.

Die übrigen Flüssigkeiten geben ähnliche Resultate. So findet Landolt für rothes Licht:

	t	d	n_C	$\frac{n_C - 1}{d}$ ¹⁾
Äthylalkohol .	{ 12°	0,8054	1,3638	0,4426
	{ 28	0,7917	1,3574	0,4423
Amylalkohol .	{ 16	0,8151	1,4073	0,4996
	{ 26	0,8075	1,4034	0,4995
Bittermandelöl	{ 16	1,0496	1,5412	0,5156
	{ 26	1,0401	1,5361	0,5154

Bei stark dispergirenden Flüssigkeiten treten indess für kürzere Wellenlängen Unterschiede auf. Die von Dale und Gladstone ausgeführten Messungen der Brechungsexponenten ergeben z. B. unter Berücksichtigung der von I. Pierre für die Dichte angegebenen Werthe:

	t	d	n_A	$\frac{n_A - 1}{d}$	n_D	$\frac{n_D - 1}{d}$	n_H	$\frac{n_H - 1}{d}$
Schwefel-	{ 10°	1,2785	1,6144	0,4806	1,6346	0,4964	1,7081	0,5538
kohlenstoff	{ 30	1,2485	1,5995	0,4802	1,6182	0,4952	1,6896	0,5524

¹⁾ Die Grösse $\frac{n_C^2 - 1}{d}$ ist weniger constant.

Dale und Gladstone sahen sich deshalb veranlasst, nicht den Brechungsindex n , sondern die Dispersionsconstante A in Betracht zu ziehen. Sie setzten

$$\frac{A-1}{d} = \text{Const.}$$

Die von ihnen gefundenen Zahlen zeigten noch einige Abweichungen von den Landolt'schen Werthen, was daher rühren konnte, dass sie nicht dieselben Proben untersuchten, welche I. Pierre und Kopp zur Messung der Dichte gedient hatten. Rühlmann und Wüllner nahmen deshalb neue Untersuchungen vor, bei denen sie für jede Flüssigkeit gleichzeitig den Brechungsindex und die Dichte bei verschiedenen Temperaturen bestimmten; sie gelangten beide zu dem Resultat, dass das Gesetz nur angenähert gilt.¹⁾

Trotzdem ist das Gesetz von Werth.

Die brechende Kraft bleibt nämlich in Gemischen und sogar

¹⁾ Im Folgenden seien die von Wüllner erhaltenen Resultate mitgetheilt (die Wellenlängen sind ausgedrückt in zehntausendstel Millimeter: $\lambda_D = 5,892$).

Gesättigte Lösung von Zinkchlorür (100 Th. Wasser, 254,7 Th. Chlorür) zwischen 20° und 40°:

$$n_\lambda = 1,494538 - 0,0002857t + \frac{0,633266 - 0,0001007t}{\lambda^2}$$

$$d = 1,96816 - 0,001153t \quad \frac{A-1}{d} = 0,25126 + 0,0000028t.$$

Glycerin, fast wasserfrei, zwischen 15° und 35°:

$$n_\lambda = 1,454262 - 0,0002683t + \frac{0,404553 - 0,0000669t}{\lambda^2}$$

$$d = 1,25073 - 0,000635t \quad \frac{A-1}{d} = 0,36325 - 0,0000310t.$$

Alkohol zwischen 15° und 35°:

$$n_\lambda = 1,36086 - 0,000384t + \frac{0,325707 - 0,0002008t}{\lambda^2}$$

$$d = 0,81281 - 0,00085t \quad \frac{A-1}{d} = 0,44396 - 0,0000082t.$$

Schwefelkohlenstoff zwischen 7° und 24°:

$$n_\lambda = 1,601500 - 0,0007539t + \frac{1,170258 - 0,0005956t}{\lambda^2} + \frac{10,09856 - 0,0229000t}{\lambda^4}$$

$$d = 1,29366 - 0,001506t \quad \frac{A-1}{d} = 0,46496 - 0,0000424t.$$

in Verbindungen fast ungeändert,¹⁾ so dass sich die brechende Kraft einer (organischen) Verbindung aus derjenigen der Elemente nach dem einfachen Mischungsgesetz berechnen lässt.²⁾

Sie ist deshalb gleich gross bei isomeren Verbindungen, ferner bei Gemischen oder Verbindungen von derselben procentischen Zusammensetzung.³⁾

¹⁾ Berthelot, Ann. de chim. et de phys. (3) 48; 1856. — Schrauff, Pogg. Ann. 126, 344; 1865. — Haagen, Pogg. Ann. 131, 117; 1867. — Gladstone und Dale, Phil. Mag. (4) 39, 232; 1870.

²⁾ Die Regel lässt sich im Allgemeinen gut anwenden bei Gemischen organischer Flüssigkeiten (Wüllner fand genaue Übereinstimmung bei Gemischen von Alkohol und Glycerin), ebenso bei sehr verdünnten Salzlösungen. In den meisten Fällen jedoch liegen die Dinge weniger einfach. So findet van der Willigen für die Brechungsexponenten verschiedener Hydrate der Schwefelsäure bei 18,3° für die *D*-Linie (*p* sind die Gewichtstheile Säure auf 100 Theile des Gemisches):

<i>p</i>	<i>n</i>	<i>p</i>	<i>n</i>	<i>p</i>	<i>n</i>
0	1,33327	30,10	1,37009	85,98	1,43807
0,1	1,33382	56,25	1,40308	88,97	1,43669
4,46	1,33862	71,97	1,42466	94,72	1,43163
19,08	1,35630	81,41	1,43596		

Der Brechungsindex wächst bis zu dem Hydrat $\text{SO}_3, 2\text{H}_2\text{O}$ ($p=84,1$) und nimmt dann wieder ab.

³⁾ Es mögen hier einige Beispiele nach Landolt Platz finden:

1. Isomere Verbindungen:

	<i>d</i>	<i>n_C</i>	$\frac{n_C - 1}{d}$
$\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_2$ { Propionsäure	0,9963	1,3846	0,3860
Essigsäure-Methyläther	0,9053	1,3592	0,3967
Ameisensäure-Äthyläther	0,9078	1,3580	0,3944
$\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$ { Buttersäure	0,9610	1,3955	0,4116
Essigsäure-Äthyläther	0,9021	1,3705	0,4110
$\text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2$ { Valeriansäure	0,9313	1,4022	0,4319
Buttersäure-Methyläther	0,8976	1,3869	0,4311
Capronsäure	0,9252	1,4116	0,4449
$\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_2$ { Valeriansäure-Methyläther	0,8809	1,3927	0,4458
Buttersäure-Äthyläther	0,8906	1,3940	0,4424
Ameisensäure-Amyläther	0,8816	1,3959	0,4491

2. Mischungen oder Verbindungen von derselben procentischen Zusammensetzung:

$\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$	Essigsäure	1,0514	1,3699	—
$\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$	Buttersäure	0,9610	1,3955	—
$\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_2$	Gemisch	0,9930	1,3851	0,3878
$\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_2$	Propionsäure	0,9963	1,3856	0,3860
$\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_2$	Propionsäure	0,9963	1,3856	—
H_2O	Wasser	1	1,3311	—
$\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3$	Gemisch	1,0220	1,3856	0,3775
$\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$	Äthylalkohol	0,8011	1,3605	—
CH_2O_2	Ameisensäure	1,2211	1,3693	—
$\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3$	Gemisch	0,9602	1,3610	0,3760
CH_4O	Methylalkohol	0,7964	1,3279	—
$\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$	Essigsäure	1,0514	1,3699	—
$\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3$	Gemisch	0,9606	1,3594	0,3741
$\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3$	Glycerin	1,2615	1,4706	0,3731

Zu erwähnen sind auch noch die Beobachtungen von Doumer (Compt. rend. 1890) über die Metallsalze.

Wenn man das Brechungsvermögen mit dem Äquivalentgewicht multiplicirt, erhält man die *Molecular-Refraction*, und man kann den Satz aufstellen, dass die Molecular-Refraction einer Verbindung gleich ist der Summe der Atom-Refractionen ihrer Bestandtheile. Doch gilt dieser Satz nur angenähert.

Ohne in eine Discussion der Schwierigkeiten näher einzugehen, die von dem Einfluss der Werthigkeit herrühren, seien hier die Brechungs-Äquivalente r der Hauptelemente nach Haagen¹⁾ angeführt:

	p	$\frac{n-1}{d}$	r		p	$\frac{n-1}{d}$	r
H	1	1,300	1,3	O	16	0,1875	3
Cl	35,5	0,2758	9,8	S	32	0,5009	16
Br	80	0,1918	15,3	N	14		4,1 (Gladstone)
J	127	0,1958	25	C	12	0,4167	5

Die folgende Tafel enthält die Brechungsexponenten mehrerer Flüssigkeiten für verschiedene Wellenlängen, nach Baden Powell, Gladstone und Dale, van der Willigen, Kundt.²⁾

	A	B	C	D	E	F	G	H	
Schwefelkohlenstoff (15°)	1,6114	1,6177	1,6209	1,6303	1,6434	1,6554	1,6779	1,7035	G.D.
Benzin (15°)	1,4905	1,4939	1,4955	1,5002	1,5066	1,5124	1,5234	1,5329	K.
Terpentinöl (20,7°)	1,4663	1,4682	1,4693	1,4721	1,4759	1,4793	1,4857	1,4913	W.
Chloroform (10°)	1,4438	1,4457	1,4466	1,4490	1,4526	1,4555	1,4614	1,4661	G.D.
Alkohol (15°)	1,3600	1,3612	1,3621	1,3638	1,3661	1,3683	1,3720	1,3751	G.D.
Äther (15°)	1,3529	1,3545	1,3554	1,3566	1,3590	1,3606	1,3646	1,3683	G.D.
Holzgeist (15°)	1,3290	1,3302	1,3308	1,3326	1,3344	1,3362	1,3384	1,3421	K.
Anisöl (15°)	—	1,5487	1,5508	1,5573	1,5659	1,5744	1,5912	1,6084	P.
Kassiaöl (15°)	—	1,5659	1,5690	1,5780	1,5905	1,6029	—	—	K.
Zimmtöl (23,5°)	1,5967	1,6038	1,6077	1,6188	1,6348	1,6508	—	—	W.

Ferner sei noch an die schon früher erwähnten, stark brechenden Flüssigkeiten erinnert (437, S. 559 Anm. 2).

Feste Körper. — Bei den festen Körpern verändert sich der Brechungsindex sehr viel weniger mit der Temperatur, als die

¹⁾ Einige Zahlen mögen den Genauigkeitsgrad des Gesetzes zeigen.

	r			r	
	beobachtet	berechnet		beobachtet	berechnet
Methylalkohol	13,17	13,20	Aldehyd	18,58	18,20
Äthylalkohol	20,70	20,80	Äther	36,26	36,00
Propylalkohol	28,30	28,40	Glycerin	34,32	34,40
Butylalkohol	36,11	36,00	Milchsäure	31,81	31,80
Amylalkohol	43,89	43,60	Wasser	5,96	6,12

²⁾ Baden Powell, Pogg. Ann. 69, 110; 1846. — Gladstone und Dale, Phil. Trans. 148, 887; 1858 und 153, 317; 1863; sowie Phil. Mag. (4) 17, 222; 1859; und 26, 484; 1863. — Van der Willigen, Arch. du musée Teyler 1, 161; 2, 222 und 3, 15; 1868—1870. — Kundt, Wied. Ann. 4, 34; 1878.

Dichte; daher bleibt das Brechungsvermögen bei verschiedenen Temperaturen nicht constant.¹⁾

Im Allgemeinen wächst der Brechungsindex mit zunehmender Temperatur; beim Crownglas bleibt er constant, beim Flussspath wird er kleiner.

Die folgende Tafel enthält die von Fizeau²⁾ für einige isotrope Körper gefundenen Zahlen. Die dabei von ihm angewandte, sehr genaue Methode, auf die wir schon öfter hinwiesen, wird später auseinandergesetzt werden. Im Folgenden bedeutet d , wie gewöhnlich, die Dichte, k den cubischen Ausdehnungscoefficienten, n_D den Brechungsindex für die D-Linie und α den Temperaturcoefficienten des Brechungsindex:

$$(n_D)_t = (n_D)_o (1 + \alpha t).$$

	d	k	n_D	α
Glas von St. Gobain (19,1°—81,3°) . . .	2,438	0,00002584	1,5033	0,00000108
„ „ „ „ andere Sorte (18°—55°)	2,514	2584	1,528	065
Crownglas Maës mit Zinkoxyd (18°—60,5°)	2,626	255	1,5204	000
Gewöhnl. Flintglas (13,4°—60,75°) . . .	3,584	243	1,6112	163
Schweres Flintglas (20°—53°)	4,14	198	1,682	408
Flussspath (22°—55°)	3,2	621	1,435	—0,00000949

¹⁾ Trotzdem ist es nicht ohne Nutzen, diese Grösse zu berücksichtigen. So findet Hurion bei der Berechnung des Brechungscoefficienten von festem Jod aus demjenigen seines Dampfes nach dem Gladstone'schen Gesetz: im rothen Theil des Spectrum 1,89, im blauen 1,83.

Vergleicht man andererseits die Brechungsquotienten einer Lösung von Jod in 50 Theilen Schwefelkohlenstoff mit den Brechungsquotienten des Lösungsmittels und nimmt man an, dass das Brechungsvermögen eines Gemisches gleich der Summe der Brechungsvermögen seiner Bestandtheile ist, so erhält man für die Brechungsexponenten des festen Jod: im Roth 2,07 und im Blau 1,98. Diese Zahlen kommen den oben angeführten ziemlich nahe.

Nach Damien besteht kein beträchtlicher Unterschied zwischen dem Brechungsvermögen des flüssigen und dem des festen Phosphors bei derselben Temperatur. Aus seinen Versuchen ergibt sich

t	$\frac{A - 1}{d}$	
	fest	flüssig
29,2°	0,561 707	0,561 718
34,7	623	567
37,5	601	541

Die Unterschiede sind gering und liegen innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler.

Vgl. auch die Untersuchungen von Pulfrich (Wied. Ann. 45, 607; 1892) über die Änderung des Absorptionsvermögens mit der Temperatur, welche neben der Dichteänderung bei festen Körpern in Rücksicht gezogen werden muss. — J.

²⁾ Fizeau, Ann. de chim. et de phys. (3) 66, 429; 1862.

Die Resultate für doppelbrechende Substanzen lassen wir vorläufig bei Seite.

Dufet¹⁾ zeigte, dass der Brechungsindex von Gemischen isomorpher Salze wie bei Flüssigkeitsgemischen berechnet werden kann. Andererseits folgt aus den Messungen, die Soret²⁾ mit Hülfe seines Refractometers an Alaunen anstellte, dass der Brechungsindex für verschiedene Basen fast constant ist, mit Ausnahme der Caesium-Alaune.³⁾ Das spezifische Brechungsvermögen der Elemente bleibt also innerhalb gewisser Grenzen constant. Dies hat schon Newton unbewusst empfunden; denn er zog aus seinen Beobachtungen, dass die stark brechenden Körper im Allgemeinen leicht brennbar sind, den kühnen Schluss, dass der Diamant verbrennbar sein müsse.

Im Folgenden sind die Brechungsexponenten der gangbarsten Gläser und einiger isotroper Substanzen⁴⁾ angegeben.

	A	B	C	D	E	F	G	H
Crownglas No. 13 . . .	—	1,524312	1,525279	1,527982	1,531372	1,534337	1,539908	1,544684
Flintglas No. 13 . . .	—	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062
							Fraunhofer (1814—15)	
Glas von St. Gobain .	—	1,44600	1,44711	1,44979	1,45290	1,45657	1,46238	1,52073 (?)
Flintglas von Guinand	—	1,61440	1,61605	1,62090	1,62730	1,63314	1,64432	1,65421
„ „ Faraday	—	1,7049	1,7070	1,7144	1,7234	1,7320	1,7486	1,7637
							Dutirou (1850)	

¹⁾ Dufet, Journ. de physique 7, 325; 1878.

²⁾ Soret, Arch. de Genève 12, 13, 14, 20; 1884—1888.

³⁾ Ähnliche Fälle finden sich bei den doppelbrechenden Körpern (Dufet, Journ. de physique (2) 6. 301; 1887).

⁴⁾ Dufet hat in dem ersten Theil des von der Société française de physique veröffentlichten Bandes: „Constantes“, für alle untersuchten Körper die genauesten Angaben über die Brechungsexponenten zusammengestellt.

Die Messungen der Brechungsexponenten sind auch auf das Ultraroth und Ultraviolett ausgedehnt worden. Vgl. die Arbeiten von Mascart (Ann. de l'école 1, 263; 1864 und 4, 7; 1867), Soret (Ann. de Chim. et de Phys. 11, 72; 1875), Sarasin (Arch. des sciences phys. 10, 303; 1887) für das Ultraviolett, und von Mouton (Compt. rend. 1879; 1078 u. 1189), Langley (Wied. Ann. 27, 598; 1884), Rubens (Wied. Ann. 45, 238; 1892) für Ultraroth. Neuerdings ist es Schumann (Wien. Ber. vom 10. Nov. 1892) gelungen, mit Hülfe eines evacuirten Spectrometers mit Flussspathlinsen die Messungen im Ultravioletten bis zur Wellenlänge von $0,1 \mu$ auszudehnen. Andererseits sind Rubens und Snow (Wied. Ann. 46, 525; 1892) für Flusspath, Steinsalz und Sylvin im Ultraroth bis zu einer Wellenlänge von $8,3 \mu$ gelangt, in neuerer Zeit Rubens bis 12μ (siehe seine Abhandlungen in Wied. Ann. 51, 381; 53, 266; 1894; 54, 476; 1895; vgl. auch die Untersuchungen von Paschen, Wied. Ann. 53, 301 u. 337; 1894). — J.

	A	B	C	D	E	F	G	H
Crown Glas Rosette . . .	1,528 14	1,530 11	1,531 13	1,533 86	1,537 35	1,540 37	1,546 07	1,550 93
Flintglas von Guinand . . .	1,578 29	1,581 14	1,582 61	1,586 71	1,591 97	1,596 73	1,605 89	1,613 60
„ Rosette . . .	1,609 27	1,612 68	1,614 43	1,619 29	1,625 69	1,631 48	1,642 69	1,652 68
							Mascart (1860)	
Crown Glas Feil (leicht)	—	1,512 6	1,513 4	1,516 0	—	1,522 2	1,527 8	1,532 3
Glas von St. Gobain . . .	—	1,524 4	1,525 4	1,528 0	—	1,534 3	1,539 7	1,544 3
Crown Glas Feil (schwer)	—	1,555 4	1,556 8	1,560 4	—	1,569 0	1,576 9	1,583 6
Flintglas Robichon . . .	—	1,613 1	1,614 9	1,619 8	—	1,632 1	1,643 5	1,653 4
„ Rosette (schwer)	—	1,677 1	1,679 5	1,685 8	—	1,701 9	1,717 1	1,730 6
„ Feil (schwer) . . .	—	1,780 1	1,783 1	1,792 0	—	1,814 9	1,836 8	1,856 7
							Baille (1867)	
Flintglas von Jena (gewöhnlich) . . .	1,603 01	1,606 46	1,608 22	1,612 92	1,619 19	1,624 78	1,635 49	—
Flintglas von Jena (schwer) ¹⁾ . . .	1,722 29	1,727 35	1,729 97	1,737 17	1,747 08	1,755 97	1,773 52	—
							Pulfrich (1887)	
Diamant	—	2,460 62	—	2,469 86	2,479 02	—	—	—
							Schrauff (1860)	
Bleiglanz	—	—	—	2,369	—	—	—	—
							H. Becquerell (1877)	
Rubinspinell	—	—	—	1,715 5	—	—	—	—
							Descloizeaux (1868)	
Steinsalz ²⁾	1,536 63	1,539 18	1,540 50	1,544 18	1,549 01	1,553 24	1,561 29	1,568 33
Sylvin	1,483 77	1,485 97	1,487 13	1,490 31	1,494 55	1,498 30	1,505 42	1,510 61
Flussspath	—	1,432 00	—	1,433 90	—	1,437 09	1,439 82	1,442 04
							Stefan (1871)	
Selen	2,653	2,730	2,786	2,980	—	—	—	—
							Sircks (1871)	
Phosphor	—	—	2,093 00	—	—	2,158 31	—	—
							Damien (1881)	
Canadabalsam	—	—	1,528	—	—	—	—	—
							Wollaston (1802)	
Perubalsam	—	1,585	—	1,593	—	1,613	—	1,653
							Baden Powell (1846)	
Colophonium	—	1,545	—	—	—	—	—	—
							Jamin (1850)	
Fuchsin	—	1,73	1,81	1,90	—	—	1,31	1,54
							Wernicke (1875)	

Bemerkenswerth ist der hohe Brechungsindex des Bleiglanzes (fast gleich demjenigen des Diamants), ferner das fast vollständige

¹⁾ Die in Jena von Abbe und Schott hergestellten Gläser bilden eine gut definirte Serie, aus der wir die folgenden anführen wollen:

No.	d	n_D	$n_F - n_C$	No.	d	n_D	$n_F - n_C$
O, 118	3,58	1,612 9	0,016 60	O, 113	4,64	1,737 2	0,0260 0
O, 102	3,87	1,648 9	19 19	O, 165	4,78	1,754 1	274 3
O, 192	4,10	1,673 4	21 04	O, 198	4,99	1,778 2	294 1
O, 41	4,49	1,717 4	24 34	S, 57	6,33	1,962 6	487 7

Vgl. auch Czapski, Zeitschr. f. Instrk. 1886; 293 u. 335 und Schott, Vorträge im Verein zur Beförderung des Gewerbefleißes zu Berlin; 1888.

²⁾ Vgl. die Bemerkung über die Anwendung der Briot'schen Dispersionsformel beim Kochsalz von Carvallo, Journ. de physique (2) 8, S. 179; 1889.

Fehlen eines Dispersionsvermögens beim Flussspath und die anomale Dispersion beim Fuchsin.¹⁾

Mit Hülfe sehr dünner, noch durchscheinender Prismen gelang es Kundt,²⁾ direct die Brechungsexponenten mehrerer Metalle zu messen; seine Resultate stimmen mit den Zahlen überein, die man aus den Versuchen von Jamin, Haugton und Quincke über die Metallreflexion ableiten kann. Kundt fand:

	Roths Licht	Weisses Licht	Blaues Licht
Silber	—	0,27	—
Gold	0,38	0,58	1,00
Kupfer	0,45	0,65	0,95
Platin	1,76	1,64	1,44
Eisen	1,81	1,73	1,52
Nickel	2,17	2,01	1,85
Wismuth	2,61	2,26	2,13

Die Metalle ordnen sich hinsichtlich ihrer Durchlässigkeit für Licht in eine ähnliche Reihe, wie hinsichtlich des Leitungsvermögens für Wärme und Elektrizität.

III. Achromatismus.

440. Chromatische Aberration. — *Zerlegung des Lichts durch eine Linse.* — Eine einfache Linse entwirft von einem Punkt so viel getrennte Bilder, als das weisse Licht Bestandtheile enthält. In Folge dieser *chromatischen Aberration* erscheinen die Bilder stets gefärbt, an welcher Stelle man auch das austretende Strahlenbündel auffängt.

¹⁾ Die ersten Beobachtungen über *anomale Dispersion* sind, wenn man von der bereits erwähnten bei Joddampf absieht, von Christiansen (Pogg. Ann. 141, 449; 1870; 143, 250; 1871 und 146, 154; 1872) an alkoholischen Lösungen von Fuchsin und Cyanin angestellt worden. Das Hauptverdienst an der Klarstellung dieser Erscheinungen gebührt A. Kundt (Pogg. Ann. 142, 163; 1871, 143, 259; 1871, 144, 128; 1872, 145, 67; 1872), der die von ihm angegebene Methode der gekreuzten Spectren zur Untersuchung der anomalen Dispersion benutzte. Auch Soret (Pogg. Ann. 143, 325; 1871), sowie später Sieben (Wied. Ann. 8, 137; 1879) und Ketteler (Wied. Ann. 12, 363; 1881) haben diese Erscheinung näher studirt. Kundt machte darauf aufmerksam, dass Körper, bei welchen starke Absorption auftritt, auch anomale Dispersion zeigen. v. Helmholtz stellte eine Dispersionstheorie auf, welche alle diese Erscheinungen umfasst. Auch von Lommel und Ketteler sind ähnliche Theorien entwickelt worden. — J.

²⁾ A. Kundt, Berl. Sitzungsberichte 1888, Febr. und Dec., sowie Wied. Ann. 34, 469; 1888. Vgl. auch die späteren Arbeiten von H. E. J. G. du Bois und H. Rubens, Wied. Ann. 41, 507; 1890; ferner D. Shea, Wied. Ann. 47, 177, 1892. — J.

Geschichte des Achromatismus. — Newton hielt diese Färbungen für unvermeidlich; da nämlich nach seiner Ansicht die Dispersion der Brechung proportional war, konnte man die eine Erscheinung nicht aufheben, ohne auch die andere zu vernichten.

Euler¹⁾ machte indessen darauf aufmerksam, dass das Auge achromatische Bilder liefert, und da dieses Organ aus mehreren brechenden Medien zusammengesetzt ist, so schloss er hieraus, dass man mittels zweier oder mehrerer, durch eine Flüssigkeit verbundene Gläser achromatische Linsen herstellen könne. Etwas später zeigte Klingenstjerna²⁾ in Upsala, dass die Versuche von Newton ungenau seien. Er theilte seine Arbeit dem englischen Optiker Dollond mit, dem es mit Hülfe eines Glasprismas und eines Wasserprismas mit veränderlichem Winkel gelang, die Färbung vollständig zum Verschwinden zu bringen und trotzdem eine gewisse Ablenkung beizubehalten. Hierauf ging Dollond über zur Combination von Crown- und Flintglas und bald darauf (1757) gelang es ihm auch, achromatische Linsen zu construiren.³⁾

Achromatische Linsen. — Durch eine passende Combination zweier Linsen kann man in der That die Brennpunkte zweier gegebener Farben zusammenfallen lassen.

Wir wollen zunächst die Wirkung eines Systems von zwei unendlich dünnen, auf einander gelegten Linsen für eine bestimmte Lichtart, z. B. das rothe Licht, untersuchen.

Die Brennweite des Systems wird aus den Brennweiten der einzelnen Linsen nach der Formel

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} \quad (1)$$

berechnet; es ist also

$$\frac{1}{F} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + (n' - 1) \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right); \quad (2)$$

¹⁾ Euler, Über die Verbesserung der Fernrohrobjective in den Sitzungsberichten der Berl. Akad. 1747. Schon Gregory hatte ausgesprochen, dass es vielleicht nützlich sein würde, ein Fernrohrobjectiv durch Combination verschiedener Medien herzustellen, da die Natur, welche doch nichts zwecklos thue, das Auge so eingerichtet habe. (Gregory, Catoptricae et dioptricae sphaericae elementa; 1695). Siehe später S. 601.

²⁾ Klingenstjerna, Konglinga Svenska Vetenskaps-Academiens Handlingar; 1754.

³⁾ Die Priorität wurde ihm von Chester aus More Halle (Essex) streitig gemacht; doch erkannte das Parlament das Prioritätsrecht Dollond zu.

n und n' sind die Brechungsexponenten der beiden Linsen für das betreffende Licht, R_1, R_2, R_3, R_4 die Krümmungsradien der vier brechenden Flächen.

Für ein anderes monochromatisches Licht, z. B. violett, sind die Brechungsexponenten $n + \Delta n$ und $n' + \Delta n'$; die Brennweite wird dadurch $F + \Delta F$ und ΔF wird Null, wenn

$$\Delta n \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \Delta n' \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) = 0. \quad (3)$$

Da Δn und $\Delta n'$ dasselbe Zeichen besitzen, so müssen die beiden Klammerausdrücke entgegengesetztes Zeichen haben, d. h. wenn eine der Linsen convergent ist, muss die andere divergent sein. Das ganze System wird convergent sein, wenn die convergente Linse aus dem schwächer dispersiven Glas besteht (hierbei nennt man $\frac{\Delta n}{n-1}$ das *Dispersionsvermögen*.)¹⁾ $\frac{1}{F}$ ist nämlich proportional $\frac{n-1}{\Delta n} - \frac{n'-1}{\Delta n'}$; demnach giebt also die Linse von geringerem Dispersionsvermögen den Ausschlag für das Zeichen von F .

Gleichung (3) kann man schreiben

$$\frac{\Delta n}{n-1} \cdot \frac{1}{f} + \frac{\Delta n'}{n'-1} \cdot \frac{1}{f'} = 0;$$

hieraus erkennt man, dass in einem achromatischen, aus zwei Linsen bestehenden System das Dispersionsvermögen der einzelnen Linsen den Hauptbrennweiten derselben proportional ist.

Ausser Gleichung (2), welche die Brennweite des Systems definirt, und Gleichung (3), welche den Achromatismus bestimmt,²⁾ braucht man noch zwei Bedingungen zur Bestimmung der vier Krümmungsradien. Im Allgemeinen wählt man

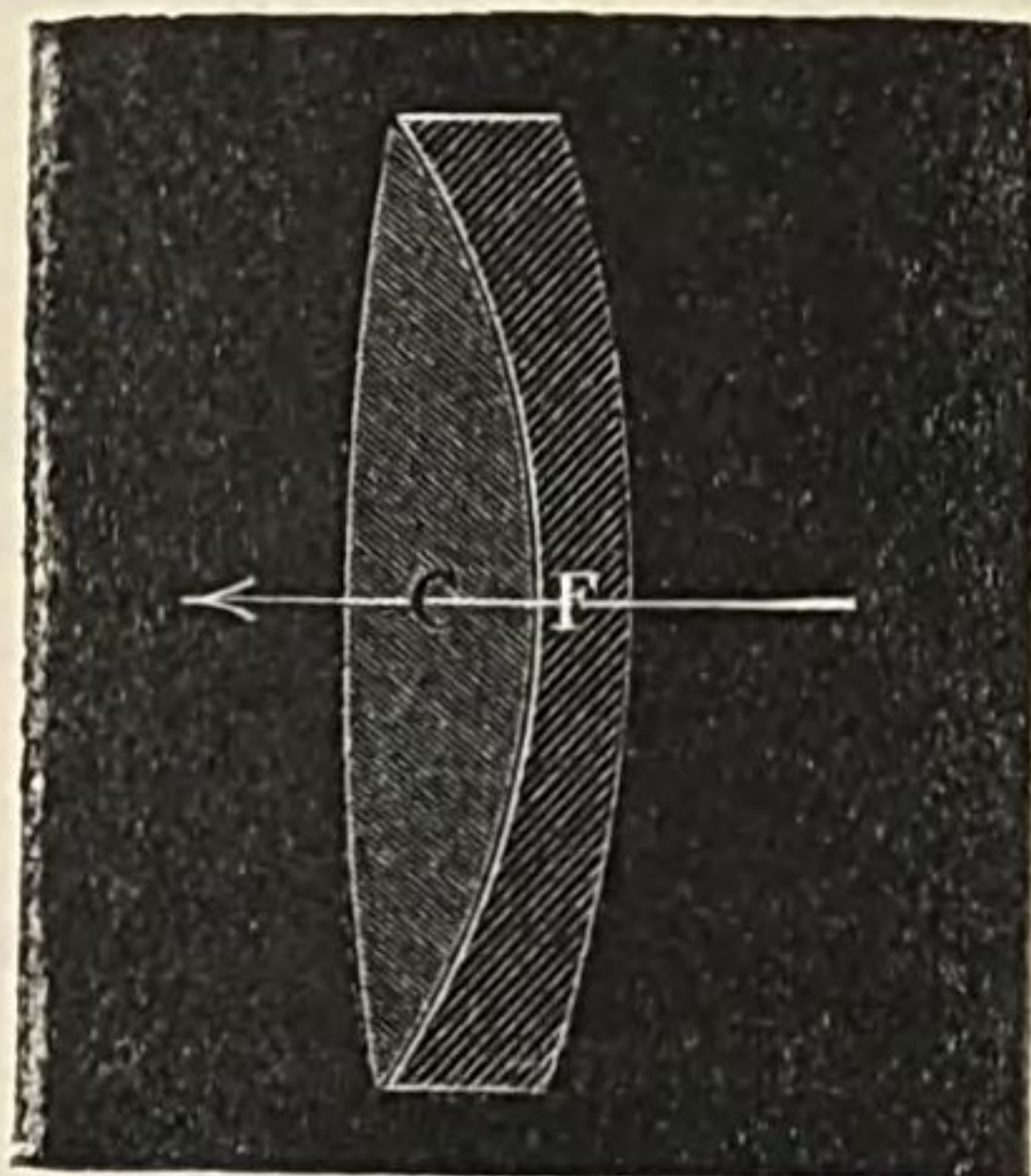


Fig. 372.

¹⁾ Man bezeichnet oft mit *totalem Dispersionsvermögen*, oder einfacher mit *Dispersionsvermögen* das Verhältniss $\frac{n_H - n_B}{n_D - 1}$ der Differenz der (in praktischer Hinsicht) extremen Brechungsexponenten zum Überschuss des mittleren Brechungsindex über die Einheit. Bei den meisten Gläsern ist die Wirkung der Temperatur auf das Dispersionsvermögen grösser als auf die Brechung. (Hastings, American. Journ. of Science; 1878.)

²⁾ Diese für unendlich dünne Linsen aufgestellten Gleichungen genügen auch fast vollständig für astronomische Objective.

$R_3 = -R_2$, so dass die beiden betreffenden Linsenflächen genau auf einander passen.

Als letzte Bedingung wird man suchen, die sphärische Aberration zu einem Minimum zu machen.¹⁾

Die Bedingung des Achromatismus (3) setzt die Kenntniss des Verhältnisses $\frac{\Delta n}{\Delta n'}$ voraus. Wenn die verschiedenen Brechungsexponenten der Gläser von den Fabrikanten angegeben oder direct gemessen werden, sind Δn und $\Delta n'$ bekannt.

Ist dies nicht der Fall, so schneidet man aus den beiden Gläsern zwei Prismen von beliebigen, aber kleinen Winkeln α und α' und achromatisirt jedes dieser Prismen mit Hülfe eines Prismas von dem Brechungsindex $\mathfrak{N}$, indem man dem veränderlichen Winkel dieses Prismas die Werthe α und α' ertheilt. Auf diese Weise erhält man zwei Gleichungen, aus denen man das gesuchte Verhältniss ableiten kann.

Achromatische Prismen. — Ein Prisma von kleinem Winkel A ertheilt nämlich einem homogenen (z. B. rothen) Strahlenbündel, welches annähernd rechtwinklig hindurchgeht, die Ablenkung

$$D = (n - 1) A.^2)$$

Ein zweites entgegengesetzt wirkendes Prisma erzeugt im umgekehrten Sinn eine Ablenkung

$$D' = (n' - 1) A'.$$

Die Gesamtablenkung des aus diesen zwei Prismen bestehenden Systems ist also

$$D - D' = (n - 1) A - (n' - 1) A'.$$

Für ein zweites Strahlenbündel (z. B. violett) erhält man dieselbe Ablenkung, wenn

¹⁾ Da der Brechungsindex des Flintglases von dem des Crown-glases nur wenig abweicht, so ist die Bedingung annähernd dieselbe, wie für eine einzige Linse. Der Krümmungsradius der Eintrittsfläche muss also sehr angenähert $1/6$ desjenigen der Austrittsfläche sein. (Vgl. S. 462.)

²⁾ Bei kleinem Winkel ist nämlich (vgl. S. 404, Gleichungen (1))

$$\begin{aligned} i &= nr, \\ i' &= nr', \\ r + r' &= A, \\ D &= (i + i') - (r + r'). \end{aligned}$$

$$A \Delta n - A' \Delta n' = 0 \quad (4)$$

oder

$$\frac{A}{A'} = \frac{\Delta n'}{\Delta n}. \quad (5)$$

Dies ist also die Bedingung für die Achromasie eines Prismenpaares.

Wir wollen hier wieder dieselben Versuche wie oben ausführen:

1) Das Prisma a wird achromatisirt durch ein Prisma α ; dann ist

$$a \Delta n - \alpha \Delta n' = 0;$$

2) Das Prisma a' wird achromatisirt durch ein Prisma α' , also

$$a' \Delta n' - \alpha' \Delta n = 0.$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$\frac{\Delta n}{\Delta n'} = \frac{a'}{a} \cdot \frac{\alpha}{\alpha'} \quad 1)$$

Diasporameter: Boscowitsch, Rochon, Brewster. — Das Diasporameter (*διασπορά* Zerstreuung, *μέτρον* Mass) ist ein Prisma mit veränderlichem Winkel, welches für die oben beschriebenen Versuche bestimmt ist.

Theoretisch am einfachsten ist das *Diasporameter* von *Boscowitsch*: Ein Halbcylinder ABC aus Glas kann in der cylinderförmigen Rinne eines Glasblocks von derselben Glassorte beliebig gedreht werden. Indessen ist das Schleifen der Stücke schwierig und die sich berührenden Flächen werden durch die Reibung schnell blind.



Fig. 373.

Das *Diasporameter* von *Rochon* setzt sich aus zwei gleichen Prismen ACB und ACD von derselben Glassorte zusammen, die sich mit der Fläche AC berühren. Das eine der Prismen ACB

¹⁾ Wenn $a = A$, so ist $A' = \frac{a}{\alpha'} a'$ der Winkel des Prismas mit dem Brechungsquotient n' , durch welches das Prisma vom Winkel A und dem Brechungsquotient n achromatisirt wird. Die Ablenkung erfolgt proportional $\frac{n-1}{\Delta n} - \frac{n'-1}{\Delta n'}$, und zwar nach der Basis des schwächer dispergirenden Prismas zu.

ist fest, das andere dagegen um die Achse Om drehbar, so dass der durch die äusseren Flächen gebildete Winkel von Null bis zum Doppelten des Prismenwinkels γ variirt. Durch eine leichte Rechnung lässt sich der Winkel x des ganzen Prismas ermitteln, welcher einer Drehung ω des beweglichen Prismas entspricht. Rechnet man diesen Winkel von der Stellung aus, in welcher die Prismenflächen parallel stehen und bezeichnet On die durch O gehende Normale zur Fläche AB und Op die Normale im selben Punkt O bei der in Frage kommenden Lage der Fläche CD , so ist die Ebene $Om n$ der Hauptschnitt des Prismas ACB , die Ebene Omp der Hauptschnitt des Prismas ACD , also die Ebene Onp der

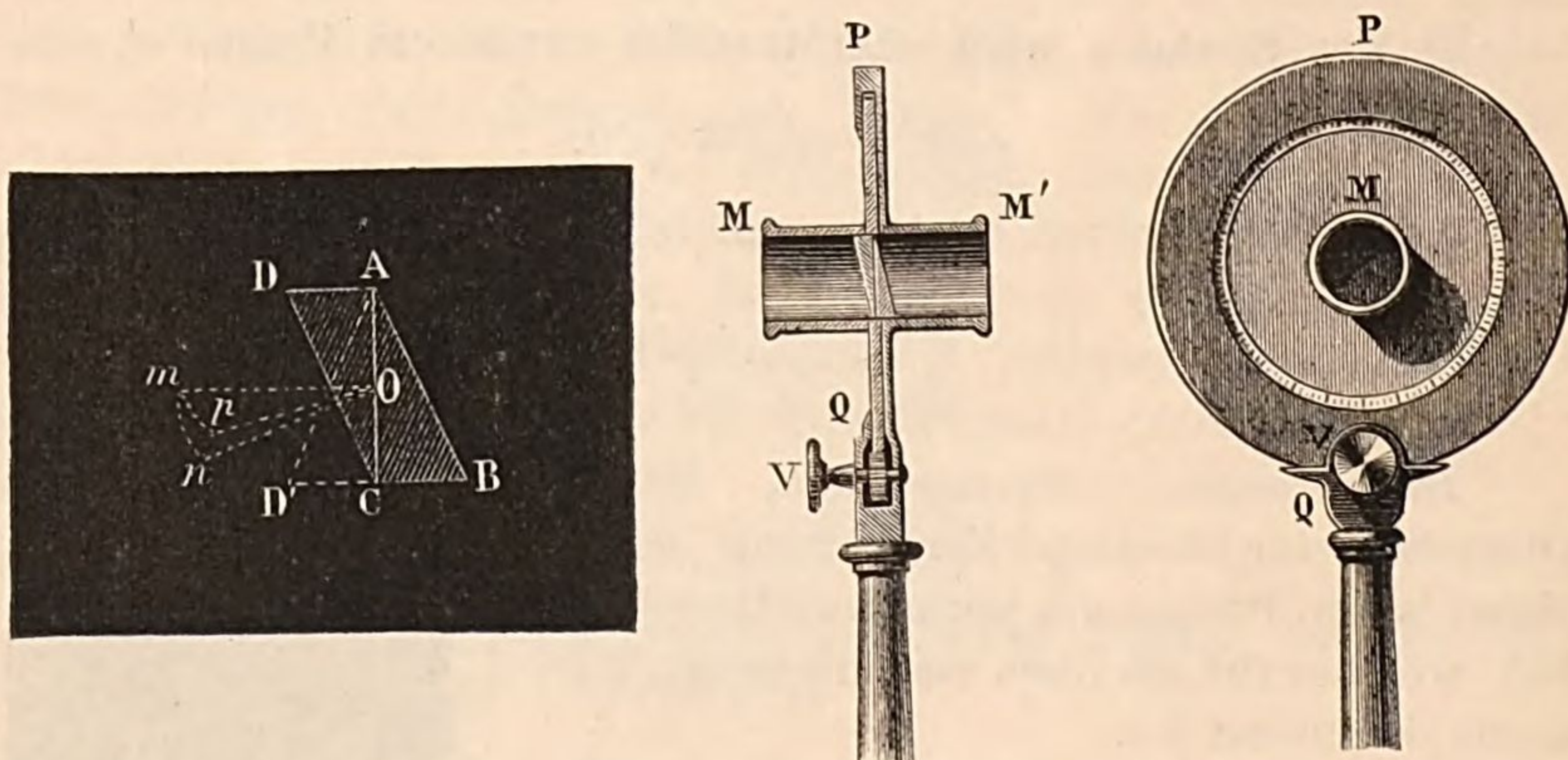


Fig. 374.

Hauptschnitt des ganzen Prismas. Beschreibt man um O als Mittelpunkt eine Kugel vom Radius 1, so ist in dem sphärischen Dreieck mnp Winkel $m = \omega$, Seite $mn = \gamma$, $mp = \gamma$, $pn = x$ und folglich

$$\cos x = \cos^2 \gamma + \sin^2 \gamma \cos \omega,$$

oder wenn man $\cos x$ und $\cos \omega$ durch $1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2}$ und $1 - 2 \sin^2 \frac{\omega}{2}$ ersetzt,

$$\sin \frac{x}{2} = \sin \gamma \sin \frac{\omega}{2};$$

diese Formel gestattet eine einfache logarithmische Berechnung.

Beim Gebrauch setzt man das Instrument vor das zu untersuchende, durch Tageslicht beleuchtete Prisma und dreht so lange an dem beweglichen Prisma des Diasporameters, bis beim Hindurchsehen durch das System alle Färbung verschwindet. Dann

ist das zu untersuchende Prisma achromatisirt und zwar, wie es auch am praktischsten ist, für die physiologisch wirksamsten Strahlen gelb und blau.

Indessen erfordert die Handhabung dieses Apparats einiges Probiren; dies rührt daher, dass beim Drehen des beweglichen Prismas der Hauptschnitt des Prismensystems ebenfalls gedreht wird; man muss deshalb auch das zu untersuchende Prisma drehen, um die beiden Hauptschnitte wieder in dieselbe Ebene zu bringen. Diese Unbequemlichkeit kann man dadurch vermeiden, dass man nach dem Vorgang von Jamin beide Prismen des Diasporameters beweglich macht und im entgegengesetzten Sinne um gleiche Grössen dreht. Dann bleibt der Hauptschnitt des Prismensystems fest und der Winkel ω ist das doppelte des Winkels, um den jedes Prisma gedreht worden ist.

Das *Diasporameter von Brewster*, welches einfacher und genauer als die vorigen ist, beruht auf folgendem Princip: Wenn man einen Spalt durch ein Prisma von kleinem Winkel γ betrachtet und die Kante dieses Prismas einen Winkel ω mit dem Spalt einschliesst, so ist die Breite des Spectrums gleich derjenigen, die ein Prisma vom Winkel $\gamma \cos \omega$ aus derselben Substanz liefern würde. Es sei nämlich die Breite des Spectrums l , wenn das Prisma parallel zum Spalt steht; dreht man nun das Prisma um einen Winkel ω , so bleibt die Ausdehnung des Spectrums eines Spaltpunktes in der Richtung des Hauptschnitts des Prismas stets dieselbe, wie der letztere auch orientirt sein mag. Die Breite des Spectrums senkrecht zu dem Spalt, d. h. in einer gegen den Hauptschnitt um den Winkel ω geneigten Richtung, ist also $l \cos \omega$, d. h. sie ist gerade so gross, als wenn das Spectrum durch ein Prisma vom Winkel $\gamma \cos \omega$ hervorgebracht würde, dessen Kante parallel zum Spalt steht. Man betrachtet nun den Spalt durch das zu untersuchende Prisma a , das parallel zum Spalt gestellt wird und durch ein Hilfsprisma γ , welches zunächst gerade entgegengesetzt angeordnet wird. In dieser Lage sei die durch das letztere Prisma erzeugte Verbreiterung grösser als diejenige des Prismas a ; dann wird man stets eine Lage ω des Prismas γ finden können, für welche der Spalt keine Färbung zeigt; in diesem Fall ist

$$a \Delta n = \gamma \cos \omega \Delta \mathfrak{N}.$$

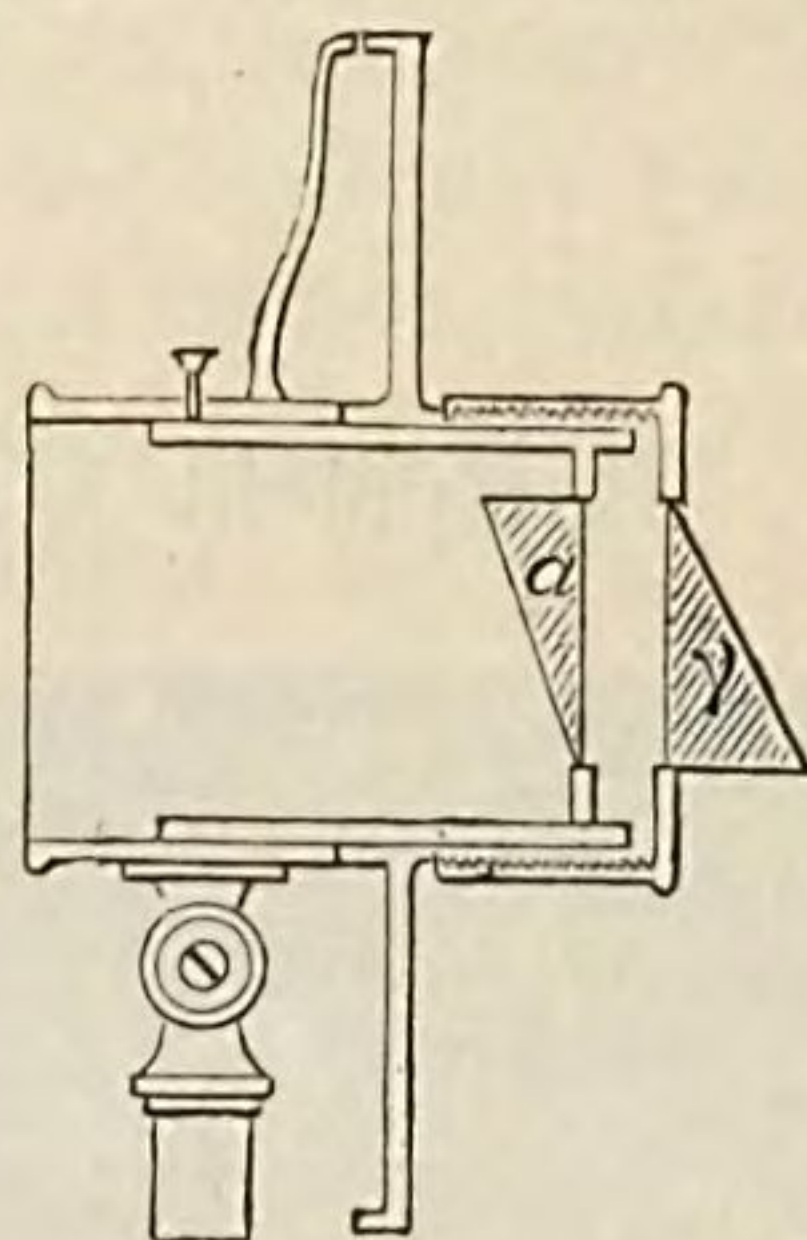


Fig. 375.

Verfährt man ebenso mit einem Prisma a' , so erhält man eine analoge Gleichung

$$a' \Delta n' = \gamma \cos \omega' \Delta \mathfrak{N},$$

woraus folgt

$$\frac{\Delta n}{\Delta n'} = \frac{a'}{a} \cdot \frac{\cos \omega}{\cos \omega'}.$$

Secundäres, tertiäres, ... Spectrum. — Wenn man zwei einfachen Strahlen durch ein System zweier Prismen (oder Linsen) eine gleiche Ablenkung ertheilt, so löst man diese Aufgabe gleichzeitig für unendlich viele andere Strahlenpaare, die derselben Gleichung

$$A \Delta n = A' \Delta n' \quad (4)$$

genügen. Beim resultirenden oder *secundären* Spectrum lagern sich in jeder Richtung zwei Strahlen verschiedener Wellenlänge übereinander; dabei ist die Ablenkung ein Maximum oder Minimum für die Farbe von der Wellenlänge λ , für welche gilt:

$$A \frac{dn}{d\lambda} = A' \frac{dn'}{d\lambda} \cdot ^1)$$

Entspricht λ z. B. dem Grün, so ist das Spectrum vom Grün ab gewissermaassen zusammengefaltet; es bildet in seinem mittleren Theil einen fast weissen Streifen, dessen einer Rand grün ist, während der andere durch Über-einanderlagerung von Roth und Violett purpurn gefärbt ist.

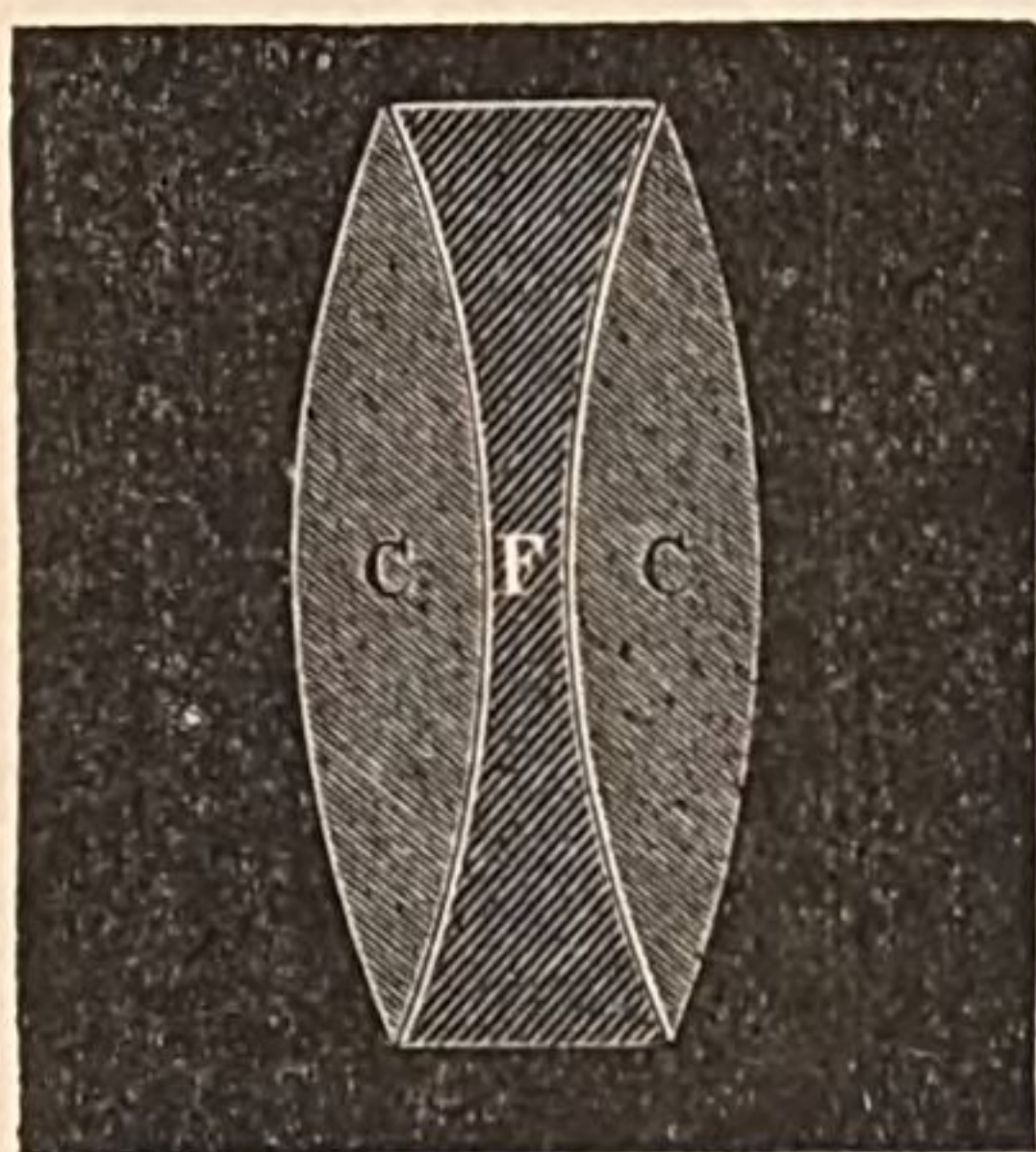


Fig. 376.

Mit drei Prismen oder drei Linsen würde man ein *tertiäres* Spectrum erhalten, das zweimal zusammengefaltet ist und folglich noch schmaler und farbloser erscheint. Wenn z. B. die Ablenkung für Gelb ein Maximum und für Blau ein Minimum ist, so reducirt sich das Spectrum auf einen weissen Streifen,

¹⁾ Wenn wir auf die Gleichung (4) Seite 496 zurückgehen, welche die elementare Dispersion definirt, und ausdrücken, dass die Dispersion für eine Veränderung $d\lambda$ der Wellenlänge bei einem System zweier entgegengesetzt wirkender Prismen 1 und 2 Null ist, so folgt

$$\frac{\sin A_2}{\cos i_2 \cos r_2'} \cdot \frac{dn_2}{d\lambda} = \frac{\sin A_1}{\cos i_1' \cos r_1} \cdot \frac{dn_1}{d\lambda};$$

diese Gleichung reducirt sich für sehr kleine Winkel auf diejenige des Textes.

der am einen Rand schwach roth, am anderen violett gefärbt ist. Nach diesem Princip stellt man z. B. Linsensysteme her, bei denen eine divergente Flintglaslinse von zwei convergenten Crown Glaslinsen eingeschlossen ist (s. Fig. 376).¹⁾

IV. Farben.

441. Zusammensetzung der Farben. — Die Farbe ist eine physiologische Eigenschaft des Lichts. Obgleich sie physikalisch durch die Anzahl der Schwingungen definirt wird, so liegt ihr doch, wie auch der Tonhöhe, eine subjective Empfindung zu Grunde.²⁾ Die Bestimmung der Farbe ist daher mit einer gewissen Unsicherheit je nach den Individuen und äusseren Umständen behaftet.

Das gefärbte Licht, oder, nach der gebräuchlichen Ausdrucksweise, die Farben des Spectrums, sieht man für einfach an,³⁾ aber das Auge kann nicht, wie das Ohr, eine Mischung als solche erkennen und in ihre Elemente zerlegen. Eine zusammengesetzte Farbe wirkt für sich auf dieselbe Weise, wie eine einfache Farbe.

Man kann alle Mischfarben durch Vereinigung zweier einfacher Farben erhalten. Die meisten Mischfarben lassen sich sogar auf verschiedene Weise durch Vereinigung je zweier Farben herstellen; daher ist die Zahl der durch Mischung herstellbaren Farben beschränkt.

Newton'scher Kreis. — Newton gab zuerst eine Methode an, um die Farbe eines Gemisches vorherzubestimmen.

An der Hand zahlreicher Versuche stellte er folgende Regel auf:

Man theile den Kreisumfang in sieben Bogen, die den Inter.

¹⁾ Wenn man die Linsen als unendlich dünn annimmt, lässt sich die Berechnung der Krümmung wie bei zwei Linsen ausführen.

²⁾ Noch vor Euler, den man gewöhnlich für den Urheber der Farbentheorie hält, hat bereits Malebranche die Periodicität der Lichtschwingungen ausgesprochen, ebenso wie die Analogie zwischen den Verschiedenheiten von Farbe und Tonhöhe (Malebranche, *Mém. de l'Acad. des sciences*, 1699; S. 22). Vgl. hierüber einen Artikel von Lechalas in der *Revue philosophique* 1884, S. 293.

³⁾ Nach Aristoteles ist jede Farbe eine Mischung aus Schwarz und Weiss. Dies war auch die Ansicht von Goethe. Seine berühmte Farbentheorie beruht auf der durch trübe Medien hervorgebrachten Färbung; diese lassen das durchgehende Licht roth, das reflectirte blau erscheinen. Goethe nimmt also an, dass die Färbung eine Art theilweiser Verdunklung sei und die durchscheinendsten Medien sind für ihn schwach getrübt.

vallen der acht Töne der Tonleiter¹⁾ proportional sind, also proportional $\frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{10}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{16}, \frac{1}{9}$, oder den ganzen Zahlen 80, 45, 72, 80, 72, 45, 80, deren Summe gleich 474 ist; die einfachen Farben des Spectrums (vgl. S. 479) vertheile man sodann auf den Kreisumfang in der Weise, dass der erste Bogen

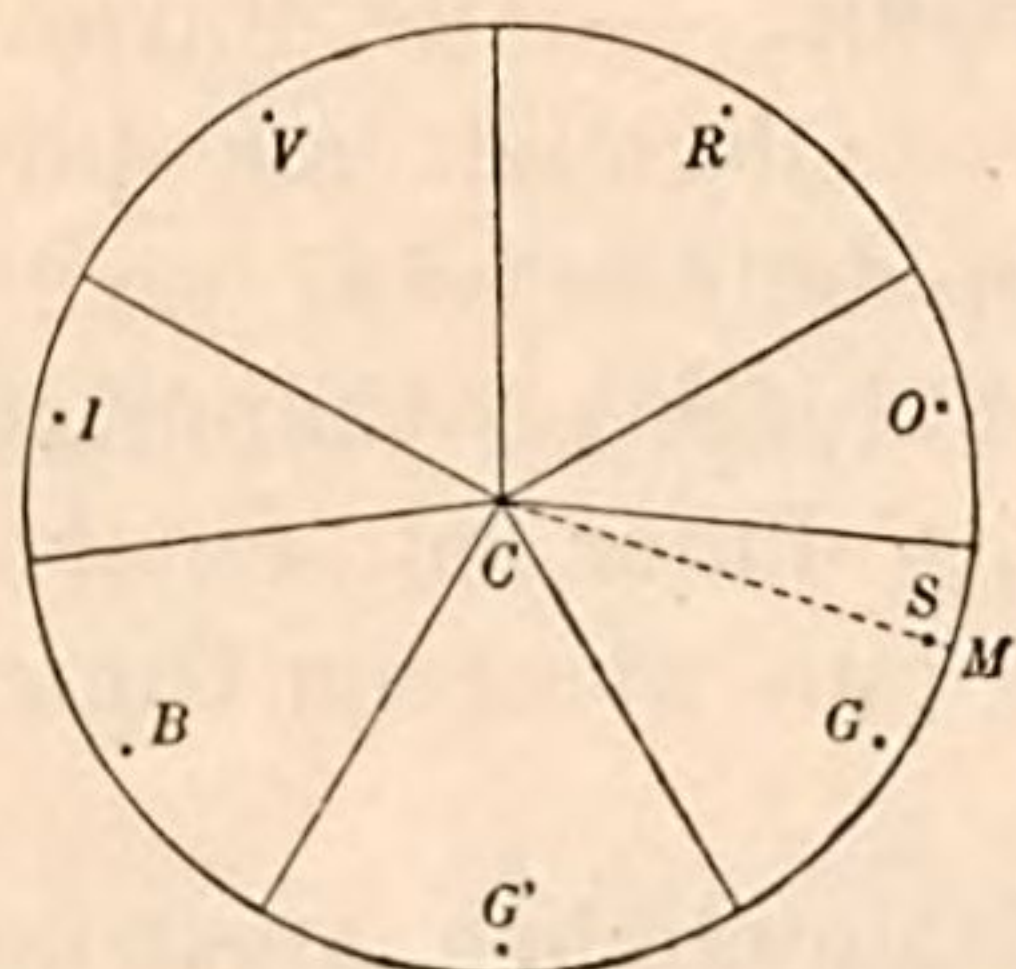


Fig. 377.

die verschiedenen Nüancen von Roth (R) aufnimmt, der zweite diejenigen von Orange (O), der dritte von Gelb (G) etc. und bezeichne die Schwerpunkte $R, O, G \dots$ dieser Bogen. Will man nun z. B. das Resultat einer Mischung aus r Theilen Roth, o Theilen Orange, g Theilen Gelb $\dots$ bestimmen, so muss man an den Punkten $R, O, G \dots$ die Gewichte $r, o, g \dots$ angreifen lassen und die Resultante dieser parallelen Kräfte er-

mitteln; dieselbe wird im Punkt S (Schwerpunkt des Systems) angreifen. Die Farbe der Mischung wird dann durch die Farbe des Punktes M des Kreisumfangs bestimmt, der mit G auf demselben Radius liegt; sie ist mit umsomehr Weiss gemischt, je näher der Angriffspunkt dem Mittelpunkt des Kreises liegt, der das reine Weiss darstellt. Bedeutet ϱ den Radius des Kreises, d die Länge CS , so ist das Verhältniss von Weiss in der Mischung gleich $\frac{\varrho - d}{\varrho}$. Die Grösse der Resultante stellt die Intensität der Farbe dar.

Diese Regel ist, wie Newton zufügt, zwar keineswegs absolut streng, indessen für den praktischen Gebrauch hinreichend genau. Thatsächlich bedienten sich Biot und Fresnel derselben mit Vortheil zur Bestimmung der Färbungen, welche bei verschiedenen Interferenzerscheinungen auftreten. Es werden dabei nur die verschiedenen Nüancen des *Purpurs* nicht berücksichtigt, welche durch die Mischung der an den beiden Enden des Spectrums gelegenen Farben (Roth und Violett) entstehen und die einen kontinuierlichen Übergang vom Violett zum Roth darstellen.²⁾ Wenn man das Purpur noch zwischen Violett und Roth einschaltet, so genügt die Newton'sche Regel, um jede Farbe nach ihren drei Haupteigenschaften zu definiren: nämlich nach Intensität, Nüance und Sättigungsgrad.

¹⁾ Es handelt sich immer um die Intervalle der phrygischen Tonleiter.

²⁾ Carmin ist eine Nüance des Purpur in der Nähe von Roth. Rosa ist ein weissliches Purpur.

Grundfarben. — Anstatt diese drei Elemente, wie es Newton thut, durch ein bestimmtes Gemisch von Weiss (das zwei Farben äquivalent ist) und einer bestimmten gesättigten Farbe (Spectralfarbe oder Purpur) zu definiren, kann man auch drei andere Variable wählen.

Es ist sehr lange bekannt, dass alle Farben durch ein Gemisch dreier in passendem Verhältniss stehender Farben hergestellt werden können. Dieser Lehrsatz wurde von den Malern aus den Erfahrungen hergeleitet, die sie beim Mischen materieller Farben auf ihrer Palette machten und wurde durch alle Versuche mit Spectralfarben bestätigt.¹⁾ Young machte die Annahme, dass im Auge drei Arten von Nervenfasern vorhanden sind, durch deren Erregung die Empfindung von Roth, Grün oder Blau entsteht (Young sagte statt dessen Violett,²⁾ in Übereinstimmung mit der Annahme der italienischen Meister). Jede Nervenfaser wird speciell³⁾ durch die ihr entsprechende Lichtart erregt.⁴⁾

¹⁾ Es besteht indessen ein wesentlicher Unterschied zwischen den beiden Arten von Gemischen, wie v. Helmholtz dargelegt hat (Physiologische Optik 2. Aufl. 314; 1896). Eine Mischung farbiger Pigmente bringt auf das Licht eine analoge Wirkung hervor, wie gefärbte Gläser: Ein blaues Glas, welches Roth und Gelb nicht durchlässt und ein gelbes Glas, welches für Blau undurchlässig ist, erzeugt *durch Subtraction* Grün (während die Mischung von spectrumalem Blau und spectrumalem Gelb im richtigen Verhältniss *Weiss* ergiebt). Ebenso verhält es sich mit einem krystallinischen, durchscheinenden Pulver; dasselbe sendet in das Auge ein Licht, dem gewisse Farben fehlen, und das Gemisch zweier Pigmentfarben wirkt durch zweifache Subtraction, nicht durch Addition. Daher sind die Gemische farbiger Pulver viel dunkler als die einfachen Pulver; und man versteht nun, warum Leonardo da Vinci zu den drei Grundfarben der Maler (Blau, Gelb, Orange) schon das Grün hinzufügte. Jedenfalls hatte er bemerkt, dass das einfache Grün lebhafter ist als das zusammengesetzte.

²⁾ Vgl. hierüber Unger, Pogg. Ann. 87, 121; 1852 und Compt. rend. 90, 239; 1855 (Chevreul); sowie Helmholtz, Physiolog. Optik 2. Aufl. 345; 1896.

³⁾ Wir sagen nicht ausschliesslich; denn eine gesättigte Farbe erscheint bei sehr grosser Intensität weisslich. Wie v. Helmholtz (l. c. 346) bemerkt, besteht der Hauptgesichtspunkt der Young'schen Hypothese darin, dass er die Farbempfindungen als Resultante dreier getrennter Wirkungen betrachtet, die in der Nervensubstanz auftreten; dies ist wichtiger als die Annahme von drei wesentlich verschiedenen Arten von Nervenfasern. Indessen sollte man die erste Fassung, die deutlicher und verständlicher ist, beibehalten.

⁴⁾ Durch die Ausschaltung einer Grundempfindung, oder nach der neueren Auffassung durch Zusammenfallen zweier Grundempfindungen entstehen die verschiedenen Arten von Farbenblindheit. Ein solches farbenblindes Auge verwechselt z. B. Roth mit Grün. — J.

Ohne Zweifel hat die Wahl der drei Grundfarben etwas Willkürliches; die späteren Untersuchungen haben gezeigt, dass die Grundfarben nicht mit reinen Spectralfarben zusammenfallen können, sondern zum Theil viel gesättigter sein müssen als diese.¹⁾

Maxwell nimmt folgende Grundfarben im Spectrum an: Ein zwischen *C* und *D* gelegenes *Roth*, welches von *D* doppelt so weit entfernt ist, als von *C*; ein *Grün* in der Nähe von *E*; und ein *Blau* zwischen *F* und *G*, das von *G* zweimal weiter absteht als von *F*. Durch drei Spalte, deren Breite verändert werden kann und deren Mitten mit den drei Grundfarben zusammenfallen, kann man verschiedene Mengen dieser Farben vereinigen.²⁾

Untersuchung der Spectralfarben. — Es seien *R*, *G*, *B* die Lichtmengen der drei Grundfarben für die Spaltbreite 1. Man sucht nun zuerst die Lichtmengen *r*, *g*, *h*, für welche die Mischung aus den drei Farben auf das Auge dieselbe Wirkung hervorbringt, wie das weisse, unzerlegte Licht. Dann ist

$$rR + gG + bB = W.$$

Sodann bestimmt man durch Veränderung der Spaltbreiten die Mengen zweier dieser Farben, die man zu einer bestimmten Menge *x* der gegebenen Farbe *X* mischen muss, um dasselbe Weiss zu erhalten. So erhält man

$$r'R + g'G + xX = W.$$

Durch Elimination von *W* findet man dann

$$X = \frac{r - r'}{x} R + \frac{g - g'}{x} G + \frac{b}{x} B = \varrho R + \gamma G + \beta B.$$

¹⁾ Eine andere Farbentheorie ist von Hering aufgestellt worden, welcher drei Elementarempfindungen annimmt, die aber positiv und negativ sein können. Die eine Empfindung giebt im Zustand der Ruhe Schwarz, im erregten Zustand Weiss, die zweite die beiden Gegenfarben Blau und Gelb, die dritte die Gegenfarben Roth und Grün. (Näheres hierüber siehe Hering, Zur Theorie des Lichts, und die Abhandlungen in den Wiener Ber. von den Jahren 1872—1875.) — J.

²⁾ Siehe bei v. Helmholtz (l. c. 301), die Vorsichtsmassregeln, um genaue Mischungen einfacher Farben herzustellen; Pellat (Journ. de physique 8, 20; 1879), Beschreibung eines für diese Untersuchungen geeigneten Apparats.

Ein sehr vollkommener *Farbenmischapparat* ist z. B. auch von v. Helmholtz angegeben (Physiol. Opt. 2. Aufl. 355) und von A. König und C. Dieterici bei ihren Messungen über die Empfindlichkeitscurven der drei Elementarempfindungen benutzt werden (Berl. Sitz.-Ber. Juli 1886). — J.

Auf diese Weise ermittelte Maxwell die Intensitätscurven für die von ihm angenommenen Grundempfindungen, die er in einem Dreieck (Fig. 378) graphisch darstellte. Die drei Farben roth, grün, blau sind an den Ecken dieses Dreiecks mit den Gewichten ρ , γ , β aufgetragen, so dass das Schwerpunktcentrum W

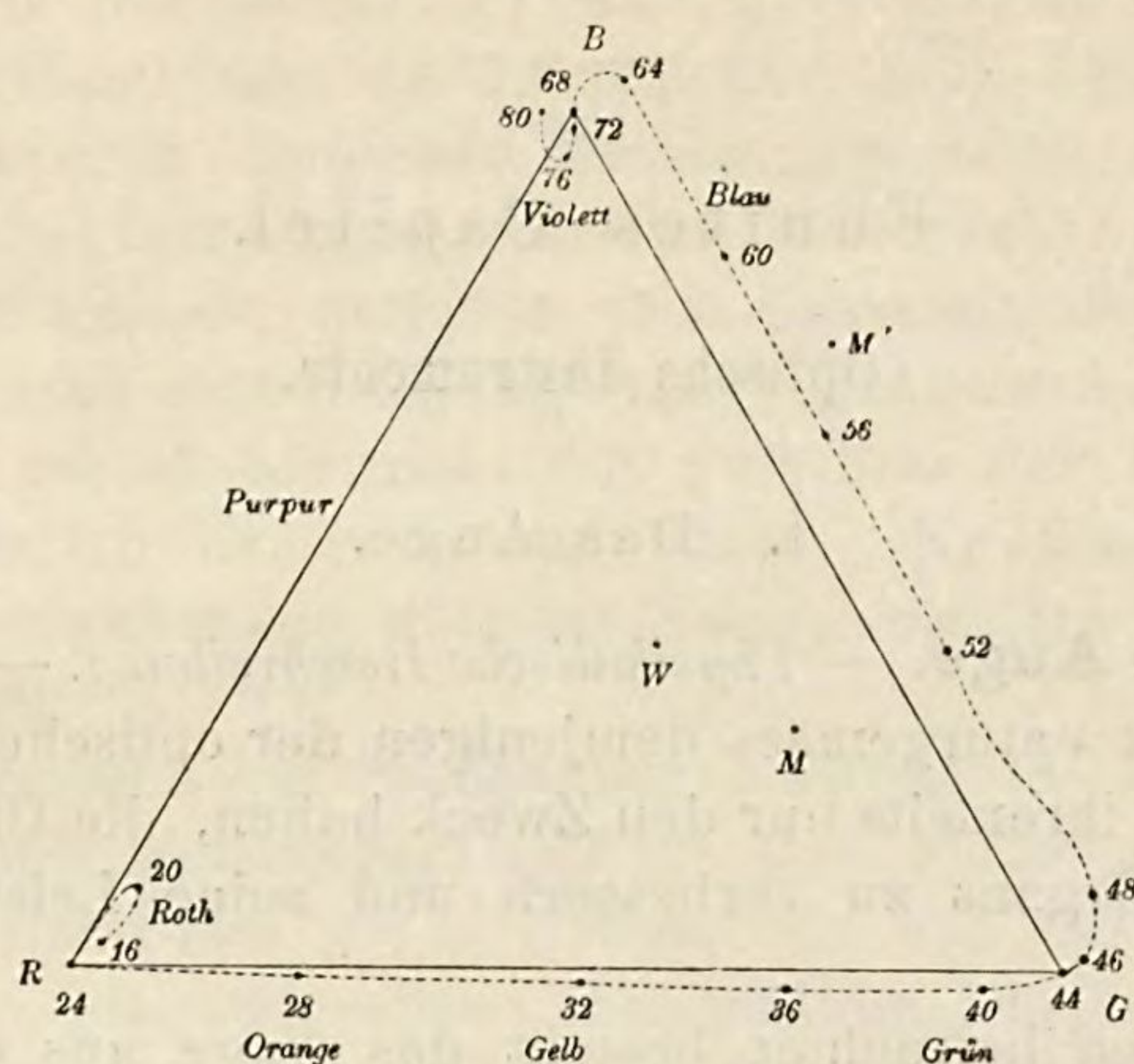


Fig. 378.

das reine Weiss darstellt. Die punktirte Linie entspricht den durch Beobachtung bestimmten Spectralfarben. Später sind diese Untersuchungen mit vollkommeneren Hülfsmitteln für farbentüchtige und farbenblinde Augen und für verschiedene Lichtquellen vielfach wiederholt worden (vgl. z. B. das Farbendreieck von König und Dieterici in Helmholtz, Phys. Optik 2, 340) und haben zu theilweise etwas abweichenden Resultaten geführt, auf die aber hier nicht näher eingegangen werden kann.

Fünftes Capitel.

Optische Instrumente.

I. Das Auge.

442. Das Auge. — *Physikalische Beschreibung.* — Das Studium des Auges geht naturgemäss demjenigen der optischen Instrumente voraus, die ja ihrerseits nur den Zweck haben, die Unvollkommenheiten dieses Organs zu verbessern und seine Leistungsfähigkeit zu erhöhen.

Physikalisch betrachtet besteht das Auge aus einer dunklen Kammer (*camera obscura*), deren Wandung durch die weisse Augenhaut (*Sclerotica* oder *Sclera*) gebildet wird. Dieselbe ist innen mit der Aderhaut (*Chorioidea*) bekleidet und nimmt die Endigungen des Sehnervs auf (*Retina*). Die *Sclerotica* ist in ihrem vorderen Theile durchsichtig und wird hier Hornhaut (*Cornea*) genannt; ebenso modificirt sich die *Chorioidea* an der Vorderwand des Auges und schliesst die Linse (*Lens crystallina*) ein, welche die Öffnung der Dunkelkammer verschliesst und mit einem Diaphragma, der Regenbogenhaut (*Iris*), bedeckt ist; diese besitzt eine Öffnung, Pupille genannt, die durch besondere Muskeln vergrössert und verkleinert werden kann. Zwischen der Hornhaut und der Krystall-Linse befindet sich eine ungefärbte, von Wasser wenig verschiedene Flüssigkeit (*humor aqueus*, Kammerwasser); zwischen der Linse und der *Retina* wird das Auge von einer gelatinösen, wenig consistenten Masse erfüllt (*corpus vitreum*, Glaskörper). Das von aussen kommende Licht hat also, ehe es zur Netzhaut gelangt, eine ganze Reihe von Medien zu durchlaufen, welche verschiedenes Brechungsvermögen besitzen und durch verschieden gekrümmte Oberflächen begrenzt werden.¹⁾ Wenn diese

¹⁾ Die beiden Flächen der Hornhaut sind fast genau Kugelsegmente, die vordere Fläche der Linse ist ein Rotationsellipsoid, die hintere ein Paraboloid. Alle diese Flächen können aber in ihrem für das Sehen in Betracht kommenden Theil als Kugelflächen angesehen werden.

Grössen bekannt sind, so lässt sich der Strahlengang berechnen. Listing hat diese Rechnung nach einer Anzahl von Messungen ausgeführt, deren Resultate sich in runden Zahlen ausdrücken lassen; diese beziehen sich dann auf eine Art mittleren Auges, bei dem man von kleinen individuellen Unterschieden absieht.

*Theoretische Betrachtung: Listing,*¹⁾ *Volkmann.*²⁾ — Die Hornhaut hat nur eine Dicke von 0,4 mm und beide Flächen derselben besitzen annähernd denselben Krümmungsradius (nach Listing 8 mm); da der Brechungscoefficient derselben (1,340) nur sehr wenig grösser ist, als derjenige des Kammerwassers (1,337), so braucht man nach dem Vorgange von v. Helmholtz nur die eine Brechung zu berücksichtigen, die zwischen der Luft und dem Kammerwasser an der vorderen Fläche der Hornhaut auftritt. Die Hauptbrennweiten für diese Brechung sind dann (427) 23,5 mm und 31,5 mm.³⁾

Da andererseits die Brechungsquotienten des Kammerwassers (1,337) und des Glaskörpers (1,338) fast gleich gross sind, so verhält sich die Linse so, als wenn sie auf beiden Seiten von Kammerwasser umgeben wäre; ihre vordere Fläche ist 4 mm von der Vorderfläche der Hornhaut entfernt, ihre Dicke beträgt nach Listing 4 mm, die Krümmungsradien 10 mm und 6 mm und der gesammte Brechungscoefficient $\frac{16}{11} = 1,4545$. Die Hauptbrennweite dieser Linse ist 44 mm; die Hauptebenen befinden sich beide im Innern der Linse, 2,35 mm und 1,40 mm von den entsprechenden Flächen entfernt; der Abstand der Hauptebenen endlich beträgt 0,25 mm.⁴⁾

Wenn wir auf dies Auge die Formeln für die Combination zweier optischen Systeme anwenden (S. 435), und dabei $f_1 = 23,5$ mm setzen, $f_1' = 31,5$ mm, $f_2 = f_2' = 44$ mm, $e = 6,35$ mm, so erhalten wir für die beiden Hauptbrennweiten des äquivalenten Systems, das sich zwischen denselben äusseren Medien (Luft und Glaskörper) befindet, $f = 15,0$ mm und $f' = 20,1$ mm. Die Entfernung der

¹⁾ Listing, Dioptrik des Auges, in Wagner's Handwörterbuch der Physiologie; 1851.

²⁾ Volkmann, Sehen, Wagner's Handwörterbuch; 1846.

³⁾ Eine den neueren Messungen besser angepasste Berechnung des schematischen Auges, die aber im allgemeinen nur wenig abweichende Zahlen ergiebt, siehe v. Helmholtz, l. c. 140. Der von Listing angegebene Radius der Hornhaut und das Brechungsvermögen der Linse sind etwas zu gross angenommen, aber beide Fehler compensiren sich bei der Berechnung der Brennweite des ganzen Auges. — J.

⁴⁾ Beim lebenden Auge ist die Krystall-Linse etwas convergenter als nach dem Tode (429).

ersten Hauptebene von der vorderen Hornhautfläche ist $h = 2,15$ mm, diejenige der zweiten Hauptebene von derselben Fläche $6,60$ mm — $h' = 2,55$ mm; diese beiden Flächen befinden sich also in der vorderen Augenkammer und ihr Abstand beträgt ebenfalls nur $0,4$ mm. Die Knotenpunkte liegen im Innern der Linse in der Nähe ihrer hinteren Fläche (der erste $0,75$ mm, der zweite $0,35$ mm vor dieser Fläche) und ihr Abstand von einander beträgt nur $0,4$ mm.

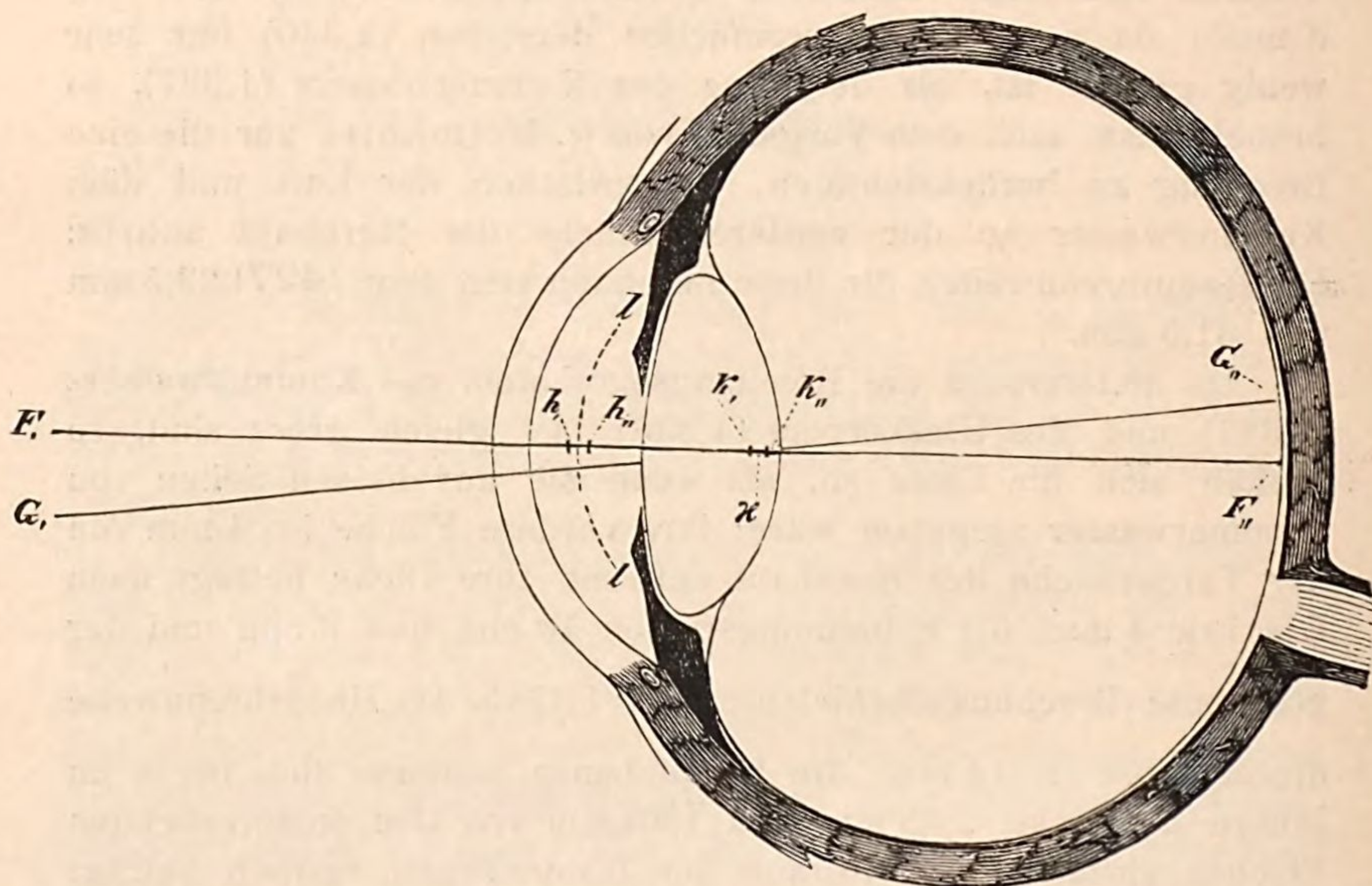


Fig. 379.

Der zweite Brennpunkt fällt genau auf die Retina, die sich 15 mm hinter der Krystall-Linse befindet (23 mm von der Vorderfläche der Hornhaut entfernt); der noch vorhandene geringe Unterschied (weniger als ein halbes Millimeter), ist kleiner als die Unsicherheiten der Daten. Fig. 379, die von Helmholtz entlehnt ist, stellt das *schematische Auge nach Listing* dar, wenn es unendlich ferne Gegenstände fixirt; F, F'' sind die beiden Hauptbrennpunkte, h, h'' die Hauptebenen, k, k'' die Knotenpunkte.

Wegen der geringen Entfernung der beiden Hauptpunkte darf man diese, ebenso wie die beiden Knotenpunkte, in einem Punkt vereinen. Man erhält auf diese Weise ein System, welches Listing das *reducirte Auge* nennt; eine einfache Kugelfläche ll geht durch den Hauptpunkt in einer Entfernung von $2,35$ mm von der vorderen Hornhautfläche hindurch; der Mittelpunkt derselben (Punkt, durch welchen die Strahlen ohne Brechung hindurch-

gehen) fällt mit dem zweifachen Knotenpunkt κ zusammen, der 0,55 mm vor der hinteren Linsenfläche sich befindet, die Fläche ll gilt als Trennungsfläche zwischen der Luft und dem Kammerwasser oder dem Glaskörper.¹⁾ Für die meisten Fälle sind diese Annahmen ausreichend.

Man kann die Rolle, welche die brechenden Medien im Auge spielen, auch dadurch veranschaulichen, dass man annimmt, die Linse sei unendlich dünn und habe eine Brennweite von 15 mm, ihre Entfernung von der Retina betrage ebenfalls 15 mm und zwischen beiden befinde sich Luft.

Vor den Rechnungen von Listing hatten die Versuche von Volkmann gezeigt, dass sich das Auge thatsächlich wie eine einzige Linse verhält, die von Luft umgeben ist. Derselbe brachte vor einem isolirten Auge, dessen undurchsichtige Sclera er abgeschabt hatte, mehrere Marken an und stellte fest, dass die Verbindungslinien dieser Marken mit ihren auf der Retina entworfenen Bildern sich sämmtlich in einem Punkte schneiden, der in der Nähe der hinteren Fläche der Krystall-Linse liegt.

Man kann also nach den gewöhnlichen Regeln die Bilder der Gegenstände construiren, welche den Objecten ähnlich, aber umgekehrt sind.

Diese Umkehrung hat oft zu der Frage Anlass gegeben: „Wieso sieht man die Gegenstände aufrecht, wenn das Bild auf der Netzhaut umgekehrt entworfen wird?“²⁾ Aber das im Auge erzeugte Bild ist kein Gemälde, das wir von innen betrachten; wir haben keine Empfindung von dem Vorhandensein der Netzhaut und der Entstehung der optischen Bilder. Deshalb können wir auch von der Lage derselben auf der Netzhaut nichts wissen; die Empfindung bleibt stets unerklärlich, wie auch die Lage des Bildes im Auge sein mag.

*Physikalische Theorie des Sehens. — Versuch von Scheiner.*³⁾ — Das deutliche Sehen setzt nothwendigerweise das Vorhandensein

¹⁾ Der Krümmungsradius dieser Fläche ist 5,10 mm; die Hauptbrennweiten bleiben 15 mm und 20 mm.

²⁾ Dagegen bewirkt ein aufrechtes Bild, dass man das Object umgekehrt sieht. Durch ein kleines, in einer undurchsichtigen Karte befindliches Loch betrachte man eine sehr helle Fläche, z. B. eine Kerzenflamme, und führe dann zwischen der Karte und dem Auge einen feinen Gegenstand (Feder, Nadel) vorbei. Die Pupille wirkt in diesem Falle als grosse Öffnung, und der Schatten des Objects fällt ohne Umkehrung auf die Retina. Der Gegenstand scheint dann umgekehrt zu sein und sich im umgekehrten Sinn zu bewegen, wie das Object.

³⁾ Scheiner, *Oculus, sive fundamentum opticum*; Innsbruck 1619.

eines deutlichen Bildes auf der Netzhaut voraus. Unter den zahlreichen Versuchen zum Beweis hierfür wollen wir nur denjenigen von Scheiner anführen. In eine undurchsichtige Karte sticht man zwei Löcher, die weniger weit von einander abstehen als der gewöhnliche Durchmesser der Pupille (etwa 4 mm) beträgt. Diese Karte hält man vor das Auge und betrachtet durch die beiden Löcher eine in geringer Entfernung befindliche Nadel; man sieht dann zwei Bilder. Zieht man die Karte weg, so nimmt man ein einziges, aber sehr verschwommenes Bild wahr; entfernt man dagegen das Object bei vorgehaltener Karte, so nähern sich die beiden Bilder und vereinigen sich schliesslich. Wenn man

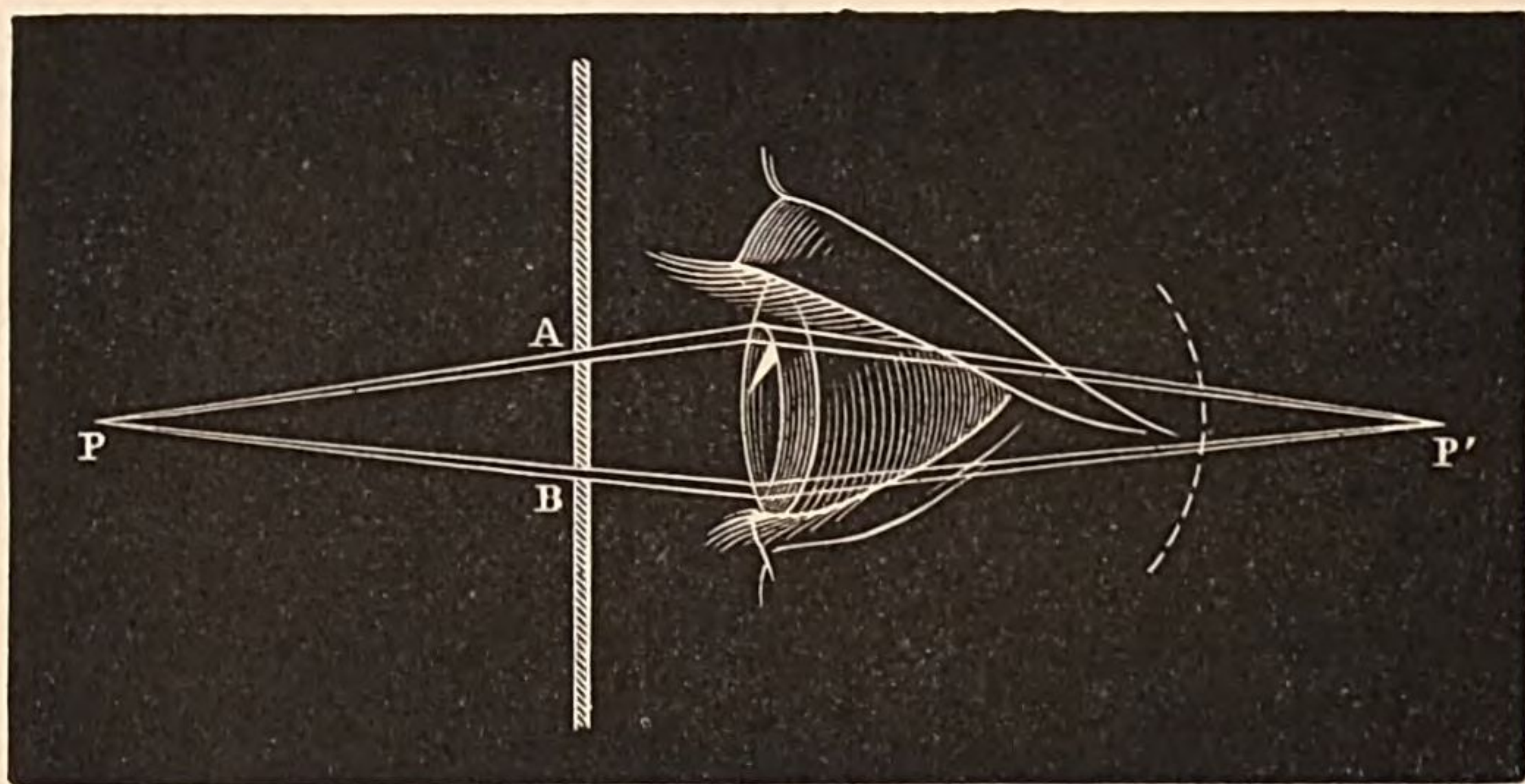


Fig. 380.

nun die Karte wegzieht, so erscheint das Bild vollkommen deutlich. Die Figur 380 lässt unmittelbar die verschiedenen Vorgänge erkennen. Wenn sich der Punkt P sehr nahe am Auge befindet, so fällt sein Bild P' hinter die Netzhaut, beim directen Sehen erscheint dann das Bild undeutlich; durch die beiden Löcher A und B dagegen, welche zwei schmale Strahlenbündel ausschneiden, sieht man den Gegenstand deutlich, aber doppelt. Beim Entfernen von P nähert sich P' der Retina und wenn P' mit derselben zusammenfällt, so erscheint das Bild mit blossen Auge ebenso deutlich, wie durch die Karte.¹⁾ Hieraus ist zu schliessen, dass man nur dann scharf sieht, wenn ein deutliches Bild auf der Netzhaut entworfen wird.

Deutliches Sehen. — Allerdings darf dies Princip nicht mit

¹⁾ Wenn das Auge kurzsichtig ist, so fällt bei weiterer Entfernung von P das Bild P' vor die Netzhaut und man sieht abermals durch die Karte zwei Bilder, aber nun entspricht das obere Bild dem unteren Loch und umgekehrt.

geometrischer Strenge angewandt werden, die für keines unserer Organe zulässig ist. Vor Allem muss man wissen, was man *deutliches Sehen* nennt. Ein normales Auge sieht den Mond sich deutlich vom Hintergrund des Himmels abheben, aber es nimmt keine feineren Details in der Gestaltung der Einzelheiten der Oberfläche wahr.

Bei jedem Bild gehen uns die Feinheiten, welche unterhalb einer gewissen Winkelgrösse liegen, vollständig verloren.

Ungleiche Empfindlichkeit verschiedener Theile der Netzhaut: Blinder Fleck und gelber Fleck (punctum caecum und fovea centralis mit macula lutea). — Der Sehnerv selbst ist gegen das Licht unempfindlich; die Stelle, an der er in das Auge eintritt, bildet den sog. blinden Fleck (punctum caecum), dessen Vorhandensein man



Fig. 381.

beim eigenen Auge leicht durch den folgenden Versuch von Mariotte¹⁾ nachweisen kann. Man schliesst das linke Auge und fixirt mit dem rechten das weisse Kreuz der Fig. 381, welche dem Werke von v. Helmholtz entlehnt ist; indem man nun das senkrecht gehaltene Buch nähert oder entfernt, findet man leicht einen Abstand desselben (etwa 30 cm), für den der weisse Kreis vollständig verschwindet.²⁾ Die empfindlichste Stelle des Auges, auf welche man stets das Bild des betrachteten Gegenstandes (beim Lesen oder Schreiben) bringt, ist die fovea centralis, der mittlere Theil des gelben Fleckes (macula lutea),³⁾ der etwas

¹⁾ Mariotte, Oeuvres, in den Mémoires de l'Académie; 1669—82.

²⁾ Der scheinbare Durchmesser des blinden Flecks beträgt nach Helmholtz 7°, der wahre Durchmesser 1,8 mm. Dies entspricht z. B. der elffachen Breite des Vollmonds.

³⁾ Im normalen Zustand ist die Retina roth durch den Sehpurpur, der seinen Sitz in den Stäbchen hat; in der Fovea aber fehlt der Sehpurpur. Vgl. auch Anm. 1 S. 596.

seitlich vom blinden Fleck liegt. Dieser Theil wird im Wesentlichen durch eine sehr grosse Menge ganz kleiner Organe, der sog. *Zäpfchen*, gebildet, in denen die letzten Verzweigungen des Sehnervs endigen; es sind dies die eigentlichen lichtempfindlichen Elemente.¹⁾ Von der Grösse derselben hängt nothwendigerweise der Genauigkeitsgrad des Sehens ab. Die Zäpfchen haben nun im gelben Fleck nach Kolliker einen Durchmesser von 3μ bis 4μ . Man kann natürlich ein Object, dessen geometrisches Netzhautbild einen viel kleineren Durchmesser hat, noch wahrnehmen, wenn es hell genug ist, um eins der Zäpfchen genügend zu erregen; so kann das Auge noch sehr deutlich die Sterne wahrnehmen, trotz der äusserst geringen Grösse ihres scheinbaren Durchmessers. Dagegen kann man *zwei* Lichtpunkte nicht mehr unterscheiden, deren scheinbare Entfernung weniger als $40''$ beträgt; dieser Winkel entspricht auf der Netzhaut 3μ .²⁾ In Folge der Aberrationen vermag das Auge in Wirklichkeit nur Winkelgrössen von etwa $1'$ zu unterscheiden, die einem Lichtfleck von $4,5\mu$ entsprechen.

Jede Abweichung von der idealen Abbildung eines Gegenstandes, welche unterhalb dieser Winkelgrösse bleibt, wird also vollständig zu vernachlässigen sein. Das normale Auge, welches im Unendlichen deutlich sieht, wird auch noch ein 13 m entferntes Object deutlich wahrnehmen, da der Kegel der gebrochenen

¹⁾ In den anderen Theilen der Netzhaut (mit Ausnahme des blinden Flecks) sind die Zäpfchen in verschiedenen Verhältnissen mit den Stäbchen gemischt, welche im blinden Fleck ebenfalls völlig fehlen. — Nach neueren Anschauungen vermitteln die Zäpfchen das Sehen im Hellen, die Stäbchen das Sehen im Dunkeln; in Übereinstimmung mit dieser Annahme steht der schon lang bekannte anatomische Befund, dass die Augen von Säugethieren und Vögeln, die auf das Leben im Dunkeln angewiesen sind (Maus, Eule etc.), fast nur mit Stäbchen ausgestattet sind. Da an der Stelle des deutlichsten Sehens bei Tageslicht die Stäbchen fehlen, so muss die Fovea im Dunkeln völlig blind sein. In Folge der sogenannten Dunkeladaptation erhalten die Stäbchen im Dunkeln eine grosse Empfindlichkeit für schwache Lichteindrücke, die sie bei hellem Licht nicht besitzen; die Stäbchen haben kein Unterscheidungsvermögen für Farben, beim Sehen im Dunkeln ist man daher total farbenblind. — J.

²⁾ Die Bilder dieser Punkte oder genauer die Mittelpunkte derselben fallen dann auf ein einziges Zäpfchen oder auf zwei benachbarte; der Eindruck wird demjenigen gleich sein, den das Bild eines einzigen Punktes hervorruft, das auf ein einziges Element oder die Berührungslinie zweier Elemente fällt. Das Auge kann nur dann zwei Bilder unterscheiden, wenn sie auf Zäpfchen fallen, die durch ein drittes getrennt sind und wenn dies letztere entweder gar nicht oder schwächer als die beiden anderen belichtet ist.

Strahlen auf der Netzhaut einen Kreis erzeugt, dessen Durchmesser $4,5 \mu$ noch nicht überschreitet.¹⁾ Indessen sieht das normale Auge auch noch die sehr nahen Gegenstände deutlich, allerdings nicht ohne eine gewisse innere Anstrengung, die man *Accommodation* nennt.

*Accommodation: Bilder von Sanson.*²⁾ — Auf einen alten Versuch von Young fussend, hat der französische Chirurg Sanson gezeigt, wie man das Wesen der Accommodation bestimmen kann. Wenn man vor ein Auge ein brennendes Licht stellt, so erblickt man darin drei Bilder; davon sind zwei, die von der Reflexion an den convexen Flächen der Hornhaut und der Linse herrühren,

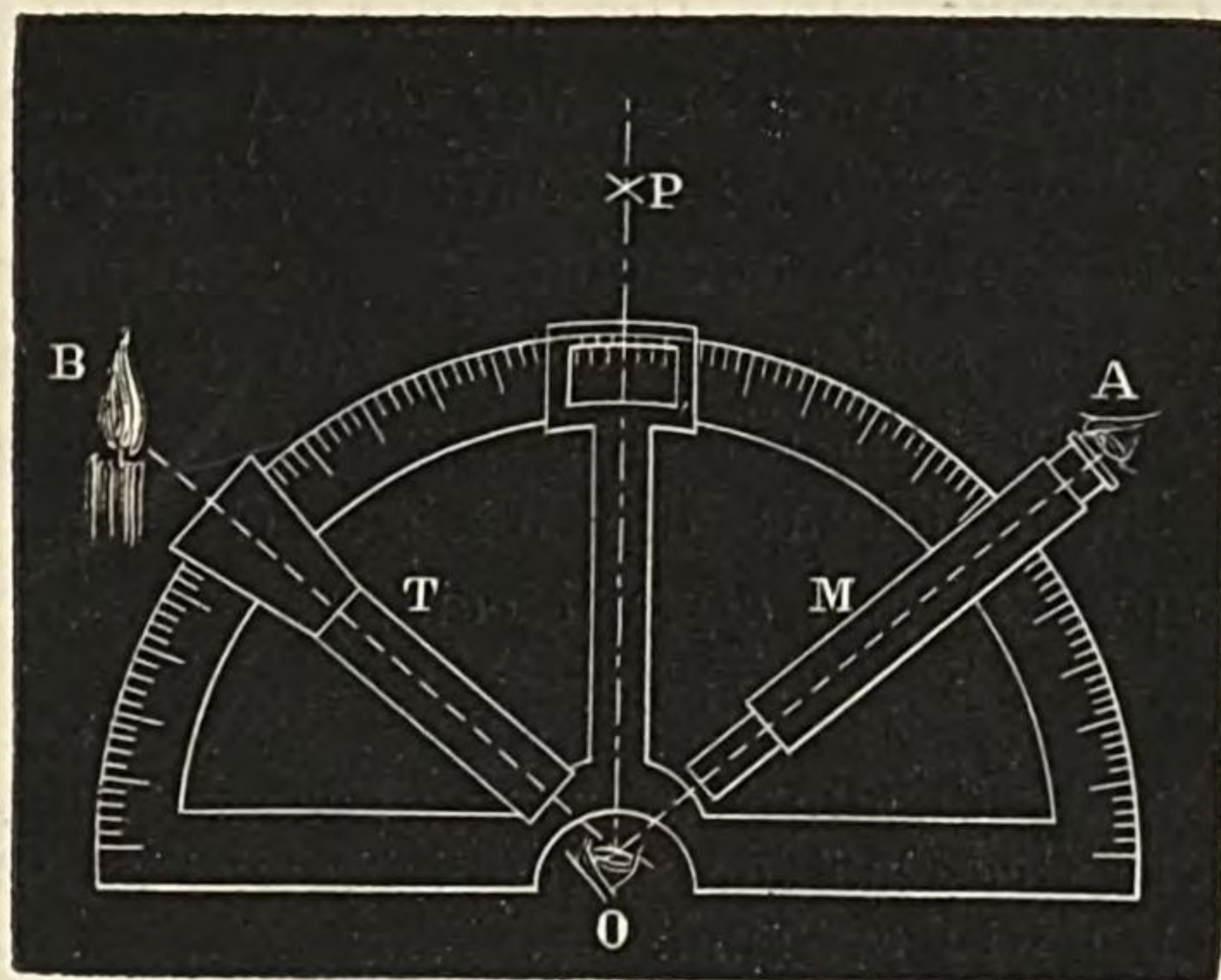


Fig. 382.

aufrecht und virtuell (das von der letzteren Fläche entworfene Bild ist grösser und viel weniger hell); das dritte Bild (kleiner als das Bild der Hornhaut und als das erste Bild der Linse) ist umgekehrt und reell; dies entsteht an der Concavfläche der Linse. Nach diesen Bildern beurtheilte Sanson den Zustand des Auges. Der holländische Physiker Cramer³⁾ ordnete den Versuch so an, dass er die Veränderung der Bilder beobachtete, wenn das Auge rasch hinter einander ein entferntes und ein nahes

¹⁾ Dies ist wenigstens die Folgerung der Annahme, dass man das Auge in seiner Wirkung durch eine unendlich dünne Linse von 15 mm Brennweite ersetzen kann. Thatsächlich vermindert sich diese Grenze jedoch auf 8 m, wenn man die wirkliche Form der brechenden Flächen und das von ihnen herrührende gebrochene Strahlenbündel betrachtet, wie es Sturm gethan hat.

²⁾ Sanson, *Leçons sur les maladies des yeux*; Paris 1837. — Entdeckt ist dieses Phänomen von Purkinje 1823. — J.

³⁾ Cramer, *Het Accomodatievermogen der Oogen*; Harlem 1853.

Object P fixirte; dabei bleibt das erste aufrechte Bild ungeändert, so dass sich also auch die Gestalt der Hornhaut nicht verändert, dagegen verschiebt sich das grosse aufrechte Bild bedeutend, ein Beweis, dass die Vorderfläche der Linse stärker gekrümmt wird. Die Beobachtung des umgekehrten Bildes zeigt dagegen, dass die hintere Fläche sich etwas abflacht. v. Helmholtz konnte mittels seines Ophthalmometers (429) diese Krümmungsänderungen genau messen und beweisen, dass die Convergenz der Linse für geringere Abstände zunimmt.¹⁾

Verschiedene Arten des Sehens. — Mit zunehmendem Alter wird die Accomodationsfähigkeit geringer und der Nähepunkt des deutlichen Sehens rückt weiter hinaus; man bezeichnet diesen Zustand mit Presbyopie ($\pi\rho\acute{\epsilon}\sigma\beta\upsilon\varsigma$, alt). Um in der Nähe sehen zu können, muss man dann eine Convexlinse vor das Auge setzen.²⁾

Das *normale* oder *emmetrope* Auge ($\acute{\epsilon}\nu$ in, $\mu\acute{\epsilon}\tau\rho\omicron\nu$ Mass, $\acute{\alpha}\psi$ Auge) sieht vom Unendlichen bis auf eine kurze Entfernung (ungefähr 15 cm) deutlich; mit anderen Worten, von den beiden Grenzen des deutlichen Sehens liegt die entfernteste, das punctum remotum (Fernpunkt) im Unendlichen; die nächste Grenze, das punctum proximum (Nähepunkt), bei etwa 15 cm.³⁾

¹⁾ Das für eine bestimmte Entfernung accomodirte Auge sieht entferntere und nähere Gegenstände undeutlich, weil die Bilder derselben auf der Netzhaut nicht scharf sind.

²⁾ Die Brennweite dieses Glases wird durch die Gleichung

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{\pi} = \frac{1}{f}$$

bestimmt, worin d die Entfernung bedeutet, auf die man die untere Grenze des deutlichen Sehens zurückführen will, während die augenblickliche Grenze $= \pi$ ist. (Hierbei wäre die Entfernung des Glases vom Auge nicht berücksichtigt.)

³⁾ Die Entfernung von 30 cm, welche man häufig als den normalen Abstand für das deutliche Sehen bezeichnet, die aber nur den gewöhnlichen Abstand beim Schreiben und beim Lesen bezeichnet, entspricht den Bedingungen unserer Civilisation. Sie würde keinerlei physiologische Bedeutung besitzen, wenn nicht die Gewohnheit thatsächlich dem Auge von Leuten, die sich viel mit Lesen und Schreiben beschäftigen, eine besondere Accomodationsfähigkeit für diese Entfernung verleihen würde. Auf diese Weise werden auch Kinder, denen man schlecht gedruckte Bücher zum Lesen giebt, dadurch, dass sie gezwungen werden, dieselben dem Auge nahe zu bringen, leicht kurzsichtig, indem ein anfänglich vorübergehender Zustand sich schliesslich dauernd herstellt. Im Gegensatz dazu verlieren Jäger, Bergbewohner und Seeleute durch die Gewohnheit, entfernte Gegenstände zu beobachten, die Leichtigkeit der Accomodation auf kurze Entfernung und werden in Folge dessen sehr frühzeitig presbytisch.

Das optische System eines Auges kann zu viel oder zu wenig Convergenz im Verhältniss zur Entfernung der Netzhaut zeigen; dies bedingt zwei verschiedene Ametropien: Die *Brachymetropie* (Myopie, Kurzsichtigkeit), bei der das Bild unendlich weit entfernter Objecte vor die Netzhaut fällt, und die *Hypermetropie* (Weitsichtigkeit), bei der dies Bild hinter die Netzhaut fällt.¹⁾

Das kurzsichtige, *myope* Auge ($\mu\upsilon\epsilon\iota\nu$ zudrücken, $\omega\psi$ Auge, in Folge der Gewohnheit Kurzsichtiger, die Augenlider zum Zweck des deutlicheren Sehens zusammenzudrücken) oder das *brachymetropie* Auge ($\beta\rho\alpha\chi\upsilon\varsigma$, kurz) sieht nur zwischen zwei endlichen Grenzen deutlich; der Fernpunkt ist stets nur wenig entfernt²⁾ und der Nähepunkt ist oft auf wenige Centimeter nahe gerückt. Wenn auch die Annäherung des Nähepunkts keine Unannehmlichkeiten im Gefolge hat, so ist dagegen die Nähe des Fernpunktes sehr störend; man corrigirt diesen Fehler mit Hülfe divergenter Linsen.³⁾

Das weitsichtige, *hypermetropie* Auge ($\upsilon\pi\acute{\epsilon}\rho$ über) sieht in keiner Entfernung deutlich;⁴⁾ damit die Strahlen auf der Netzhaut vereinigt werden, müssen sie schon vor dem Eintritt in das Auge eine gewisse Convergenz besitzen, der Fernpunkt, d. h. der Punkt, welchen das Auge ohne Accomodation sieht, ist virtuell.

¹⁾ Diese Ametropien sind gewöhnlich dadurch bedingt, dass bei der Brachymetropie die Augenachse länger ist als beim emmetropen Auge, bei der Hypermetropie dagegen kürzer. In neuerer Zeit versucht man hochgradige Kurzsichtigkeit dadurch zu heilen, dass man die Augenlinse herausnimmt und das Auge mit einer Convexbrille bewaffnet. — J.

²⁾ Wenn diese Entfernung einige Meter erreichen würde, so könnte das Auge auch auf unendlich weite Entfernungen deutlich sehen.

³⁾ Eine solche Linse muss als Brennweite den Abstand ϱ des Fernpunkts haben. Das Sehen wird dann deutlich vom Unendlichen bis zu einer durch die Formel

$$\frac{1}{\pi} - \frac{1}{d} = \frac{1}{\varrho}$$

bestimmten Entfernung d , wenn π den Abstand des Nähepunkts bedeutet.

⁴⁾ Gewisse weitsichtige Augen vermögen in Folge der Accomodation die entfernten Gegenstände bis zu einem gewissen Abstand zu sehen, der dem Nähepunkt entspricht. Dieser Punkt kann also im Endlichen liegen; dagegen liegt er auch mitunter im Unendlichen und wird sogar virtuell, indem seine absolute Entfernung dann grösser wird als diejenige des Fernpunkts.

Dieser Fehler lässt sich durch Anwendung convergenter Linsen corrigiren.¹⁾

Astigmatismus. — Das Auge ist fast immer astigmatisch (432 S. 472); bei einem System zweier rechtwinkliger Geraden wird man im Allgemeinen bei passender Entfernung und bei einer bestimmten Orientirung die eine Gerade sehr deutlich, die andere verschwommen sehen. Ein Bündel gerader Linien, die von einem Punkte nach allen Richtungen ausgehen, ist für den Versuch noch geeigneter und gestattet unmittelbar, diejenigen beiden, zu einander senkrechten Richtungen zu erkennen, in denen die Deutlichkeit ein Maximum oder Minimum ist. Um diese Ungleichmässigkeit zum Verschwinden zu bringen, bringt man eine Cylinderlinse vor das Auge, die im umgekehrten Sinn wirkt; ist das Auge ausserdem noch kurzsichtig, so muss die andere Fläche des Glases kugelförmig concav sein.

Aberration. — Durch alles dies wird aber die Aberration nicht aufgehoben. Dieselbe stört aber so wenig, dass sie für gewöhnlich unbemerkt bleibt.

Alle Flächen des Auges (nach der Correction auf Astigmatismus, wenn solcher vorhanden ist) sind annähernd Kugeln von sehr kleinem Radius, so dass man allerdings auf eine sehr beträchtliche sphärische Aberration schliessen sollte.

Indessen wird dieselbe durch zwei Ursachen verringert:

1. Unter dem Einfluss intensiven Lichtes schliesst sich die Pupillenöffnung theilweise,²⁾ so dass nur die centralen Strahlen ins Auge gelangen; die Randstrahlen werden gerade also dann beseitigt, wenn ihre Wirkung in Betracht kommen könnte.

2. Die Krystalllinse besteht aus verschiedenen Schichten, die wie bei einer Zwiebel übereinander gelagert sind und deren Brechungsquotienten vom Centrum nach der Oberfläche zu abnehmen. Der Brennpunkt der seitlichen Strahlen liegt in Folge dessen weiter von der Linse ab, als wenn diese homogen wäre. Allerdings ist das Auge, wenn auch nicht in höherem Grade als ein anderes Organ, noch mit Fehlern behaftet; jedenfalls aber verringert diese Anordnung wesentlich die sphärische Aberration.

¹⁾ Die Brennweite ϱ dieser Linse, welche ein deutliches Sehen vom Unendlichen bis zu einer Entfernung d ermöglicht, wird durch die Gleichung

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{\pi} = \frac{1}{\varrho}$$

bestimmt.

²⁾ Nach Brown-Sequard wirkt nur das gelbe Licht auf die Iris.

Der folgende Versuch, den Volkmann analog dem Scheiner'schen angegeben hat, lässt die noch vorhandene Aberration auch dem Zeichen nach erkennen. In einer Karte bringt man vier Löcher : $\cdot$ an, die ein Trapez von solchen Dimensionen bilden, dass sie in der von schwachem Licht getroffenen Pupille Platz hätten. Betrachtet man durch diese vier Löcher eine Nadel, die man nahe an das Auge heranbringt, so liefert jedes Loch ein deutliches Bild derselben. Wenn man die Nadel dann allmählich entfernt, sieht man die vier Bilder sich nähern, bis sie sich in der Entfernung des Nähepunkts in einem einzigen Punkt vereinigen. Diese Vereinigung geht nun je nach dem Auge in verschiedener Weise vor sich. Am häufigsten vereinigen sich die centralen Bilder zuerst; dann hat die Aberration das entgegengesetzte Zeichen, wie bei einer Convexlinse; bei anderen Augen vereinigen sich zuerst die Randbilder, so dass die Aberration dasselbe Zeichen, wie bei einer Convexlinse besitzt; mitunter geht die Vereinigung gleichzeitig für alle vier Bilder vor sich, dann ist die Aberration null.

Da die Medien des Auges sich wie eine Reihe in demselben Sinn wirkender Prismen verhalten, so scheint es, als ob die chromatische Aberration ebenfalls beträchtlich sein müsste; im Allgemeinen ist dieselbe indessen vollständig unmerklich. Dies rührt von der Kleinheit der Pupillenöffnung bei starkem Licht her; jedes Büschel monochromatischer Strahlen ist in seinem wirksamen Theil sehr schmal und in Folge dessen fallen die verschiedenen Strahlenbüschel fast völlig auf der Fläche zusammen, in welcher sie durch die Netzhaut geschnitten werden. Wenn man aber die Pupille durch Einträufeln von Atropin bei hellem Licht so gross erhält, wie sie im normalen Zustand bei schwachem Licht ist, so erscheinen die Gegenstände mit einem farbigen Rand umgeben. Der chromatische Fehler des Auges tritt auch bei dem Versuch von Scheiner zu Tage; die beiden Bilder P (Fig. 380) sind gefärbt. Wenn sich in P ein Lichtspalt befindet, so sieht man zwei entgegengesetzt orientirte Spectren. Es sei endlich noch an eine Beobachtung Fraunhofer's erinnert; als er das Spectrum mit einer achromatischen Lupe untersuchte, bemerkte er, dass trotzdem die Einstellung von einer Farbe zur anderen sich änderte; dieser Umstand beweist den mangelhaften Achromatismus des Auges und gestattet sogar, denselben zu messen.¹⁾

¹⁾ Die Überlegung von Euler (S. 578) beruhte also auf einer ganz falschen Voraussetzung.

Nachbilder der Lichteindrücke auf der Netzhaut; Thaumatrope (Stroboskop), Phenakistoskop, Faraday'sche Räder. — Obgleich wir

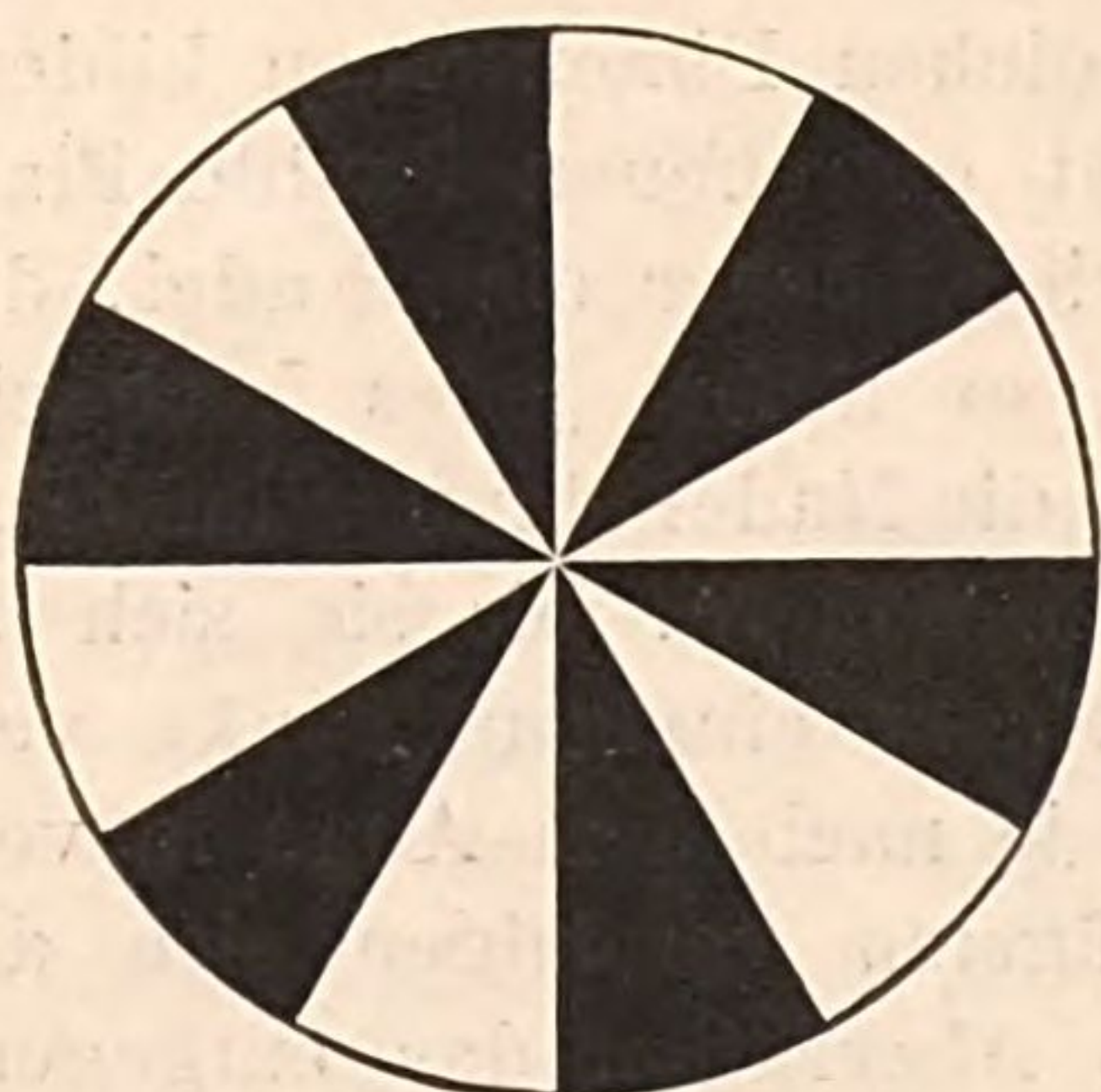


Fig. 383.

bei der Betrachtung des Auges die physiologische Seite völlig bei Seite gelassen haben, können wir doch eine Erscheinung nicht mit Stillschweigen übergehen, welche in der Physik eine wichtige Rolle spielt und die wir schon öfter erwähnt haben, nämlich die Nachbilder der Lichteindrücke auf der Netzhaut. Mittels einer drehbaren Scheibe, von der in der Fig. 383 abgebildeten Art, kann man leicht nachweisen, dass die Dauer dieser Nachbilder, die übrigens

mit den Versuchsbedingungen etwas variirt, ungefähr ein zehntel Secunde beträgt.

Von den auf dieser Erscheinung basirenden Apparaten wollen wir die folgenden anführen:

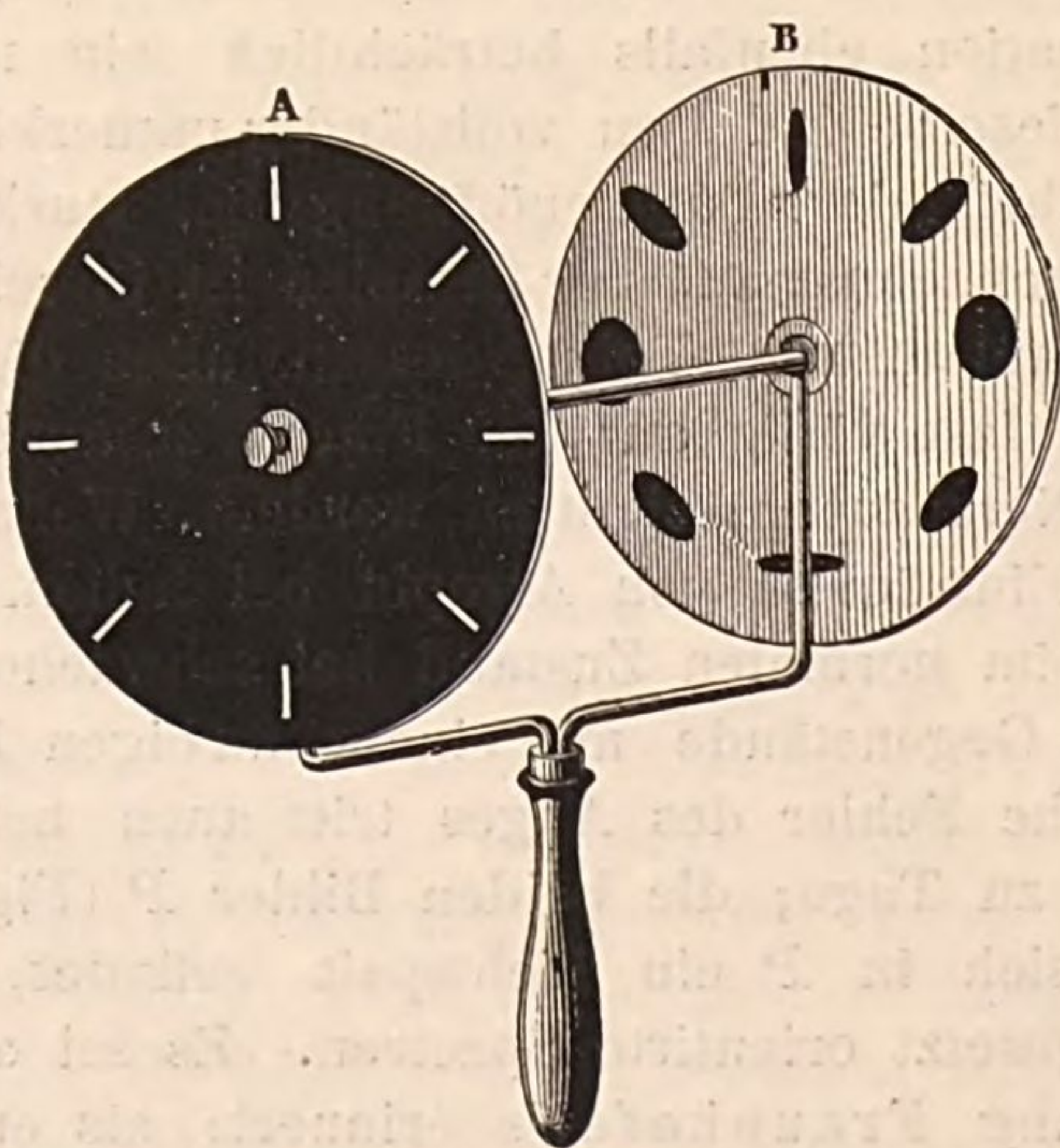


Fig. 384.

Das Thaumatrope ($\theta\alpha\upsilon\mu\alpha$, Wunder, $\tau\rho\acute{\epsilon}\pi\omega$, drehen)¹⁾ ist eine kreisförmige Scheibe aus Karton, die sich um einen ihrer Durchmesser drehen kann und auf der einen Seite Theile einer Zeichnung

¹⁾ Paris, Edinb. journ. 4, 87.

trägt, auf der anderen die Ergänzung dazu, welche sich beim Drehen zu einem vollständigen Bild vereinigen.

Das Phenakistoskop (*φενάκισμος*, Täuschung)¹⁾ oder Stroboskop (*στροβός*, das Herumdrehen): Wenn sich die beiden Scheiben (Fig. 384) gleichzeitig drehen, so empfängt das Auge durch die nacheinander an ihm vorübergehenden Spalte eine Reihe von Eindrücken, die so lange anhalten, dass dadurch die Empfindung einer continuirlichen Bewegung des Gegenstandes hervorgerufen wird, wenn derselbe in verschiedenen Phasen dieser Bewegung auf der Scheibe *B* dargestellt ist (362).²⁾

Die Faraday'schen Räder:³⁾ Es sind dies zwei gleiche Räder, die sich im entgegengesetzten Sinne mit gleicher Geschwindigkeit drehen; wenn diese gross genug ist, sieht man nur ein, scheinbar unbewegliches, Rad mit der doppelten Anzahl Speichen, als in Wirklichkeit jedes der bewegten Räder besitzt.

Um uns von dieser Erscheinung Rechenschaft zu geben, betrachten wir zunächst einen einzigen leuchtenden Stab; wenn sich dieser schnell genug dreht, so wird die von ihm bestrichene Fläche gleichmässig beleuchtet erscheinen, da sich das Bild des

¹⁾ Plateau, Correspond. math. et phys. de l'Observ. de Bruxelles 7, 365; 1833. Vgl. Stampfer, Die stroboskopischen Scheiben; Wien 1833. Bei den stroboskopischen Scheiben befinden sich die Figuren auf demselben Karton wie die Spalte. Man betrachtet bei diesem Apparat die Figuren während des Drehens der Scheibe durch die Spalte in einem Spiegel.

²⁾ Auf demselben stroboskopischen Princip beruht der Anschütz'sche *Schnellseher*. Bei diesem sind die einzelnen Phasen der Bewegung (z. B. des Vogelfluges) durch den photographischen Apparat automatisch in sehr schneller Aufeinanderfolge aufgenommen. Die Bewegung wird dadurch reproducirt, dass die einzelnen Bilder, welche auf dem Umfang einer schnell rotirenden Scheibe in gleichen Abständen angebracht sind, durch eine intermittirende elektrische Beleuchtung für einen kurzen Moment erhellt werden. Die kurz aufeinanderfolgenden Momenteindrücke setzen sich dann für das Auge in einer continuirlichen Bewegung zusammen.

Während bei dem *Schnellseher* sich derselbe Vorgang fortwährend bei jeder Umdrehung der Scheibe wiederholt, wird bei dem *Kinematograph* von Edison, der dann von Lumière noch weiter vervollkommen wurde, eine fortlaufende, etwa eine Minute dauernde Handlung reproducirt. Die einzelnen Phasen des Vorgangs werden in mikroskopischer Kleinheit auf einen viele Meter langen Celluloidstreifen photographirt und bei der Reproduction ebenfalls durch intermittirende elektrische Beleuchtung für das Auge wieder vereinigt. Bei dem jetzt vielfach vorgeführten Kinematographen von Lumière wird das Bild mittels einer Projectionslampe in vergrössertem Maassstab auf einer Leinwand entworfen. Die Vorgänge besitzen grosse Lebenswahrheit. — J.

³⁾ Faraday, Journal of the Royal Institution 1; 1831.

Stabes für unser Auge gleichmässig auf dem ganzen Kreis vertheilt. Bringen wir nun vor diesen Stab einen zweiten, ebenfalls leuchtenden, der sich mit gleicher Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung dreht, so wird die scheinbare Flächenhelligkeit doppelt so gross werden, mit Ausnahme der zwei rechtwinklig zu einander stehenden Durchmesser, in denen sich die beiden Stäbe bei jeder Umdrehung decken. In diesen Stellungen wird der vordere Stab allein leuchten. Das Feld wird demnach zwei rechtwinklig stehende, relativ dunkle Streifen zeigen. Dieselbe Überlegung lässt sich auf beliebig viele Stäbe und dementsprechend auch auf die Faraday'schen Räder ausdehnen.¹⁾

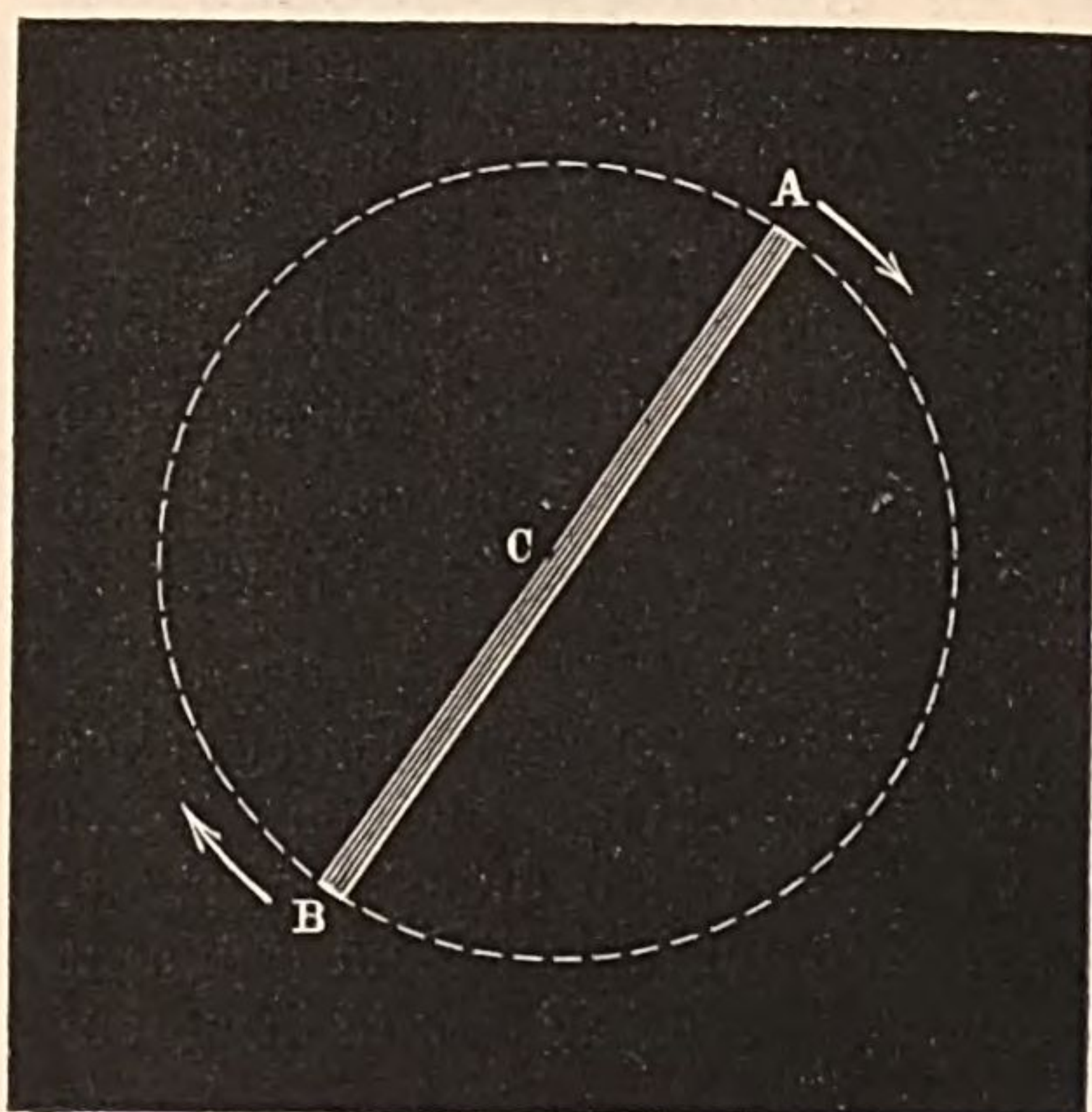


Fig. 385.

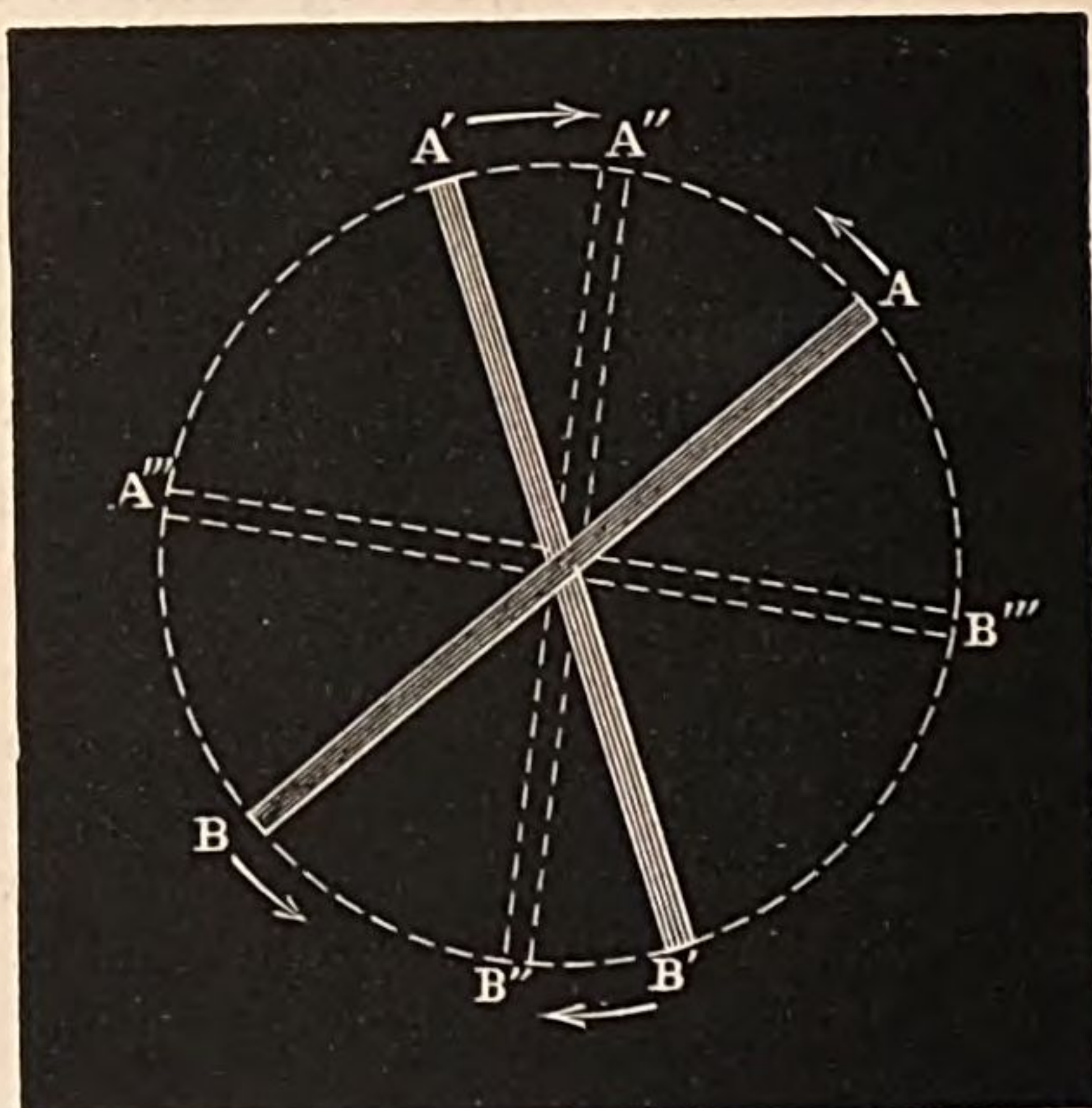


Fig. 386.

Binoculares Sehen. — *Stereoskop: Wheatstone, Brewster, d'Almeida.* — Die Erscheinung des binocularen Sehens wollen wir ebenfalls nicht vollständig übergehen. Dass man mit zwei Augen besser sieht als mit einem, ist eine Jedermann bekannte Thatsache, die wir nicht weiter zu erklären brauchen. Weniger verständlich erscheint es, dass man trotz des Dualismus des Bildes eine einheitliche Empfindung erhält. Damit ein Gegenstand, den wir zunächst als sehr entfernt annehmen wollen, einfach erscheint, müssen die Bilder jedes seiner Punkte auf zwei physiologisch entsprechende Stellen der Netzhaut beider Augen fallen. Dies findet

¹⁾ Wenn sich die beiden Räder mit verschiedener Geschwindigkeit im entgegengesetzten Sinne bewegen, so scheinen sich die Speichen des Bildes im Sinne des langsamer rotirenden Rades zu drehen, und zwar mit einer Geschwindigkeit, die gleich der halben Differenz der Geschwindigkeiten beider Räder ist.

in normalem Zustand statt, wenn die Achsen beider Augen nach dem Gegenstand gerichtet sind. Es genügt indessen, das eine Auge durch einen leichten Druck des Fingers zu verschieben, um diesen Eindruck zu stören und zwei Bilder hervorzurufen. Wenn der Gegenstand sich nahe befindet, so können die in beiden Augen entworfenen Bilder nicht mehr identisch sein, und das oben aufgestellte Princip ist dann nicht mehr streng anwendbar. Es entsteht dann eine besondere Art des körperlichen Sehens, wie die beim Stereoskop (*στερεός* körperlich, *σκοπεῖν* sehen) auftretenden Erscheinungen zeigen.¹⁾

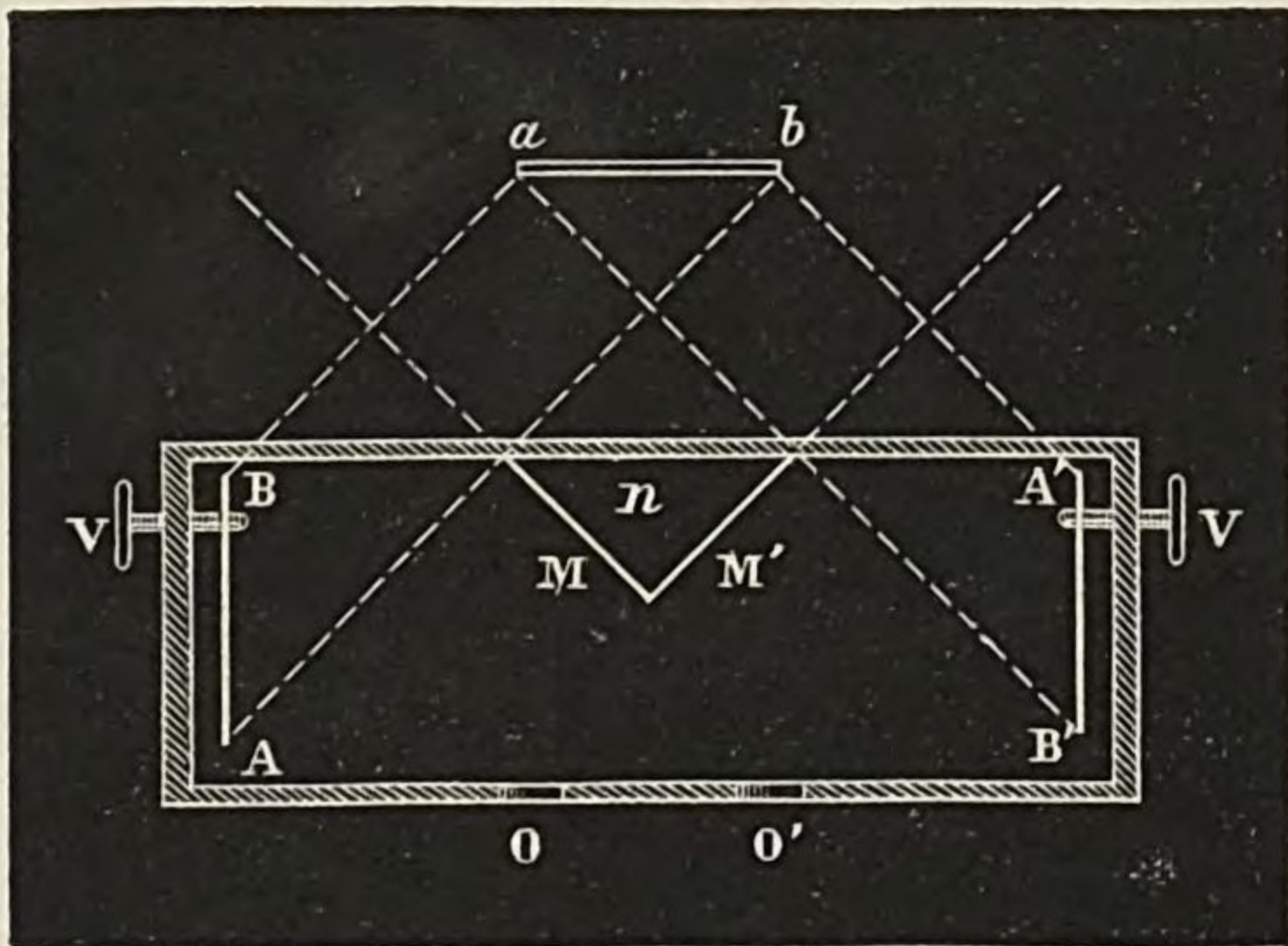


Fig. 387.

Dieser von Wheatstone erfundene Apparat ruft dadurch die Empfindung des körperlichen Sehens hervor, dass man vor jedes Auge ein solches Bild des Gegenstandes bringt, wie es in Wirklichkeit im Auge entstehen würde. Dabei muss man den von diesem Bild ausgehenden Strahlen eine solche Richtung geben, als wenn sie wirklich von dem Gegenstand kämen. Man stellt zu diesem Zweck von zwei verschiedenen Standpunkten aus zwei Photographien desselben Gegenstandes her, welche den beiden mit den Augen wahrgenommenen Bildern entsprechen. Meistens besitzt der photographische Apparat gleich zwei Linsen, die um den Augenabstand oder auch weiter von einander entfernt sind. Diese Bilder bringt man z. B., nach Wheatstone,²⁾ an die Stelle von AB und $A'B'$ (Fig. 387) gegenüber von zwei ebenen Spiegeln M , M' , die senkrecht aufeinander stehen; die Bilder lagern sich dann

¹⁾ Wheatstone, in Mayo's Outlines of human Physiology; 1833; und Phil. Trans.; 1838, II, 371.

²⁾ Wheatstone bediente sich geometrischer Zeichnungen.

scheinbar in ab über einander und es entsteht die Erscheinung eines körperlichen Bildes. Brewster brachte dieselbe Erscheinung in bequemerer Weise mittels zweier prismatischer Linsen hervor; jede derselben kann als zusammengesetzt betrachtet werden aus einer Linse, die ein virtuelles Bild in der Entfernung der deutlichen Sehweite hervorruft und aus einem Prisma, welches dies Bild nach ab bringt, wo sich die beiden Bilder vereinigen.

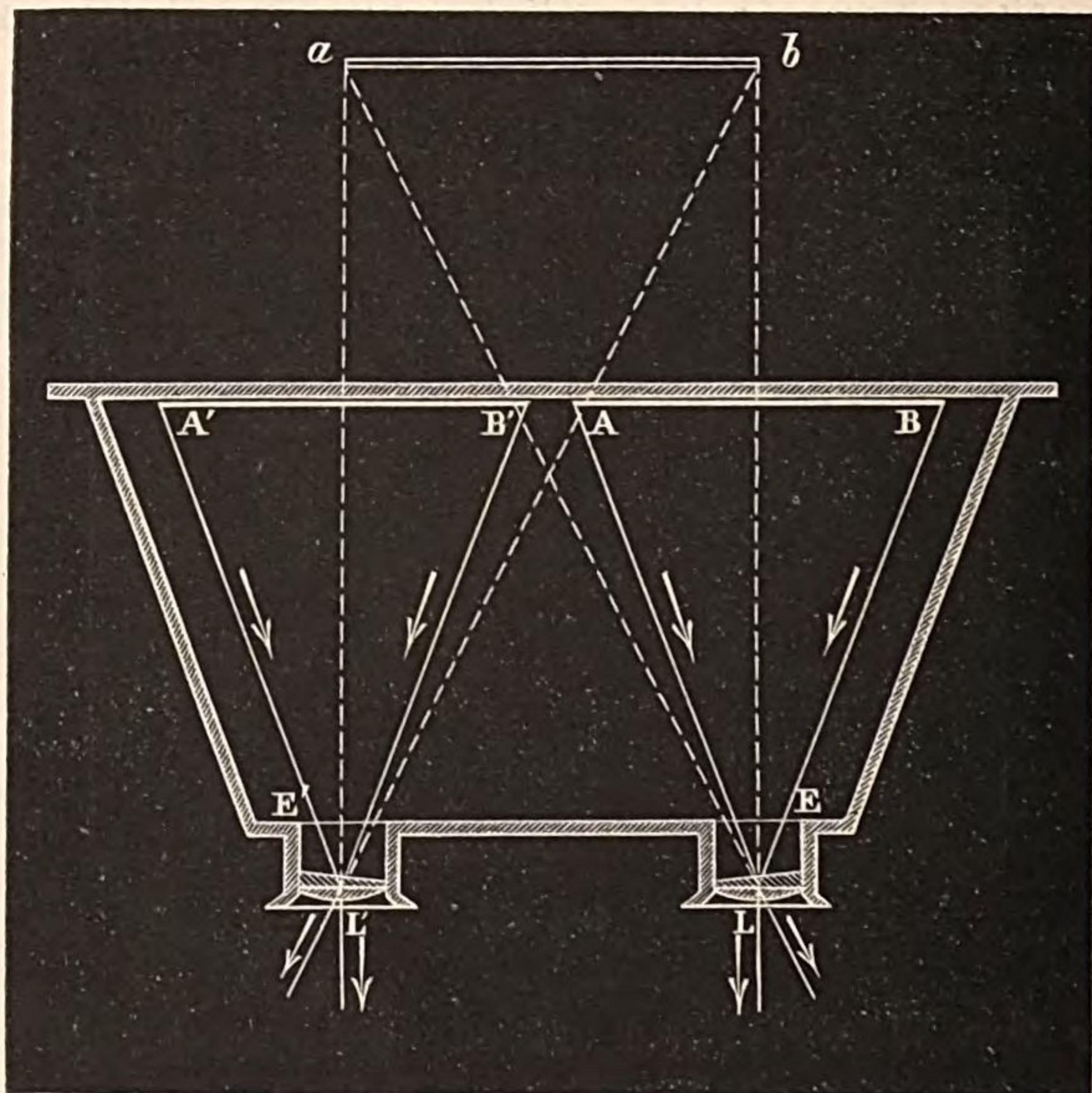


Fig. 388.

In besonders überraschender Weise zeigt sich diese Erscheinung bei dem Versuch von d'Almeida. Auf einem Schirm bringt man durch Projection zwei stereoskopische Bilder, ein rothes und ein grünes, zur Deckung, so dass man nur ein einziges ungefärbtes Bild ohne Körperlichkeit erhält. Wenn man aber dies Bild durch eine Brille betrachtet, bei der das eine Glas roth, das andere grün ist, so erhält das Bild ein vollständig körperliches Aussehen, bleibt aber ganz farblos.

II. Optische Instrumente.

443. Allgemeine Eigenschaften. — Die optischen Instrumente haben alle den Zweck, die Stärke des Auges zu vermehren.

Stärke. — Nach Verdet nennt man die Stärke eines Instruments den Sehwinkel, unter welchem dasselbe die Längeneinheit des Objects erscheinen lässt.

Vergrößerung. — Die Vergrößerung ist das Verhältniss der stets kleinen Sehwinkel,¹⁾ unter denen der Gegenstand bei der Betrachtung durch das betreffende Instrument und beim Sehen mit blosssem Auge erscheint, und zwar bei den Bedingungen, unter denen das Sehen in jedem Fall stattfindet.

Man muss nämlich nicht nur die Lage des Auges zum Object berücksichtigen, sondern auch zu dem Bild, welches das Instrument an Stelle des Objects entwirft.²⁾

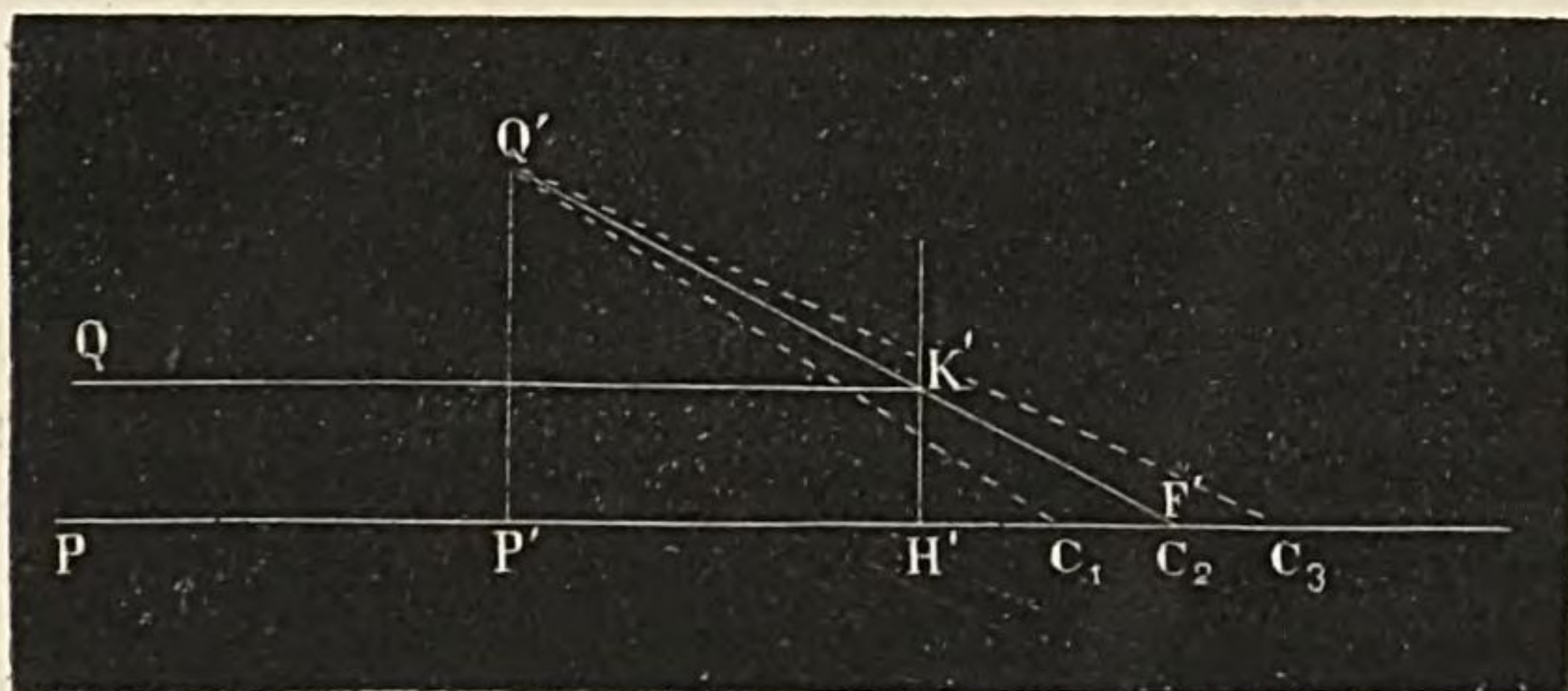


Fig. 389.

Ein optisches Instrument lässt sich theoretisch immer auf eine einfache Linse zurückführen. Es sei F' (Fig. 389) der zweite Brennpunkt und $H'K'$ die zweite Hauptebene dieser Linse; ziehen wir durch den Endpunkt Q des Objects PQ ³⁾ eine Parallele QK' zur Achse und ferner die Linie $F'K'$, so liegt der Punkt Q' des Bildes $P'Q'$ auf dieser Geraden $F'K'$ in einem Abstand, der von der Entfernung des Gegenstandes abhängt.

Der optische Mittelpunkt C des Auges kann nun drei verschiedene Lagen gegen F' einnehmen.

1. Der optische Mittelpunkt C_1 des Auges befindet sich vor dem Brennpunkt F' , zwischen F' und $P'Q'$. Offenbar ist dann

¹⁾ Vielleicht wäre es natürlicher, an Stelle der Sehwinkel die Grösse der Netzhautbilder zu betrachten; da aber die Verschiebungen des Knotenpunktes des Auges in Folge der Accomodation vernachlässigt werden können, so sind die beiden Grössen einander proportional und die Anwendung des Sehwinkels ist in der Praxis bequemer.

²⁾ Siehe Guébhard, Annales d'oculistique 89, 197 und Journal de physique (2) 2, 266; 1883 sowie Gariel, Études d'optique géométrique; Paris, Nony, 1889, 162.

³⁾ Wenn $PQ = 1$, ist bestimmt der Winkel $P'CQ'$ die Stärke des Instruments.

die Vergrößerung um so erheblicher, je mehr sich C_1 dem Bilde $P'Q'$ nähert. Das Instrument muss daher so justirt sein, dass das Bild im Nähepunkt entsteht. Kann man die Lage des Auges verändern, so wird man es so weit als möglich von F' entfernen und demnach so viel als möglich dem Instrument nähern. Zwischen der letzten Linse und dem Auge bleibt indessen stets eine kleine Entfernung, die gleich ist dem Abstand des optischen Mittelpunktes des Auges von der Hornhaut vermehrt um die Dicke der Augenlider und die Länge der Wimpern; dieser Abstand beträgt im Ganzen ungefähr 15 mm.¹⁾

2. Der optische Augenmittelpunkt C_2 fällt mit dem Brennpunkt F' zusammen, der Sehwinkel ist dann unabhängig von der Lage des Auges. Man vermeidet jede Ermüdung des Auges durch Accomodation, wenn man das Bild in den Fernpunkt bringt.

3. Der optische Augenmittelpunkt liegt jenseits von F' . Dieser Fall ist dem ersten entgegengesetzt, das Bild muss in den Fernpunkt verlegt werden. Ausserdem wird man C so nahe als möglich an F' bringen.

Die beiden letzten Fälle sind die häufigsten; die Lage des Auges im Brennpunkt kann sogar als die theoretische Bedingung betrachtet werden, die man in der Praxis im Allgemeinen möglichst einhalten wird.

Diese Betrachtungen lassen sich auch leicht in Formeln ausdrücken.

Es sei Δ der Abstand CP' des Augenmittelpunkts vom Bild, ε der Abstand $F'C$ des Brennpunkts vom Augenmittelpunkt und zwar mögen die Entfernungen nach der Richtung hin als positiv gerechnet werden, von der das Licht kommt.

Wir haben früher (S. 417) mit ω' den Abstand $F'P'$ des Brennpunkts vom Bild bezeichnet, wobei die Richtung des einfallenden Lichts positiv gerechnet wurde.

Es ist dann

$$-\omega' = \Delta + \varepsilon.$$

In der Gleichung (5) (Seite 419) $-\frac{I}{O} = \frac{\omega'}{f'}$ bedeuten I und O die lineare Grösse des Bildes und des Gegenstandes, und f' die zweite Brennweite (gleich der ersten f , wenn sich das System

¹⁾ Die Optiker rechnen 13 mm von der Hornhaut und folglich 20 mm vom optischen Mittelpunkt des Auges bis zu der Linse.

in Luft befindet); diese Gleichung kann demnach geschrieben werden

$$\frac{I}{O} = \frac{\Delta + \varepsilon}{f}.$$

Der Winkel Θ_1 , unter welchem das Bild von C aus erscheint, ist

$$\Theta_1 = \frac{I}{\Delta} = \frac{O}{f} \cdot \frac{\Delta + \varepsilon}{\Delta}.$$

Der Ausdruck für die Stärke P lautet also ($O=1$ gesetzt)

$$P = \frac{1}{f} \cdot \frac{\Delta + \varepsilon}{\Delta},$$

wofür man schreiben kann

$$P = \frac{1}{f} \left(1 + \frac{\varepsilon}{\Delta} \right).$$

Δ ist für jedes nicht weitsichtige Auge nothwendiger Weise positiv. Wenn demnach ε positiv ist (Auge vor dem Brennpunkt), so wird die Stärke um so grösser sein, je kleiner Δ und je grösser ε ist. Man wird das Bild in den Nähepunkt bringen und sich so weit als möglich vom Brennpunkt entfernen. Ist dagegen ε negativ (Auge jenseits des Brennpunkts), so ergeben sich die umgekehrten Folgerungen; man wird dann das Bild in den Fernpunkt bringen und sich dem Brennpunkt so viel als möglich nähern. Wenn endlich ε gleich Null ist (Auge im Brennpunkt), so wird die Stärke unabhängig von Δ und ihr Werth wird gleich der inneren Stärke des Systems sein (428)

$$P = \frac{1}{f};$$

um aber die Ermüdung durch Accomodation zu vermeiden, ist es vortheilhaft, das Bild bis zum Fernpunkt zu entfernen.

Der Sehwinkel Θ_0 , unter dem man mit blosssem Auge den in der Entfernung Δ_0 befindlichen Gegenstand sieht, ist

$$\Theta_0 = \frac{O}{\Delta_0}.$$

Man erhält also für die Vergrösserung die Formel

$$G = \frac{\Theta_1}{\Theta_0} = \frac{\Delta_0(\Delta + \varepsilon)}{f\Delta},$$

welche in jedem besonderen Fall leicht zu discutiren ist.

Auflösungsvermögen. — Man darf nicht vergessen, dass die hier entwickelte geometrische Theorie unvollständig ist. In Folge der Beugungserscheinungen ist das Bild eines Punktes nicht wieder ein einfacher Punkt, sondern ein nach den Rändern zu dunkler werdendes Lichtscheibchen; die Sichtbarkeit der Details hängt von dem Durchmesser des centralen Theils des Lichtflecks ab, der von einem Punkt entworfen wird. Unter sonst gleichen Umständen ist dieser Durchmesser umgekehrt proportional dem Durchmesser, den die wirksame Fläche der Hauptebene besitzt.¹⁾ Demnach ist der scheinbare Winkel, unter dem der centrale Lichtfleck von dem zweiten Knotenpunkt des Systems erscheint²⁾ und den man das *Auflösungsvermögen* des Instruments nennt, für eine bestimmte Lichtart allein durch die wirksame Fläche der Hauptebene definirt.

Nach Foucault beträgt das Auflösungsvermögen für ein Objectiv von 13 cm Durchmesser 1" oder ungefähr 1:200 000 (dies ist ungefähr die Bogenlänge für 1" bei einem Kreis vom Radius 1). Nach Dawes würde die Auflösungsconstante (Product des Auflösungsvermögens in den Durchmesser in Centimeter) gleich 11,6" sein.

Wir wollen als Mittel dieser Resultate die Zahl 12" annehmen.

Der Durchmesser der Pupille schwankt zwischen 3 mm bei starkem Licht und 8 mm in der Dunkelheit. Wenn wir einen Durchmesser von 4 mm annehmen, der einer gewöhnlichen Beleuchtung entspricht, so könnte also das Auge einen Winkel von $\frac{120''}{4} = 30''$ auflösen; diese Grösse ist fast identisch mit der Grenze, welche aus dem Durchmesser der Zäpfchen auf dem gelben Fleck folgt (442).

Diese Grenze wird indess niemals erreicht;³⁾ bei einem normalen Auge beträgt die Sehschärfe, gemessen durch das Auflösungsvermögen, ungefähr 1', wie wenn der nützliche Durchmesser der Pupille nur 2 mm wäre. Der Abstand der Details,

¹⁾ Ausserdem ist er proportional der Wellenlänge und auch dem Abstand des Bildes von der zweiten Hauptebene.

²⁾ Dieser Winkel ist gleich demjenigen, unter welchem der Abstand zweier Punkte auf der Fläche des Objects erscheint, deren Bilder sich berühren; wir nehmen an, dass dies die kleinste Entfernung ist, für welche die beiden Punkte deutlich unterschieden werden können.

³⁾ Dies rührt, wie erwähnt, von den Aberrationen des Auges her, die um so merklicher werden, je mehr sich die Pupille erweitert, so dass die Sehschärfe nicht proportional dem Durchmesser derselben wächst.

welche das Auge bei 30 cm Entfernung trennen kann, ist demnach $\frac{1}{10}$ Millimeter.¹⁾

Lichtstärke. — Lichtstärke nennt man das Verhältniss zwischen der Flächenhelligkeit des Gegenstandes und des Bildes.

Es sei E die Flächenhelligkeit des Gegenstandes, d. h. die Lichtmenge, welche von der Flächeneinheit des Gegenstandes auf die in der Entfernung Eins befindliche Flächeneinheit ausgestrahlt wird, wenn sowohl die leuchtende wie die beleuchtete Fläche zum Strahlengang senkrecht steht. Nennen wir dann s die Fläche des Gegenstandes, σ die wirksame Fläche der ersten Hauptebene des Systems, so ist die Lichtmenge, welche diese Fläche σ in der Entfernung p vom Gegenstand erhält

$$Q = \frac{Es\sigma}{p^2}.$$

Sieht man von der Absorption ab, so empfängt die zweite Hauptebene auf einer gleich grossen Fläche σ dieselbe Lichtmenge Q , von der wir annehmen können, sie käme von dem Bild her, dessen Entfernung p' und dessen Fläche s' sein möge. Wenn also E' die Flächenhelligkeit dieses Bildes bedeutet, so hat man auch

$$Q = \frac{E's'\sigma}{p'^2}.$$

Aus diesen Gleichungen folgt

$$\frac{E'}{E} = \frac{sp'^2}{s'p^2} = \left(\frac{Op'}{Ip}\right)^2,$$

wenn I und O , wie stets, die linearen Grössen des Bildes und des Gegenstandes bedeuten.²⁾ Unter Berücksichtigung der Gleichung 4' (428) ergibt sich dann

$$\frac{E'}{E} = \left(\frac{f'}{f}\right)^2,$$

¹⁾ Nennt man x diesen Abstand, so erhält man nämlich

$$\frac{x}{30} = \frac{60}{200\,000},$$

oder

$$x = 0,009 \text{ cm.}$$

²⁾ In Luft ist $\frac{I}{O} = \frac{p'}{p}$, also $E' = E$.

oder endlich nach der allgemeinen Beziehung

$$\frac{f'}{f} = \frac{n'}{n},$$

$$\frac{E'}{E} = \left(\frac{n'}{n}\right)^2.$$

Mit anderen Worten, die Lichtstärke ist gleich dem Quadrat des Verhältnisses der äusseren Brechungscoefficienten.

Sind die Brechungscoefficienten gleich, wie bei einem in Luft befindlichen System, so ist die Lichtstärke gleich 1.

Diese Überlegungen lassen sich offenbar auch auf die Netzhautbilder anwenden. Die Netzhautbilder des Gegenstandes und des Bildes haben demnach gleiche Flächenhelligkeit, vorausgesetzt, dass der Querschnitt des in das Auge gelangenden Strahlenbündels derselbe bleibt (constante Pupillenöffnung, die vollständig vom Licht erfüllt wird); diese Gleichheit hängt nicht von den Entfernungen des Gegenstandes und Bildes vom Auge ab, wenn nur der Sehwinkel beider gross genug bleibt. Die Lichtstärke und die Grösse der beleuchteten Fläche auf der Netzhaut sind beide der scheinbaren Fläche $\frac{s}{p^2}$ der Lichtquelle proportional.

Gesichtsfeld. — Gesichtsfeld nennt man den Winkelraum, innerhalb dessen sich ein Gegenstand befinden muss, damit man ihn durch das Instrument sehen kann.

444. Lupe. — *Princip.* — Um mit blosssem Auge die Einzelheiten eines Gegenstandes möglichst gut erkennen zu können, nähert man ihn naturgemäss bis zum Nahepunkt. Bezeichnet π den Abstand dieses Punktes vom optischen Mittelpunkt, so ist die maximale Stärke des Auges $\frac{1}{\pi}$.

Dieselbe wird um so grösser, je kleiner die deutliche Sehweite ist.¹⁾

Diese Stärke kann durch Anwendung einer Convexlinse vergrössert werden. Bringt man den Gegenstand zwischen die Linse und ihren Brennpunkt, so erhält man ein virtuelles, aufrechtes,

¹⁾ Bringt man vor das Auge eine mit einem feinen Loch versehene Karte, so kann man den Gegenstand noch weiter nähern, ohne dass er undeutlich wird. Dieses Mittel, welches dem Zukneifen der Augenlider bei den Kurzsichtigen analog ist, leidet indessen an grosser Unvollkommenheit.

vergrössertes Bild, dessen Lage man dadurch regulirt, dass man den Abstand der Linse von dem Gegenstand etwas verändert.¹⁾ Eine derartige Linse heisst eine Lupe.

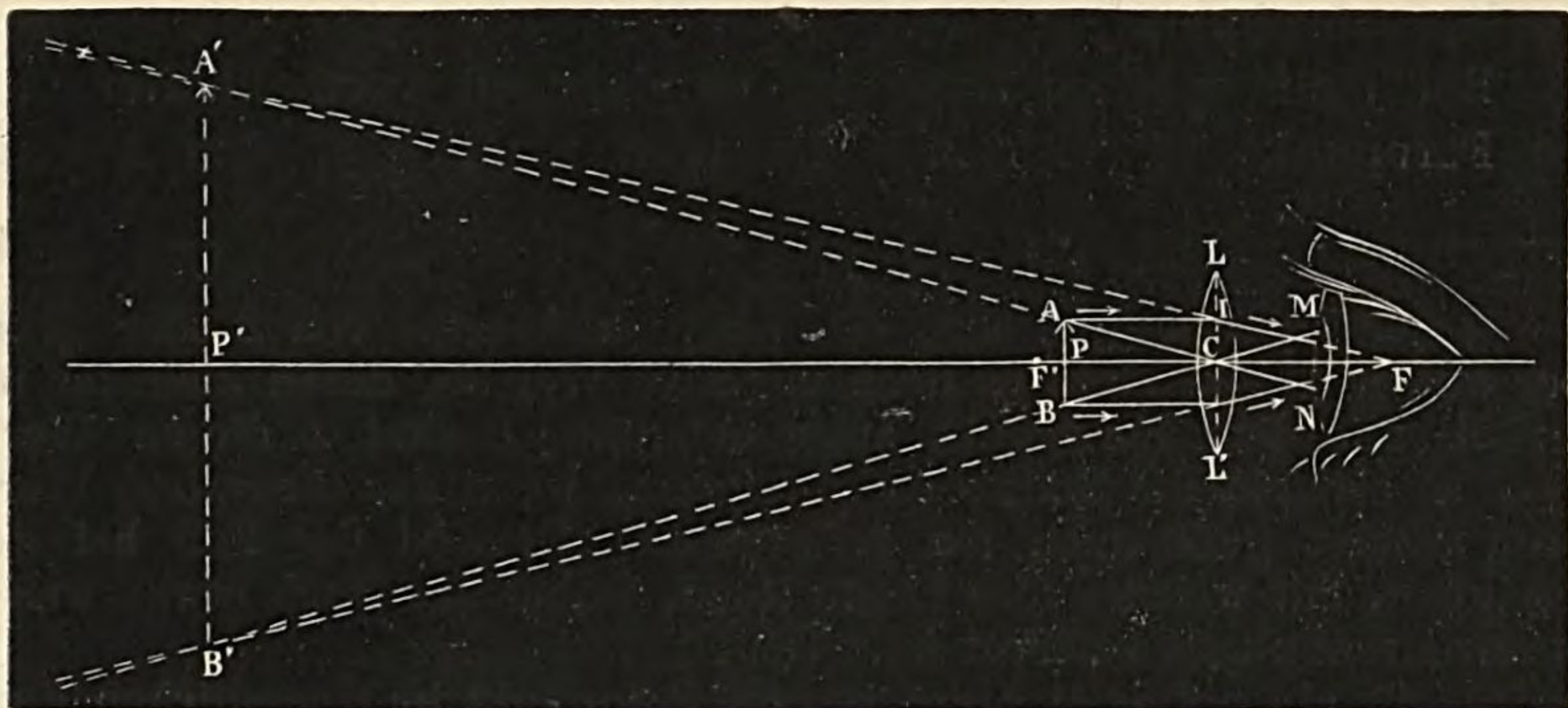


Fig. 390.

Stärke. — Nach dem oben Gesagten²⁾ ist die Stärke dieses Instruments

$$P = \frac{1}{f} \left(1 + \frac{\varepsilon}{\Delta} \right).$$

Bei schwachen Lupen (Lupen mit grosser Brennweite, wie die Lesebrillen, die Graveur- oder Uhrmacher-Lupen) ist ε positiv. Man erreicht also die grösste Wirkung, wenn man das Auge an

¹⁾ Die Entfernung p des Gegenstandes von der Linse ist gegeben durch die Formel

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{\Delta - (f - \varepsilon)} = \frac{1}{f},$$

woraus folgt

$$p = f \left(1 - \frac{f}{\Delta + \varepsilon} \right);$$

dieser Werth unterscheidet sich immer wenig von f .

²⁾ Zunächst hat man

$$\frac{I}{O} = \frac{\Delta - (f - \varepsilon)}{p} = \frac{\Delta + \varepsilon}{f}.$$

Ist also $O = 1$, $I = \frac{\Delta + \varepsilon}{f}$, so erhält man, da diese Grösse aus der Entfernung Δ betrachtet wird, für die Stärke

$$P = \frac{\Delta + \varepsilon}{f\Delta}.$$

die Lupe und das Bild in den Nahepunkt bringt. (Dabei nähert man den Gegenstand, bis $\Delta = \pi$ ist.) Bei gleicher Sehschärfe behält ein Kurzsichtiger vor einem Fernsichtigen für die Lupe denselben Vorthail, wie beim blossen Auge, da er besser die Details wahrnimmt.¹⁾

Bei einer starken Lupe ist es dagegen vortheilhafter, auf den Fernpunkt zu visiren.²⁾ Bedeutet nämlich ϱ_1 den Abstand

¹⁾ Bei Weitsichtigen sind die positiven Werthe von Δ sehr gross, aber ausser diesen giebt es noch negative Werthe, deren kleinster numerisch mit dem Fernpunkt zusammenfällt. Besitzt Δ diesen Werth $-\varrho_1$, so erreicht die Stärke ihr Maximum, wenn der (negative) Werth von ε absolut genommen am grössten ist. Dies ist der Fall bei den Leselupen, mit welcher alte Leute lesen, wobei das Buch etwas weiter als der Brennpunkt entfernt ist.

²⁾ Für ein normales Auge, dessen Fernpunkt im Unendlichen liegt, wird sich der Gegenstand in der ersten Hauptbrennebene befinden. Dann

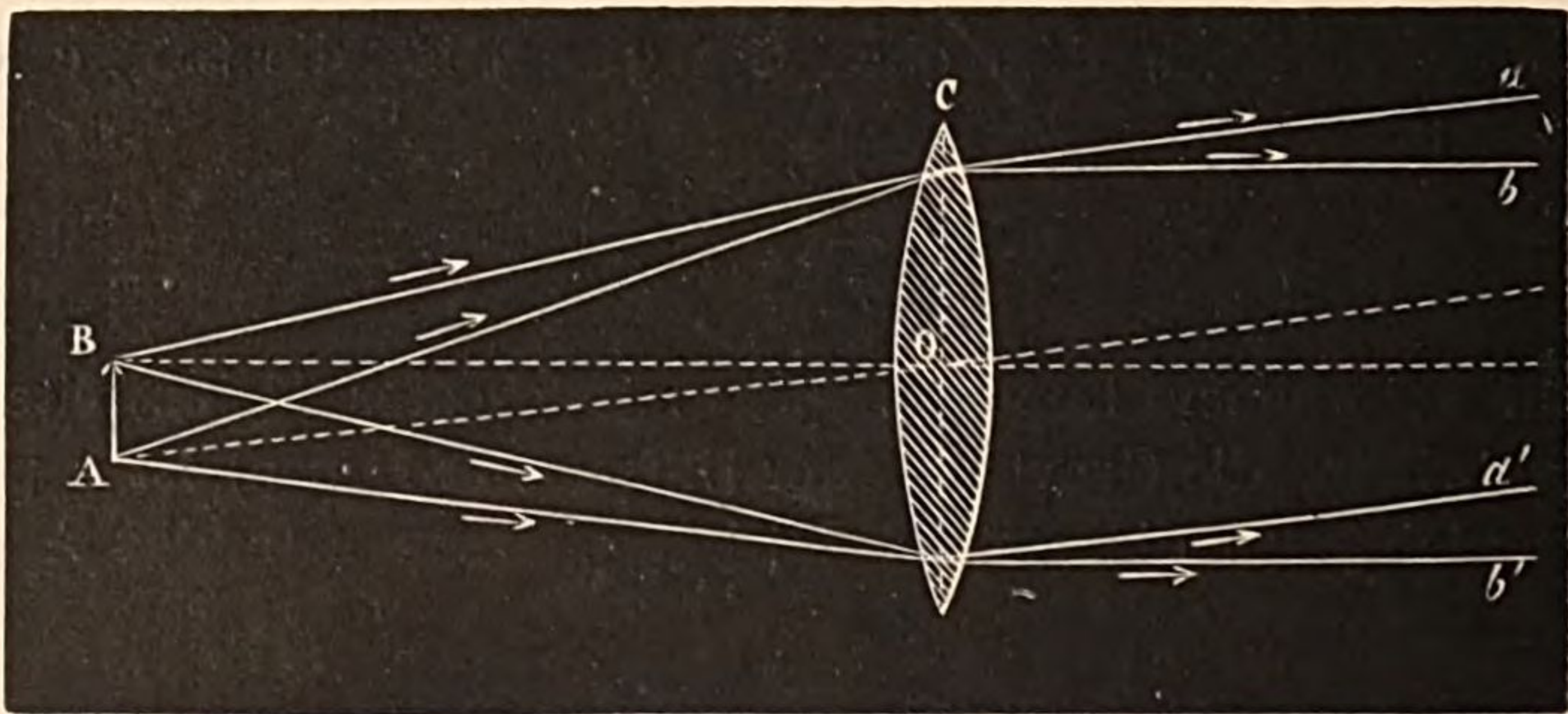


Fig. 391.

bilden die von zwei Punkten A und B des Gegenstandes ausgehenden Strahlen nach ihrem Durchgang durch die Linse O zwei Strahlenbündel, welche den Hülfsachsen AO und BO parallel sind. Wo sich nun auch das Auge befinden mag, es wird stets die Grösse AB unter dem constanten Winkel AOB sehen, sofern nicht die Begrenzung der Linse, deren scheinbarer Durchmesser stets abnimmt, Theile des Objects abblendet. In Folge dieser Abnahme des scheinbaren Durchmessers der Linse scheint aber das Bild, das von dem Auge stets in die gleiche Entfernung hinter der Linse versetzt wird, zu wachsen. Diese von Smith zuerst bemerkte Täuschung ist sehr auffallend, wenn man nach Desains als Object ein System paralleler Linien wählt, die über die Lupe hinausreichen. „Man sieht dieselben in jeder Entfernung des Auges deutlich (wenn das Auge die Fähigkeit besitzt, im Unendlichen deutlich zu sehen); nur erblickt man um so weniger Linien, je weiter man das Auge entfernt.“ (Smith, A compleat system of Opticks; 1728. — Desains, Leçons de physique 2, 276.)

dieses Punktes vom optischen Mittelpunkt des Auges und setzt man, um das Zeichen zu berücksichtigen, $\varepsilon = -\varepsilon_1$, so wird der Ausdruck für die Stärke

$$\frac{1}{f} \left(1 - \frac{\varepsilon_1}{\varrho} \right).$$

In dem Maasse, als ϱ wächst, nähert sich dieser Ausdruck dem Werth

$$\frac{1}{f},$$

den er für ein im Brennpunkt ($\varepsilon_1 = 0$) befindliches Auge erreicht.

Dieser Werth ist unabhängig von dem Auge des Beobachters¹⁾ und somit vollkommen objectiv; er stellt daher die eigentliche Stärke der Lupe dar. Dies ist aber nichts anderes als die Stärke der Linse und muss, wie diese, in Dioptrien ausgewerthet werden.

Vergrösserung. — Nach der Hauptformel (443) erhält man, da Δ_0 hier gleich π ist, für die Vergrösserung den Ausdruck

$$G = \frac{\pi}{f} \left(1 + \frac{\varepsilon}{\Delta} \right).$$

Für diese Formel gelten ganz analoge Betrachtungen, wie oben.

Auflösungsvermögen. — Das Auflösungsvermögen einer Lupe ist leicht zu berechnen, wenn man bedenkt, dass die als vollkommen vorausgesetzte Lupe eigentlich nur bewirkt, dass man den Gegenstand dem Auge näher bringt. Demnach kann eine Lupe, mit der man in 1 cm Entfernung sehen kann, noch Details trennen, deren Abstand nur 3 Mikron beträgt.²⁾

Lichtstärke. — Die Lichtstärke ist gleich 1. Denn vernachlässigt man den Abstand des Auges von der Lupe, so steht die Fläche des Bildes (im Abstand π befindlich) zu der des Gegenstandes (im Abstand p) im Verhältniss von π^2 zu p^2 . Andererseits steht die Lichtmenge, welche in dem Bilde vereinigt wird,

¹⁾ Jedes Auge wählt die ihm bequemste Lage des Bildes, wobei der Sehwinkel unabhängig von dieser Lage immer derselbe bleibt.

²⁾ Nach dem oben Mitgetheilten ist nämlich

$$\frac{x}{1} = \frac{60}{200\,000},$$

und also

$$x = 0,0003 \text{ cm.}$$

wenn der Abstand des Gegenstandes p ist, zu derjenigen Lichtmenge, welche derselbe im Abstand π aussenden würde, im Verhältniss p^2 zu π^2 . Demnach ist die relative Lichtstärke des Bildes und des Gegenstandes gleich gross (bei Vernachlässigung der Verluste durch Reflexion, Absorption etc.); ihr Verhältniss, d. h. die Lichtstärke, ist also gleich 1.

Gesichtsfeld. — Obwohl unter diesen Bedingungen das Gesichtsfeld der einfachen Lupe dasjenige des Auges erreichen kann, d. h. fast eine Halbkugel, so wird dasselbe praktisch doch durch die Aberrationen auf etwa zehn Grad beschränkt.

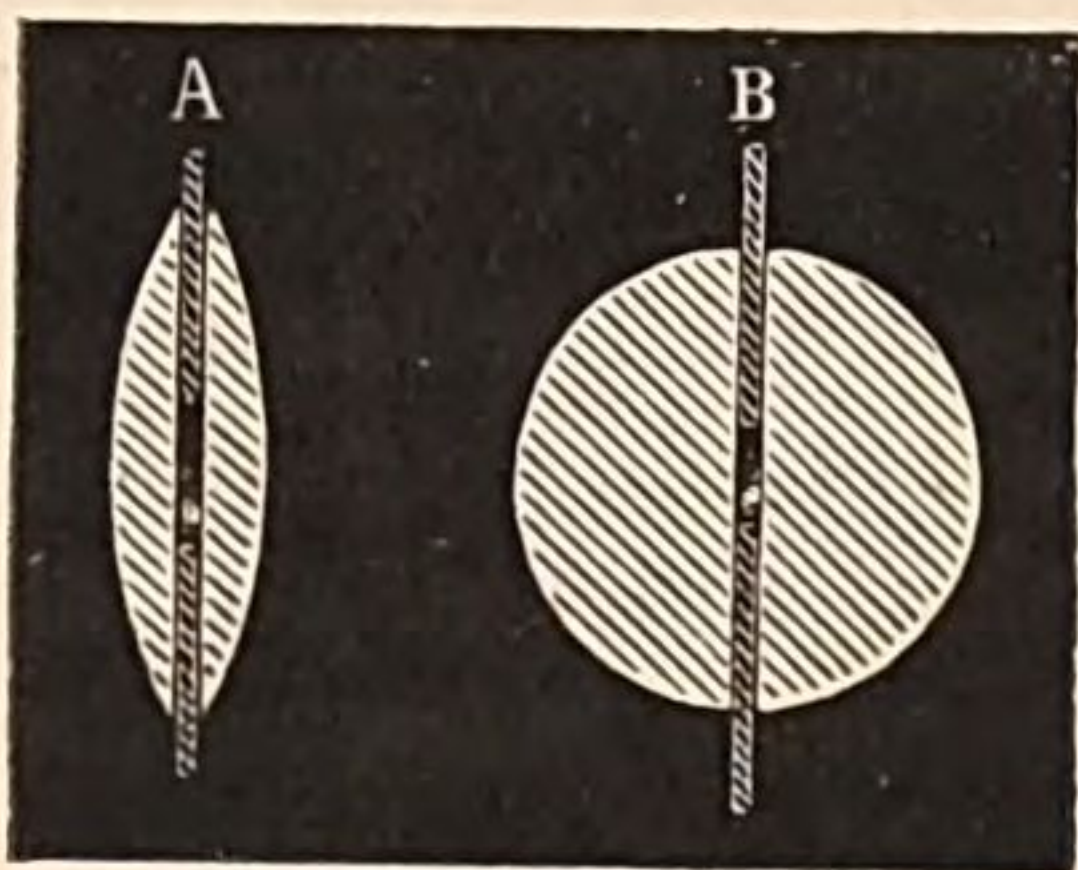


Fig. 392.

Zusammengesetzte Lupen. — Man verringert die Aberration durch Diaphragmen oder eine Combination von Linsen.

Lupen mit Diaphragma. — Bei den *Wollaston'schen Linsen mit Diaphragma*, die auch *periscopische Lupen* genannt werden, ist das Diaphragma in der Masse der Linse selbst angebracht.¹⁾ Wenn dieselbe kugelförmig ist, so wird sie in allen Richtungen von dünnen Strahlenbüscheln durchsetzt, die nur wenig von den Kugelradien abweichen; sie wird also ein sehr weites Gesichtsfeld ohne merkliche Aberration besitzen.

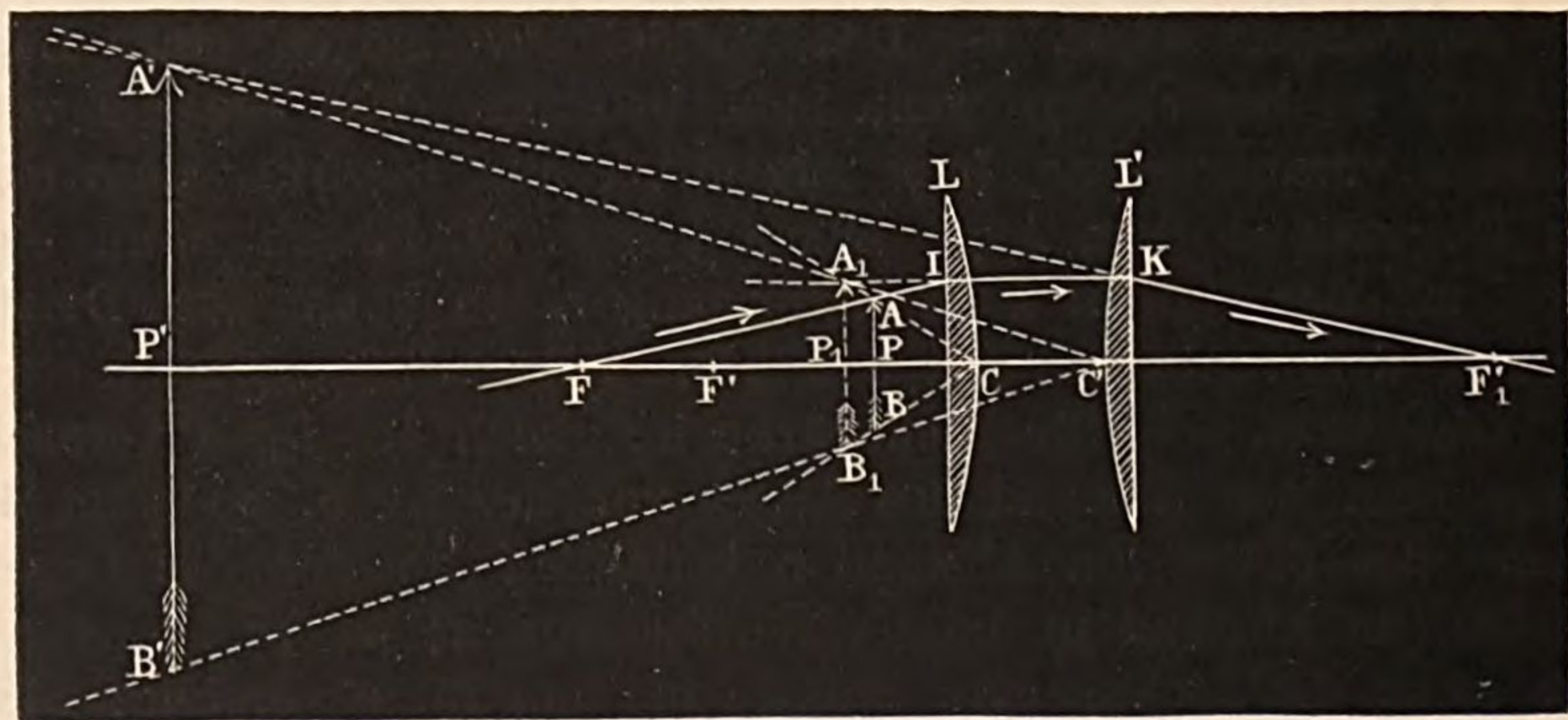


Fig. 393.

Zusammengesetzte Lupen. — Die meisten zusammengesetzten Lupen bestehen aus zwei Linsen. Die für diesen Fall gültigen

¹⁾ Wollaston zerschnitt die Lupe in zwei Hälften, zwischen denen er das Diaphragma anbrachte; dabei verursachte aber die Re-

Formeln sind früher mitgetheilt (428).¹⁾ Die eigentliche Stärke des Systems hat die Grösse

$$P = \frac{1}{f} = \frac{f_1 + f_2 - e}{f_1 f_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{e}{f_1 f_2}.$$

Bei der *Wollaston'schen Doppellupe* ist, wenn e den Abstand der beiden Linsen bedeutet, $f_1 = \frac{2}{3}e$, $f_2 = 2e$, also

$$P = \frac{5}{6} \frac{1}{f_1}.$$

Die Stärke ist somit etwas geringer als diejenige der ersten Linse allein; dafür sind aber die Aberrationen viel geringer.

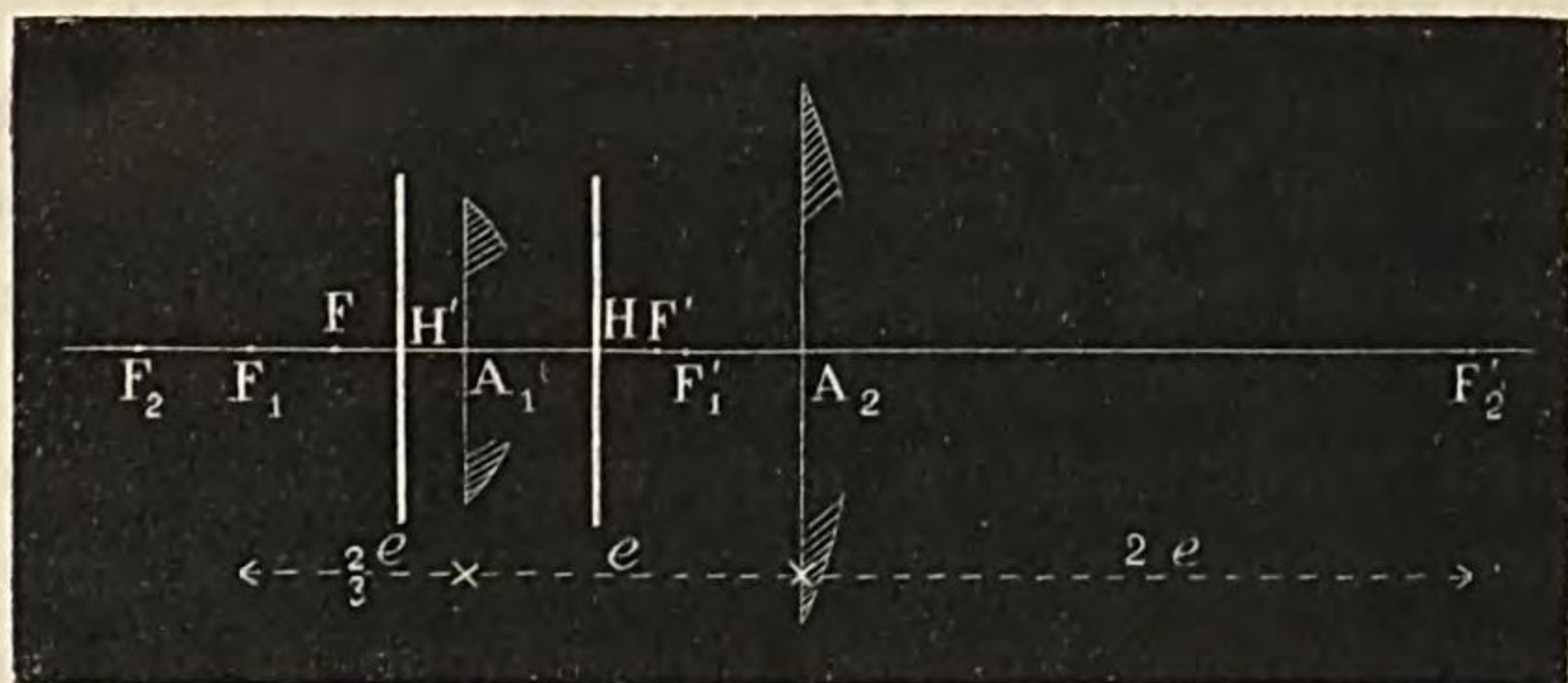


Fig. 394

Um den Werth dieser Combination zu erläutern, welche die Optiker durch das Symbol 2, 3, 6 (diese Zahlen sind proportional f_1 , e , f_2) darstellen, wollen wir die Hauptebenen und Brennpunkte des Systems aufsuchen, wobei wir die Dicke der Linsen ver-

flexion an den beiden gegenüberliegenden ebenen Flächen einen bedeutenden Lichtverlust. Besser ist es, die Linse mit einer genügend tiefen Rinne zu versehen, welche ebenfalls als Blende wirkt. Man erhält dann die *Brewster'sche Lupe*, welche gewöhnlich nach Coddington genannt wird.

¹⁾ Ohne auf die allgemeinen Formeln zurückzugreifen, findet man leicht den Ausdruck für die Stärke, wenn man annimmt, dass das von der ersten Linse entworfene virtuelle Bild sich im Brennpunkt der zweiten Linse befindet. Setzt man einen Gegenstand von der Länge 1 voraus, so hat dies Bild die Grösse $\frac{f_1 + f_2 - e}{f_1}$; es erscheint demnach einem hinter der zweiten Linse befindlichen, auf Unendlich accomodirten Auge unter dem Winkel

$$\frac{f_1 + f_2 - e}{f_1 f_2}.$$

nachlässigen.¹⁾ Die Brennpunkte der ersten Linse A_1 seien F_1, F_1' , diejenigen der zweiten Linse A_2 seien F_2, F_2' ; dann liegen die Hauptebenen in den Entfernungen $A_1H = \frac{2}{5}e$ und $A_2H' = \frac{6}{5}e$, so dass die aus der Figur ersichtliche Kreuzung entsteht. Die Brennpunkte F und F' sind von diesen Hauptebenen um die Grösse $HF = H'F' = \frac{4}{5}e = \frac{6}{5}f_1$ entfernt und es fällt somit der eine ausserhalb, der andere innerhalb des Systems; der Abstand der Hauptebenen beträgt $HH' = \frac{3}{5}e$. Gegenüber einer einfachen Linse, mittels deren man vom zweiten Brennpunkt aus den Gegenstand unter demselben Winkel erblicken würde, zeigt die Wollaston'sche Doppellupe also zweierlei Missstände. Erstens ist der Raum zwischen dem Gegenstand und der nächsten Linse, mit anderen Worten der *frontale Abstand* kleiner, wodurch die Beobachtung mit der Lupe erschwert wird; zweitens befindet sich das Auge ziemlich weit jenseits des zweiten Brennpunkts und ist dadurch weiter entfernt als bei der einfachen Lupe. Dieser letztere Übelstand wird dadurch aufgewogen, dass man die beste Wirkung der Doppellupe bei unvollkommener Accomodation erhält. Ein beträchtlicher Vorthail dieser Lupe ist die fast vollständige Beseitigung der Aberration.²⁾

Die allgemeine Formel der Vergrösserung ergibt bei Berücksichtigung des Zeichens von ε

$$G = \frac{\pi}{f} \left(1 - \frac{\varepsilon_1}{\varrho} \right);$$

dieser Ausdruck reducirt sich für ein normales Auge, dessen Fernpunkt im Unendlichen liegt, auf

$$G = \frac{\pi}{f} = \frac{\pi}{f_1} + \frac{\pi}{f_2} - \frac{e\pi}{f_1 f_2}.$$

Aus den numerischen Werthen erhält man also

$$G = \frac{5}{6} \frac{\pi}{f_1}.$$

¹⁾ Siehe Gariel, l. c. 120.

²⁾ Durch eine andere Combination, deren Beschreibung später nach dem Galilei'schen Fernrohr folgen wird, kann man gleichzeitig einen grossen frontalen Abstand bei starker Vergrösserung und sehr geringer Aberration erreichen.

Die beiden Linsen der Doppel-Lupe sind gewöhnlich in zwei Ringen gefasst, die durch ein Schraubengewinde verbunden sind. Auf diese Weise kann man den Abstand e etwas ändern, um die Fehler des Auges besser zu compensiren.¹⁾

Mit dem Namen *einfaches Mikroskop* oder *zusammengesetzte Lupe* bezeichnet man eine stärkere Lupe (Doppellupe oder ein anderes System), die ähnlich wie ein Mikroskop über einem „Tischchen“ angebracht ist.

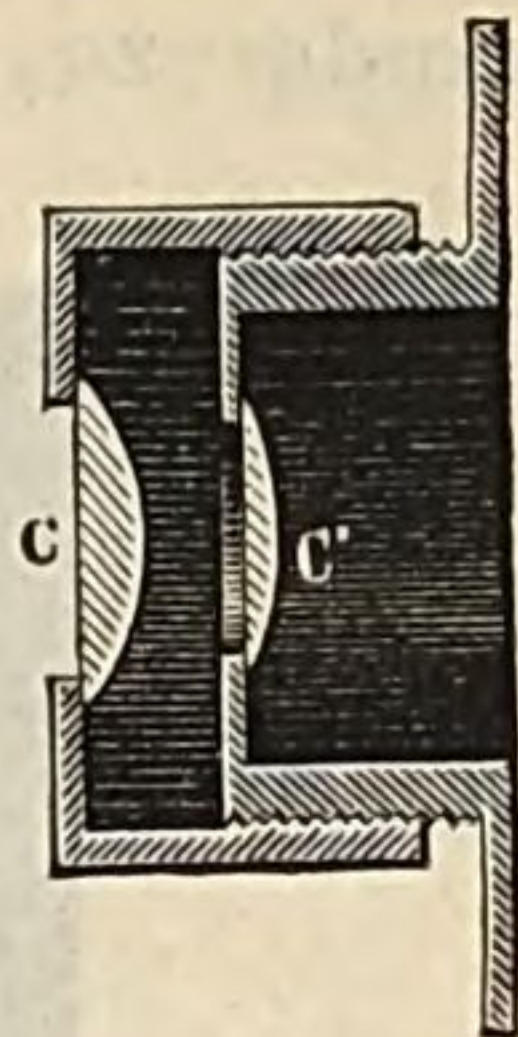


Fig. 395.

Lupe von Stanhope. — Eine eigenthümliche Form besitzt die Lupe von Stanhope. Dieselbe besteht aus einem kurzen Glasstäbchen, welches auf der dem Auge zugewandten Seite von einer Kugelfläche und auf der entgegengesetzten Seite von einer ebenen Fläche begrenzt wird, an welche man den zu untersuchenden Gegenstand anlegt, so dass die von demselben ausgehenden Strahlen nur eine einzige Brechung beim Austritt aus dem Glase erleiden. Da die Länge des Cylinders etwas kleiner als die Brennweite ist, so liefert die Lupe ein vergrößertes virtuelles aufrechtes Bild, das sich in einem unveränderlichen Abstand befindet. Dieses sehr einfache Instrument ist freilich auch recht unvollkommen; man braucht es daher nur zur Vergrößerung von mikroskopischen Photographien, die man in Berloques u. s. w. anbringt.

Zusammengesetzte Oculare. — Von den aus zwei Linsen bestehenden Combinationen seien noch die zusammengesetzten Oculare beschrieben.

Man unterscheidet positive und negative Oculare.

Positives Ocular von Ramsden. — Der Typus der positiven Oculare ist dasjenige von Ramsden (Symbol 3, 2, 3).²⁾ Sieht man von der Kreuzung der Hauptebenen ab, so ist dies Ocular gleichwerthig mit einer einfachen Linse von der Brennweite $\frac{3}{4}f_1$.

¹⁾ Bei der Doppel-Lupe von Chevalier sind die Linsen (deren ebene Seiten nach dem Gegenstand zu liegen) durch ein Diaphragma getrennt, welches zur weiteren Verringerung der Aberrationen dient.

$$^2) \quad f_1 = f_2 = \frac{3}{2}e.$$

Hieraus folgt

$$f = \frac{9}{8}e = \frac{3}{4}f_1, \quad h = h' = \frac{3}{4}e = \frac{1}{2}f_1, \quad \delta = \frac{1}{2}e = \frac{1}{3}f_1.$$

Der Brennpunkt F liegt weit genug vor der ersten Linse A_1 , so dass man das System bequem als Lupe benutzen kann. Die beiden planconvexen Linsen kehren die gekrümmten Flächen einander zu, weil dadurch die Aberration verringert wird.

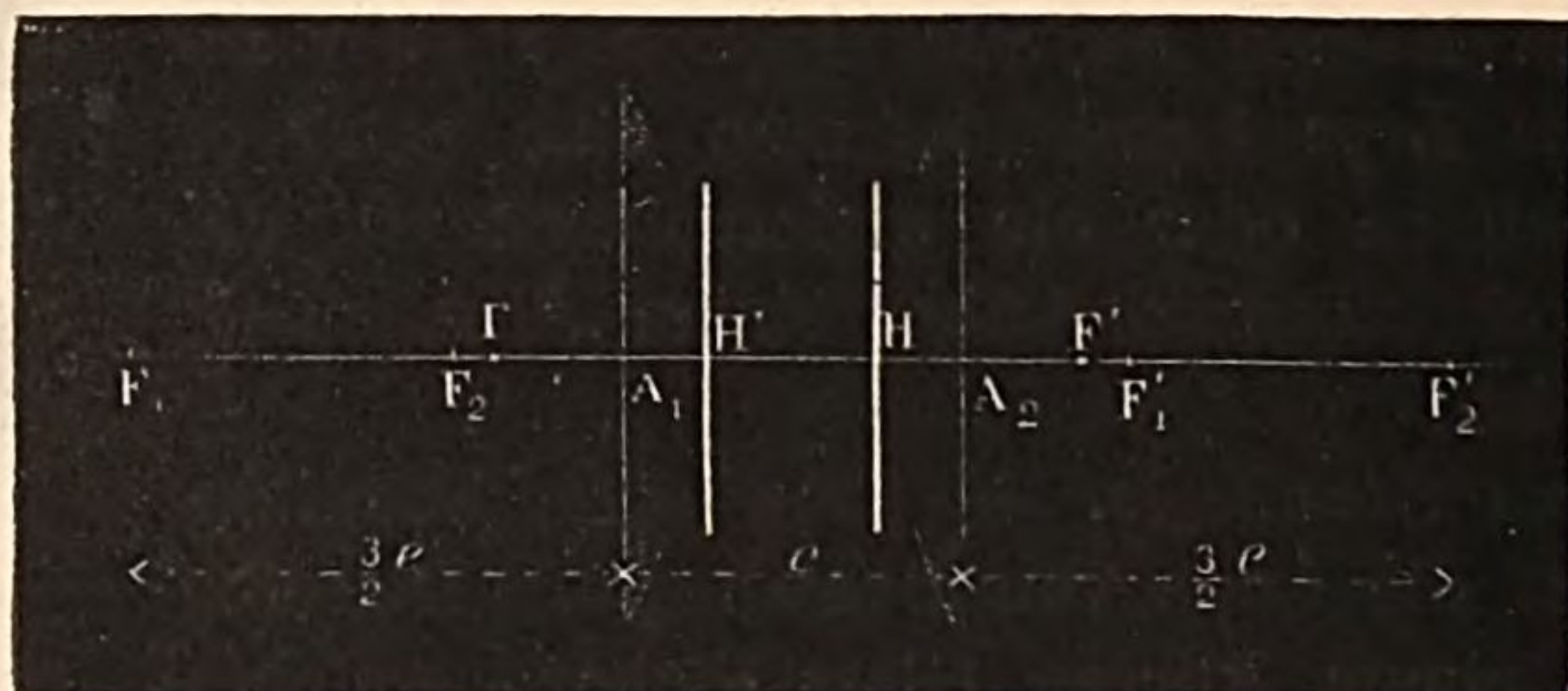


Fig. 396.

Negatives Ocular von Huyghens (Campani). — Die negativen Oculare, welche auch Huyghens'sche oder Campani'sche Oculare genannt werden, sind gewöhnlich nach dem von Dollond

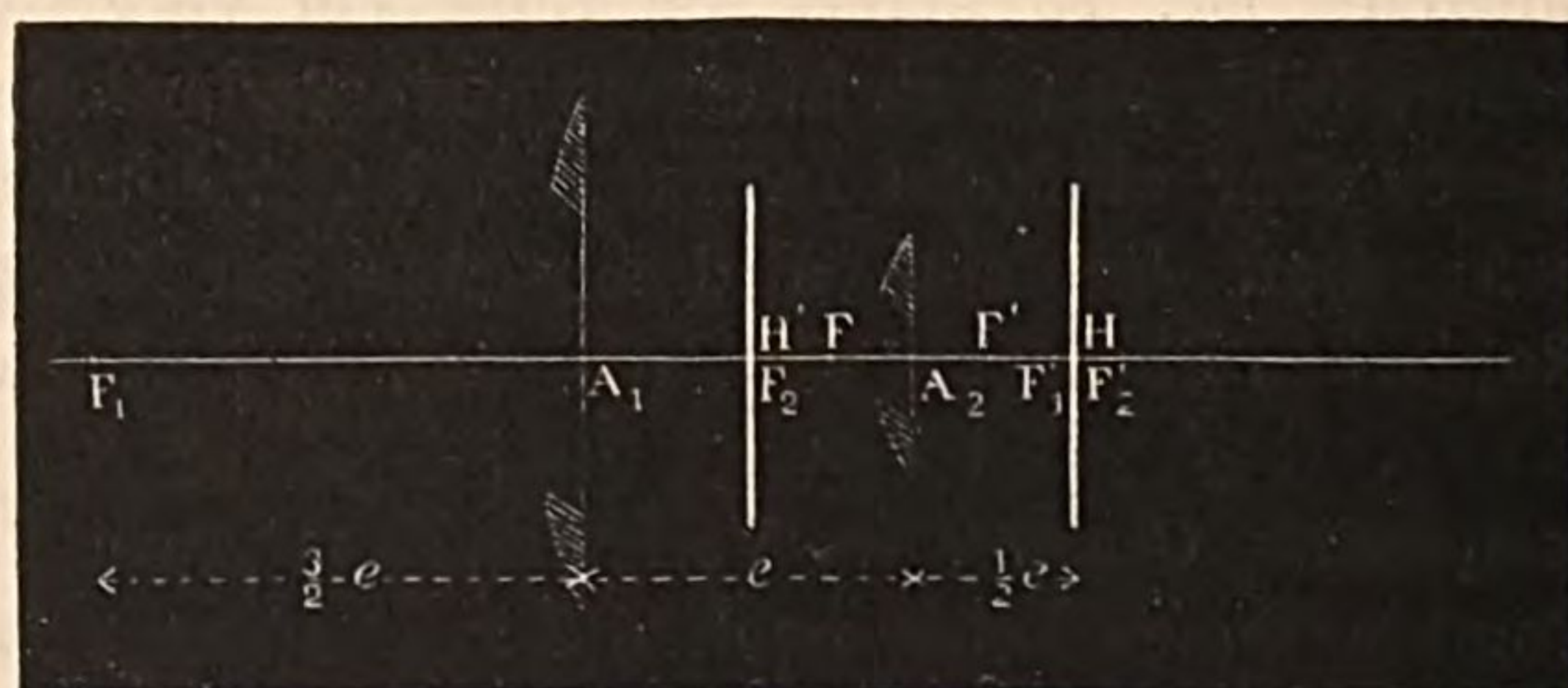


Fig. 397.

angegebenen Symbol 3, 2, 1 zusammengesetzt.¹⁾ Die Stärke des Systems ist $\frac{1}{f} = \frac{4}{3}e = 2\frac{1}{f_1}$. Die Hauptebenen sind auch in diesem Fall gekreuzt (die Ebene H fällt zusammen mit den beiden Brennpunkten F_1' und F_2' , die Ebene H' mit dem Brennpunkt F_2), und die Brennpunkte sind so vertheilt, dass F' im Abstand $\frac{1}{4}e$ hinter

$$^1) \quad f_1 = \frac{3}{2}e, \quad f_2 = \frac{1}{2}e.$$

Hieraus folgt

$$f = \frac{3}{4}e = \frac{1}{2}f_1, \quad h = \frac{3}{2}e = f_1, \quad h' = \frac{1}{2}e = f_2, \quad \delta = e = \frac{2}{3}f_1.$$

der zweiten Linse liegt und F in das Innere des Systems (im Abstand $\frac{1}{4}e$ von derselben Linse) fällt. Das Huyghens'sche Ocular kann somit nicht als Lupe für ein reelles, links von A_1 gelegenes Object dienen; dagegen ist es für ein virtuelles in F gelegenes Object zu benutzen (wir setzen stets der Einfachheit wegen ein normales, auf unendlich accomodirtes Auge voraus).¹⁾ Die Linsen dieses Oculars sind ebenfalls planconvex und ihre ebene Seite liegt nach dem Auge zu, da die Convergenz der Strahlen auf dieser Seite sehr viel stärker ist als auf der anderen.

445. Mikroskop. — *Princip.* — Das Mikroskop (*μικρός* klein, *σκοπεῖν* betrachten) besteht im wesentlichen aus einem convexen Objectiv, das von dem betrachteten Gegenstand ein reelles vergrössertes umgekehrtes Bild entwirft, und einem convexen Ocular, welches als Lupe dient und dies erste reelle Bild in ein virtuelles Bild verwandelt. Dieses ist wiederum vergrössert und aufrecht, also gegen das Object ebenfalls umgekehrt. Der Strahlen-gang ist aus Fig. 398 ersichtlich.

Stärke. — Bezeichnen wir mit f die Hauptbrennweite des Objectivs, mit F diejenige des Oculars und mit d den Abstand der beiden Linsen, so ist die wahre Stärke des Systems

$$P = - \frac{d - f - F}{fF},$$

wobei das negative Vorzeichen bedeutet, dass das Bild umgekehrt ist. Da der Abstand d im Verhältniss zu f und F stets sehr gross ist, so unterscheidet sich P wenig von

$$- \frac{d}{fF}.$$

Die Stärke des Mikroskops ist also ungefähr proportional:

¹⁾ Durch die erste Linse wird dann nämlich für die zweite ein reelles Bild entworfen, welches sich in F_2 befindet. Denn es ist

$$-\frac{2}{f_1} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_1},$$

also

$$p' = \frac{f_1}{3} = \frac{e}{2}.$$

1. Dem Abstand d der beiden Linsen,
2. Der Stärke des Objectivs $\frac{1}{f}$,
3. Der Stärke des Oculars $\frac{1}{F}$.

Vergrößerung. — Als Vergrößerung für ein auf unendlich accommodirtes, normales Auge hat man

$$G = \pi P = - \frac{d - f - F}{f} \cdot \frac{\pi}{F}.$$

Der erste Factor stellt die Vergrößerung des Objectivs dar, unter der Annahme, dass das reelle Bild im Abstand $d - F$ entworfen wird, der zweite die Ocular-Vergrößerung. Die Vergrößerung des Mikroskops ist also das Product der Vergrößerung des Objectivs in diejenige des Oculars. Dies ergibt sich auch aus der Figur, da man hat

$$G = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'B'}{A_1B_1} \cdot \frac{A_1B_1}{AB}.$$

Gesichtsfeld. — Damit ein Punkt durch das Mikroskop gesehen werden kann, müssen die von diesem Punkt ausgehenden und auf das Objectiv fallenden Strahlen zum Ocular gelangen. Diese Strahlen bilden immer ein ausserordentlich dünnes Büschel. Würde sich dasselbe auf seine Achse reduciren, so wäre das Feld begrenzt durch den Kegel, dessen Spitze im Mittelpunkt des Objectivs liegt und dessen Basis durch das Ocular gebildet wird. Man erhält demnach

$$\text{tang } C = \frac{R}{d},$$

wobei $2C$ den Winkel des Gesichtsfelds und R den Radius des Oculars bedeutet. Da sich das Object nahezu im Brennpunkt des Objectivs befindet, so ist der Radius des sichtbaren Feldes

$$c = \frac{fR}{d}.$$

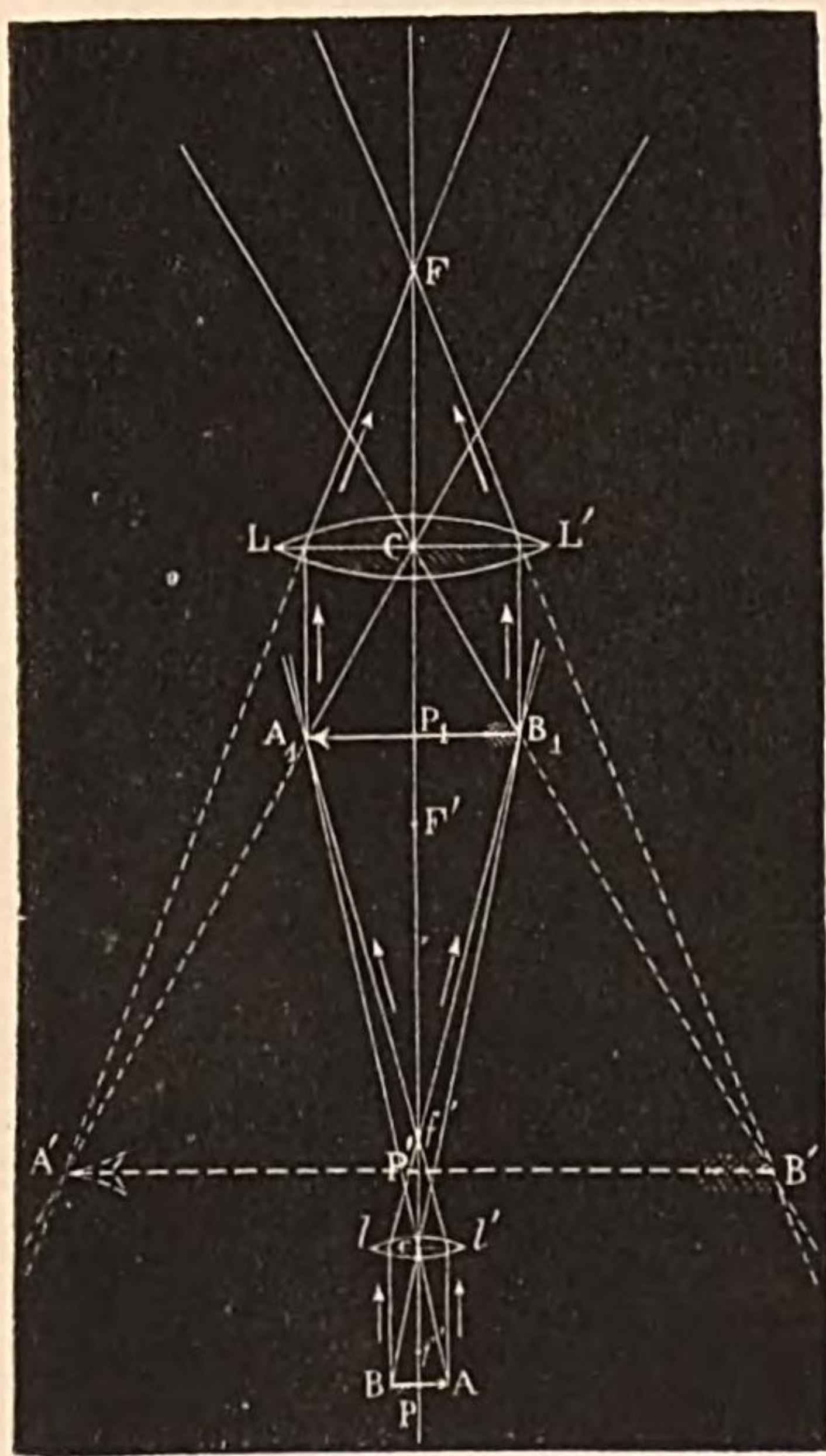


Fig. 398.

Die an der Grenze des Kegels gelegenen Punkte werden aber nur durch einen Theil der von ihnen ausgehenden Strahlen abgebildet; daher ist der Rand des Gesichtsfeldes undeutlich.

Blende. — Um diesen Übelstand zu vermeiden, bringt man in der Ebene, in welcher das reelle Bild entsteht,¹⁾ eine Blende an, die gleichzeitig mit dem Bild deutlich gesehen wird. Das Gesichtsfeld wird dann begrenzt von dem Kegel, dessen Spitze im Mittelpunkt des Objectivs liegt und dessen Basis die Blendenöffnung bildet. Man wählt diese Öffnung übrigens so, dass sie das Gesichtsfeld aller Punkte umfasst, die mit allen Strahlen abgebildet werden. Dasselbe unterscheidet sich nur sehr wenig von dem oben definirten totalen Gesichtsfeld.

Ocularkreis. — Die Strahlen, welche aus dem Ocular austreten, können so aufgefasst werden, als rührten sie von den verschiedenen Punkten der Endfläche des Objectivs her. Diese Strahlen gehen also alle durch das von dem Ocular entworfene Bild dieser Objectivfläche; dieses Bild heisst der Ocularkreis. An die Stelle desselben muss man das Auge bringen, um alle austretenden Strahlen in dasselbe gelangen zu lassen. Wenn der Mittelpunkt der Pupille mit demjenigen des Ocularkreises zusammenfällt, so erblickt man das ganze Gesichtsfeld unabhängig von dem Durchmesser des Ocularkreises. Dieser hat nur Einfluss auf die Lichtstärke, nicht aber auf das Gesichtsfeld.

Lichtstärke. — Wenn der Halbmesser a des Ocularkreises grösser oder gleich demjenigen der Pupille p ist, so ist die Lichtstärke gleich 1. Denn die Helligkeit E' des Bildes unterscheidet sich von derjenigen des Objects nicht, wenn beide mit der ganzen Pupille gesehen werden. Füllt aber das in das Auge fallende Lichtbündel die Pupille nicht ganz aus, mit anderen Worten, ist a kleiner als p , wie es beim Mikroskop gewöhnlich der Fall ist, so kommt dies auf dasselbe hinaus, als wenn die Pupille nur einen Halbmesser a hätte. Die Lichtstärke wird also im Verhältniss der Fläche des Ocularkreises zur Pupillenfläche verringert.²⁾

Einzelheiten der Construction. — Über die Construction des Mikroskops müssen noch einige Einzelheiten angegeben werden.

¹⁾ Diese Ebene ist nicht ganz fest bestimmt, wie bei dem astronomischen Fernrohr, so dass für die Lage des Diaphragmas ein gewisser Spielraum besteht.

²⁾ Man erkennt in dem vorliegenden Fall den Unterschied zwischen einem optischen Bild, das nur Licht nach bestimmten Richtungen aussendet, die hier sehr nahe aneinander liegen, und einem Object, das nach allen Richtungen Licht ausstrahlt.

Objectiv. — Das Objectiv muss eine sehr kleine Brennweite¹⁾ mit einem grossen Frontal-Abstand (Abstand der dem Object zugekehrten Objectivfläche von dem stets sehr nahe am Brennpunkt befindlichen Object) vereinigen und eine sehr grosse Öffnung²⁾ mit ausserordentlich geringen Aberrationen. Diese Forderungen sind nicht vollkommen unvereinbar.

Ein aus mehreren Linsen gebildetes Objectiv kann gleichzeitig für die Öffnung und die Aberrationen genügen, indem die ersten Linsen vom Object eine Reihe aplanatischer, virtueller und aufrechter vergrösserter Bilder entwerfen, die sich weiter und weiter entfernen (S. 458). Das letzte derselben wird unter einem sehr kleinen Winkel von der äussersten Linse (die wie das bisher betrachtete einfache Objectiv wirkt) in ein reelles umgekehrtes und vergrössertes Bild verwandelt, das dann durch das Ocular betrachtet wird.³⁾

Durch diese Anordnung kann man bei sehr grosser Öffnung einen fast vollständigen Aplanatismus erreichen. Da die ersten Linsen hierbei nothwendiger Weise einfach sind, so corrigirt man die chromatische Aberration durch die letzte Linse, die aus mehreren passend combinirten Gläsern gebildet wird. Ein Diaphragma, welches man gewöhnlich hinter der letzten Linse anbringt, begrenzt genau die nützliche Fläche des Objectivs.

Der zu beobachtende Gegenstand wird gewöhnlich auf eine Glasplatte (Objectträger) gelegt und mit einem Deckgläschen bedeckt. Das Licht gelangt also von dem (als trocken gedachten) Object aus zunächst in Luft, dann geht es in das Deckgläschen über und von dort aus wieder durch Luft in das Objectiv. Dieser Übergang des Lichts in verschiedene Medien verursacht für die stark geneigten Strahlen bedeutende Lichtverluste. Ausserdem tragen nur die Strahlen zu dem Bild bei, welche durch den Objectträger und das Deckgläschen unter einem kleineren Winkel als 42° hindurchgehen (Grenzwinkel für Glas in Luft). Diese Unzuträglichkeiten vermeidet man mit den von Amici erfundenen Immersions-Objectiven. Ein zwischen das Deckgläschen

¹⁾ Die Stärke des Objectivs ist der Brennweite umgekehrt proportional.

²⁾ Das Auflösungsvermögen ist proportional der Öffnung. Dagegen erfordert das Penetrationsvermögen, d. h. die Eigenschaft, gleichzeitig in eine gewisse Tiefe zu sehen, ein dünnes Büschel (siehe S. 462).

³⁾ Gewöhnlich verfährt man nicht ganz in dieser Weise; der Einfachheit halber verwendet man vielmehr planconvexe Linsen, mit denen man, wie Lister nachgewiesen hat, fast dasselbe Resultat erreicht. (Siehe Verdet, Oeuvres, publié par ses élèves 4, 951.)

und die äusserste Objectivlinse gebrachter Wassertropfen verringert diesen Fehler schon bedeutend; dies Hilfsmittel ist leicht anzuwenden und in dem Fall angezeigt, wo sich der Gegenstand unter dem Deckglas selbst in Wasser befindet.¹⁾ Während man bei einem trockenen Objectiv 180° Winkelöffnung braucht, um die in einem Kegel von 84° enthaltenen Strahlen zu sammeln, vermag ein Objectiv mit Wasser-Immersion von 97° Öffnung alle diese Strahlen zu vereinigen, da einem Winkel von $48\frac{1}{2}^\circ$ im Wasser einem solchen von 42° in Glas entspricht.²⁾

Andererseits vergrössert die vor das Objectiv gebrachte Flüssigkeit die vordere Brennweite, also den Abstand zwischen Objectiv und Deckglas. Dies ist sehr vortheilhaft; für denselben Abstand des Objectivs kann man somit eine bedeutend geringere Brennweite anwenden, so dass man im Stande ist, viel stärkere Vergrösserungen als mit trockenen Objectiven zu erreichen.

Die vortheilhafteste Combination, welche von Hartnack (1850) herrührt, ist das Objectiv mit homogener Immersion (Öl-Immersion), wobei als Flüssigkeit ein Öltropfen von demselben Brechungsquotienten wie der des Glases angewendet wird. Wenn dann das Object ebenfalls in Öl gebettet ist,³⁾ so gehen die vom Object austretenden Strahlen durch die Glasplatte in gerader Linie bis zu der zweiten Fläche der Frontal-Linse.⁴⁾ Demnach sammelt ein Objectiv mit homogener Immersion bei 84° Winkelöffnung so viel Licht, wie ein trockenes Objectiv von 180° .⁵⁾

¹⁾ Die Objective, welche man trocken oder mit Wasser-Immersion benutzt, werden in ihrer Wirkung durch das Deckgläschen beeinflusst und sind deshalb für eine bestimmte Dicke desselben construirt (ausserdem für eine bestimmte Rohrlänge des Mikroskops). Ändert man diese Bedingungen, so muss man auch das Objectiv ändern. Dies ist möglich bei den Corrections-Objectiven, bei denen man die inneren Linsen im Verhältniss zur Frontal-Linse verschieben kann.

²⁾ Ein Objectiv mit Wasser-Immersion von 180° würde alle Strahlen sammeln, welche das Deckgläschen innerhalb eines Kegels von 126° durchsetzen. (Der Grenzwinkel beim Übergang vom Glas in das Wasser beträgt 63° .)

³⁾ Wenn das Object trocken ist, so wird das Deckgläschen thatsächlich zu einem Theil der Vorder-Linse und man hat dann in Wirklichkeit ein trockenes Objectiv, bei dem aber der geringe Frontal Abstand desselben nicht mehr hinderlich ist.

⁴⁾ Die erste Fläche der Linse kann dann beliebig sein; in der Praxis wird man eine Ebene dafür wählen.

⁵⁾ Im Allgemeinen sammelt ein Objectiv mit homogener Immersion von 2α Öffnungswinkel alle in die Glasplatte eintretenden Strahlen, welche gleich oder kleiner als der Winkel α bleiben.

Diese Objective haben das Öffnungsverhältniss (*numerische Apertur*) 1, wenn dieses definirt wird als das Verhältniss des Durchmessers der letzten Linse zu der Hauptbrennweite.¹⁾

Das Auflösungsvermögen ist der numerischen Apertur a proportional; aus der Diffractionstheorie folgt, dass der kleinste Abstand δ zweier Punkte, welche das Objectiv noch zu trennen vermag, gleich

$$\delta = \frac{\lambda}{2a}$$

ist, wenn λ die Wellenlänge bedeutet. Für weisses Licht kann man λ ungefähr zu $\frac{1}{2}$ Mikron annehmen, man erhält dann für $a = 1$ im Minimum

$$\delta = \frac{1}{4} \text{ Mikron,}$$

und für $a = \frac{3}{2}$

$$\delta = \frac{1}{6} \text{ Mikron,}$$

d. h. $\frac{1}{600}$ der Grösse, die das normale unbewaffnete Auge noch

¹⁾ Nach Formel (VI) S. 430, die für grosse Öffnungen lautet

$$n_1 O \sin a_1 = n_e I \sin a_e,$$

kann die numerische Öffnung ausgedrückt werden durch

$$a = n_1 \sin a_1.$$

Nennt man nämlich ϱ den Durchmesser des Objectivs, p (das immer sehr nahe gleich f ist) und p' die Abstände von Object und Bild, so hat man

$$\varrho = p' \tan a_e,$$

oder da der Winkel a_e sehr klein ist

$$\varrho = p' \sin a_e.$$

Hieraus folgt

$$\frac{\varrho}{f} = \frac{p'}{f} \sin a_e = \frac{I}{O} \sin a_e = \frac{n_1}{n_e} \sin a_1;$$

dies ergibt die oben angeführte Formel, da n_e hier gleich 1 ist.

Ein homogenes Immersions-Objectiv mit einer Crown-Platte ($n=1,52$) hat die numerische Maximal-Apertur 1,52. Das Maximum für ein Objectiv mit Wasserimmersion beträgt 1,33. (Helmholtz, Monatsber. d. k. preuss. Akad. z. Berlin; 1873 S. 625. — Abbe, Schultze's Archiv f. mikr. Anat. 9, 413; 1873.)

aufzulösen vermag. Die Eigenschaft des Lichts selbst würde es nicht gestatten, noch viel weiter unter diese Grenze herunter zu gehen.¹⁾

Die Helligkeit endlich ist proportional dem Quadrat der numerischen Öffnung.

Ocular. — Das Ocular ist immer zusammengesetzt und fast stets negativ. Abgesehen von der Überlegenheit, die ein derartiges Ocular gegenüber dem einfachen Ocular hinsichtlich der sphärischen Aberration besitzt, hat es noch mehrere werthvolle Vorzüge.

Dies Ocular hat eine solche Anordnung, dass sich seine vordere Linse vor dem reellen Bild befindet, welches das Objectiv entwerfen würde. Die Strahlen, welche in m' einen Punkt m des Objects abbilden würden, werden dann nach der Achse zu nach m_1' abgelenkt; dadurch werden Objecte, die sich sonst ausserhalb des Kegels cLL' und folglich ausserhalb des Gesichtsfeldes befinden würden, sichtbar. Das Gesichtsfeld wird somit vergrößert; daher heisst diese Linse L_1L_1' des negativen Objectivs das *Collectivglas*.

Allerdings wird dadurch die Vergrößerung des Objectivs etwas verringert; aber durch die Annäherung der Strahlen an die Achse kann man als *Augenglas* eine convergentere Linse als LL' benutzen; man kann also schliesslich ein bedeutend grösseres Gesichtsfeld bei derselben Stärke des Mikroskops erreichen. Auf diese Weise wird die oben angeführte Aufgabe gelöst, wie wir im Folgenden näher nachweisen wollen.

Der Radius des sichtbaren Theils in der Brennebene des Objectivs ist immer

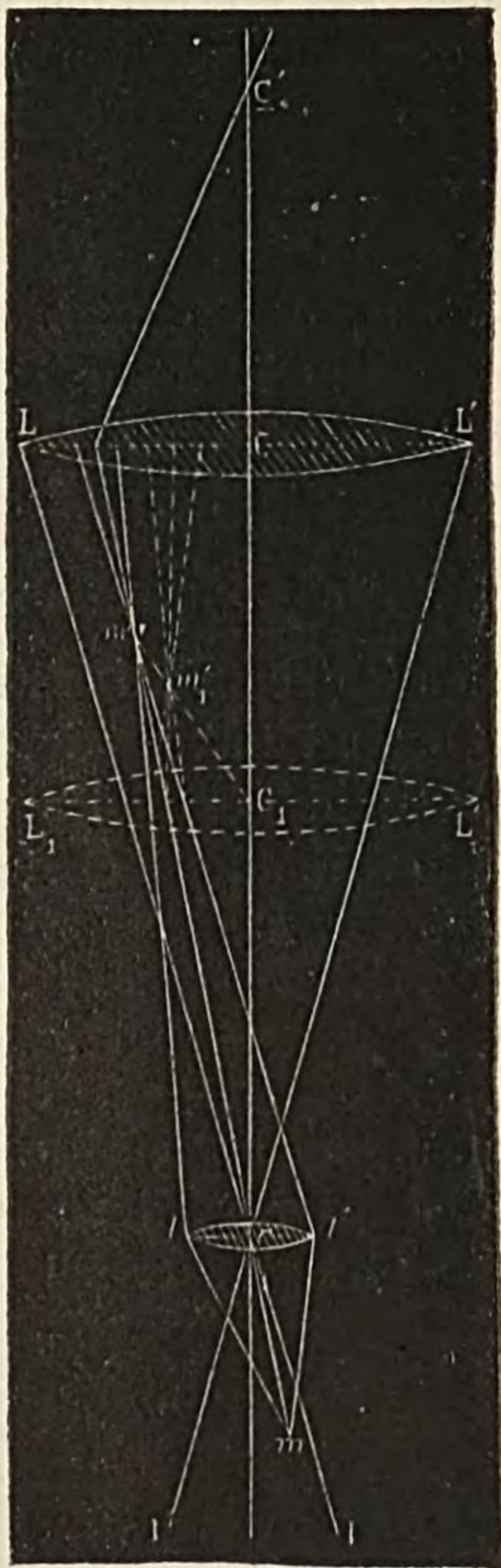


Fig. 399.

¹⁾ Mit blauem Licht oder besser noch mit den chemisch wirksamen Strahlen (die man verwenden kann, wenn man das Auge durch eine lichtempfindliche Platte ersetzt) würde man $\frac{1}{10} \mu$ erhalten, d. h. $\frac{1}{1000}$ der Grösse, die man mit blossem Auge wahrnehmen kann.

$$c = \frac{f R_1}{d},$$

wenn f die Brennweite des Objectivs, R_1 den Radius der vorderen Ocularlinse und d den Abstand des zweiten Knotenpunktes des Objectivs von dieser Ocularlinse bedeutet.

Das Verhältniss des Radius R_1 zur Brennweite F_1 , oder mit anderen Worten das *Öffnungsverhältniss* w_1 der Linse muss als gegeben betrachtet werden.¹⁾ Man hat somit

$$c = \frac{f w_1 F_1}{d},$$

wo w_1 eine constante Grösse bezeichnet.

Unter dieser Voraussetzung wollen wir ein negatives Ocular mit einem einfachen Ocular von derselben Stärke P vergleichen, wobei die Vergrösserung g des Objectivs dieselbe bleiben soll.²⁾

Das Maass der Vergrösserung g ist $\frac{l}{f}$, wenn f den Abstand des Objects vom ersten Knotenpunkt des Objectivs bedeutet (diesen Abstand haben wir der Hauptbrennweite gleich gesetzt) und l den Abstand des Bildes von dem zweiten Knotenpunkt; dieser Abstand unterscheidet sich immer nur wenig von d .³⁾ Man hat also mit grosser Annäherung

$$c = \frac{w_1}{g} F_1,$$

d. h. der Radius des sichtbaren Theils ist proportional der Brennweite der vorderen Ocularlinse.

Hieraus ergiebt sich folgendes Verhältniss:

$$\text{einfaches Ocular (Kepler)} \quad c = \frac{w_1}{g \cdot P},$$

$$\text{negatives Ocular (Huyghens)} \quad c = 2 \frac{w_1}{g \cdot P}.$$

¹⁾ Gewöhnlich ist dies Verhältniss $\frac{1}{6}$; es schwankt indessen bei den verschiedenen Typen ein wenig, überschreitet aber nicht den Werth $\frac{1}{4}$.

²⁾ Demnach wird die Stärke des Mikroskops, welche gleich dem Product gP aus der Vergrösserung g des Objectivs in die Stärke P des Oculars ist, als unveränderlich angenommen.

³⁾ Beim einfachen Ocular ist $d = l + F$, beim Huyghens'schen $d = l - \frac{1}{2} F_1$.

Bei derselben Stärke ist demnach das Gesichtsfeld beim Huyghens'schen Objectiv in linearer Ausdehnung doppelt so gross als beim Kepler'schen.¹⁾

Bei jedem Ocular ist übrigens das Product aus Gesichtsfeld und Stärke eine constante Zahl; man verliert also nothwendig in der einen Richtung, was man in der anderen gewinnt.

Beim Huyghens'schen Ocular befindet sich die Blende, wie bei einem einfachen Ocular, im ersten Brennpunkt des Augenglases (Fig. 397 Seite 620). Der Ocularkreis liegt immer sehr nahe am zweiten Brennpunkt F' des Ocular-Systems, da die Strahlen, welche auf dieses System auffallen, fast parallel sind.

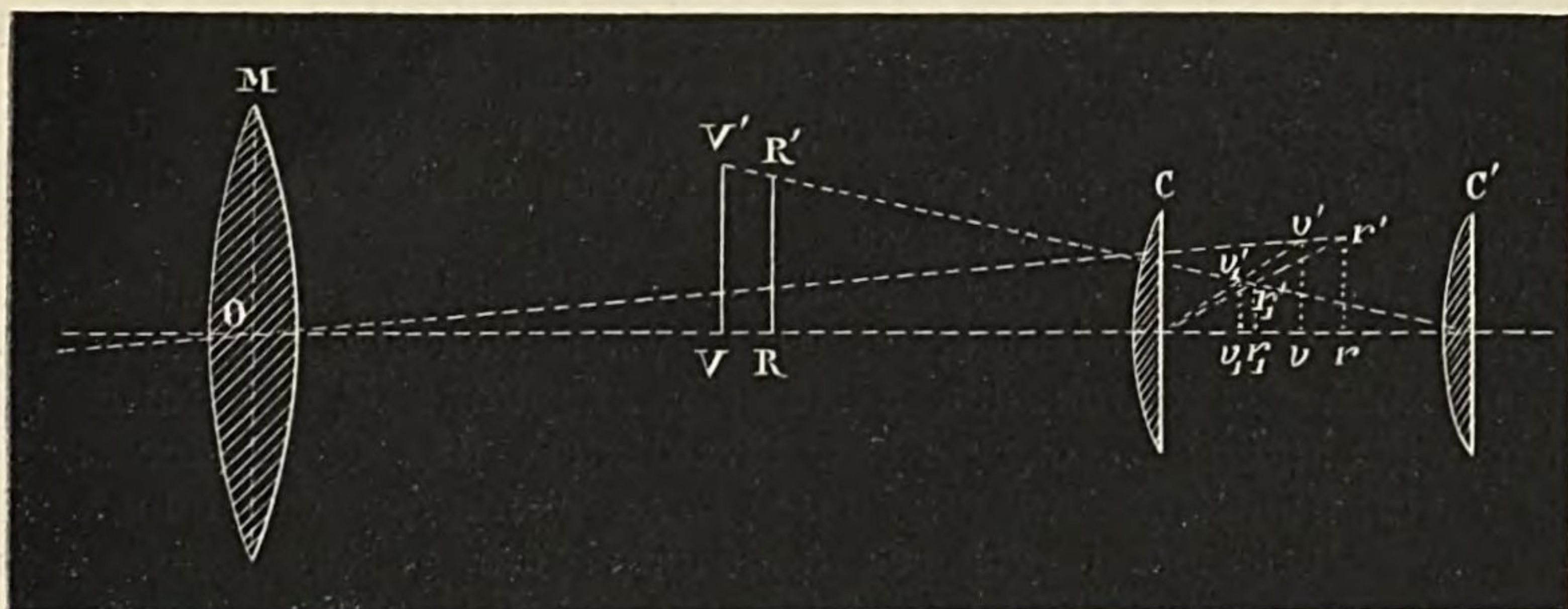


Fig. 400.

Zur Zeit, als Huyghens sein Ocular erfand, kannte man noch keine achromatischen Objective; man musste also die von dem Objectiv herrührenden Färbungen mittels des Oculars corrigiren. Es seien rr' und vv' in Fig. 400 die rothen und violetten, vom Objectiv entworfenen Bilder; dieselben liegen annähernd in einem und demselben Winkel, dessen Spitze sich im optischen Centrum (oder genauer im zweiten Knotenpunkt) des Objectivs befindet. Das Collectivglas C entwirft von diesen beiden Bildern wieder zwei andere $r_1r'_1$ und $v_1v'_1$, welche, durch das Augenglas C' betrachtet, als zwei Bilder RR' und VV' erscheinen. Man kann es nun, wie leicht ersichtlich, so einrichten, dass diese beiden Bilder RR' und VV' unter demselben Winkel gesehen werden. In diesem Fall lagern sich die rothen und vio-

¹⁾ Das Doppel-Ocular von Wollaston würde dagegen ein geringeres Gesichtsfeld ergeben; es ist bei diesem $c = \frac{5w_1}{6g \cdot P}$.

letten, sowie alle dazwischenliegenden Bilder übereinander und liefern so ein einziges, ungefärbtes Bild.¹⁾

Heutzutage construirt man achromatische Objective; es muss dann natürlich auch das Ocular selbst achromatisch sein. Die gewöhnlich angewandte Anordnung genügt thatsächlich dieser Bedingung,²⁾ und man modificirt dieselbe nur sehr wenig, um die schwache chromatische Aberration, welche etwa im Objectiv noch vorhanden ist, aufzuheben.

¹⁾ Bei Fig. 400 ist angenommen, dass sich das Auge unmittelbar an der Linse C' befindet. Nach dem früher Mitgetheilten bringt man indessen das Auge an die Stelle des Ocularkreises, d. h. ungefähr an die Stelle des zweiten Brennpunkts F' des Systems CC' . Dann müssen also die Richtungen $F'R'$ und $F'V'$ zusammenfallen.

²⁾ Es mögen hier die Überlegungen folgen, welche zu den praktischen Regeln geführt haben, die der Construction des negativen Oculars (Fig. 397) zu Grunde liegen.

Ein von der Mitte der Endfläche des Objectivs kommender Strahl, welcher den Rand der Linse A_1 trifft, wird nach der Brechung in der Linse annähernd durch den zweiten Brennpunkt F_1' hindurchgehen. Wenn wir annehmen, dass dieser Strahl auch den Rand der zweiten Linse trifft (dieser Bedingung muss man genügen, wenn man nicht etwas am Gesichtsfeld verlieren und dabei die grösstmögliche Stärke erreichen will), so ist $\frac{R_1}{f_1} = \frac{R_2}{A_2 F_1'}$; nach der oben angegebenen praktischen Regel ist aber $w_1 = w_2$ oder $\frac{R_1}{f_1} = \frac{R_2}{f_2}$ und folglich $A_2 F_1' = f_2$. Der Brennpunkt F_2' der zweiten Linse muss also mit dem Brennpunkt F_1' der ersten Linse zusammenfallen. Die Entfernung e der beiden Linsen ist demnach mit den Brennweiten durch die Gleichung

$$e = f_1 - f_2 \quad (1)$$

verbunden.

Durch die Forderung der Achromasie erhält man eine zweite Gleichung. Damit die Stärke des Systems $P = \frac{f_1 + f_2 - e}{f_1 f_2}$ nicht mit der Wellenlänge veränderlich ist, muss der Differentialquotient von P nach dem Brechungsquotienten Null sein, d. h. es muss gelten

$$\frac{f_1 df_2}{f_2} + \frac{f_2 df_1}{f_1} = e \left(\frac{df_2}{f_2} + \frac{df_1}{f_1} \right).$$

Nehmen wir nun an, dass beide Linsen denselben Brechungsindex n und dieselbe Form besitzen, z. B. dass beide planconvex sind, so hat man

$$\frac{df_1}{f_1} = -\frac{dn}{n-1} = \frac{df_2}{f_2};$$

und die vorhergehende Gleichung wird

$$2e = f_1 + f_2. \quad (2)$$

Das Huyghens'sche Ocular besitzt ausserdem noch den Vorzug, dass es die Wölbung des Gesichtsfeldes vermindert. Das vom Objectiv entworfene reelle Bild ist nämlich convex nach der Seite des Beobachters hin. Wenn man dasselbe mit einem einfachen Ocular betrachtet, wird diese Convexität noch verstärkt, da eine Lupe schon bei einem ebenen Object ein convexes Bild liefert.¹⁾ Das Collectivglas verwandelt aber das reelle convexe Bild in ein reelles concaves, das demnach durch das Augenglas eben erscheinen kann.

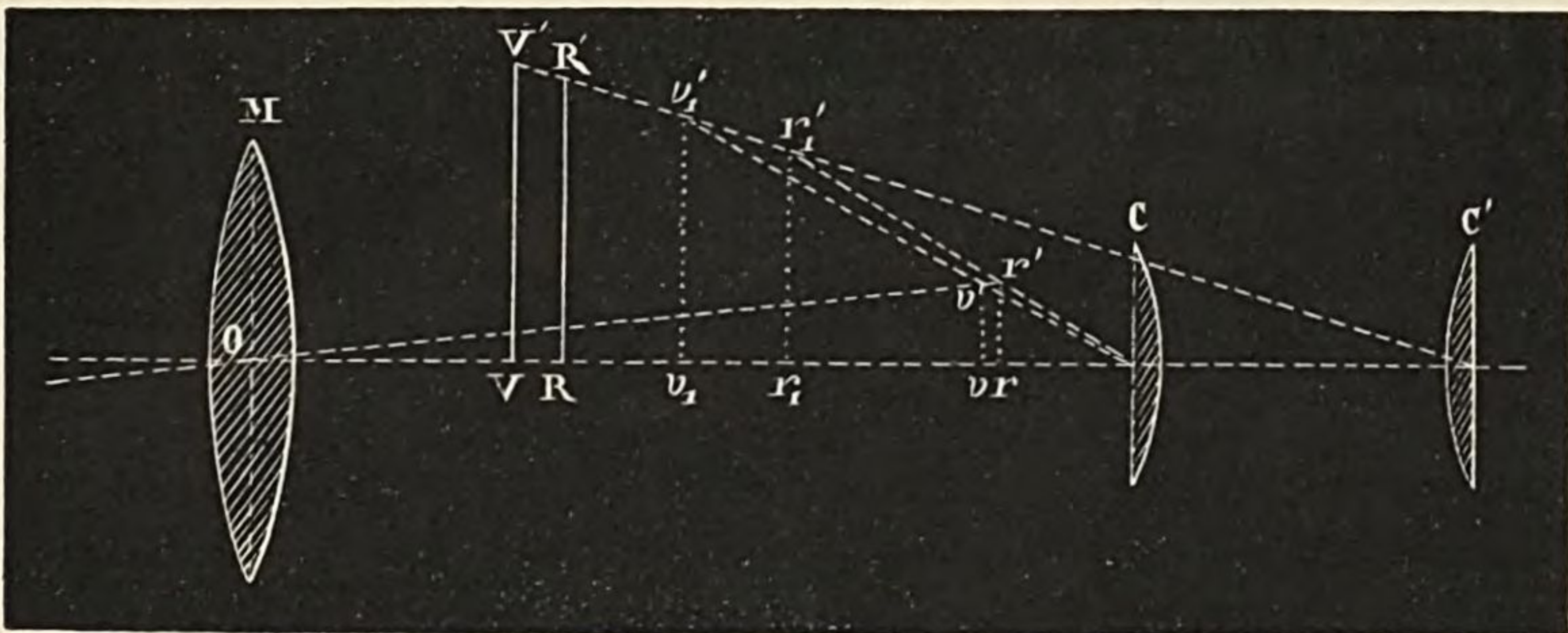


Fig. 401.

Fasst man alles zusammen, so zeichnet sich das Huyghens'sche Ocular vor dem Kepler'schen durch Aplanatismus, durch Achromasie, durch ebene Bilder und vor allem durch die Grösse des Gesichtsfeldes aus; in Folge hiervon wird dasselbe von den Optikern vielfach verwandt.

Das Ocular von Ramsden ist nicht in demselben Maasse vortheilhaft. Die sphärische Aberration ist bei demselben allerdings geringer, als bei einem einfachen Ocular; aber das Gesichtsfeld ist nicht so gross wie bei dem Ocular von Huyghens,

Aus den beiden Gleichungen (1) und (2) folgt

$$f_1 = \frac{3e}{2}, \quad f_2 = \frac{e}{2};$$

dies ist in der That die von Dollond vorgeschlagene Construction.

¹⁾ Dies folgt unmittelbar aus dem, was früher über die Wölbung des Gesichtsfeldes gesagt worden ist (430). Nach dem Princip der Reciprocität der Strahlen wird von einer Kugelcalotte, welche sich in dem Hauptbrennpunkt einer planconvexen mit der sphärischen Fläche concentrischen Linse befindet, im Unendlichen ein ebenes Bild entworfen; eine Ebene wird demnach in einer Fläche abgebildet, die auf der der Linse zugewandten Seite convex ist.

obwohl es dasjenige des Kepler'schen Oculars übertrifft; es ist nämlich¹⁾ bei dem

positiven Ocular (Ramsden) $c = \frac{4}{3} \frac{w_1}{g \cdot P}$.

Da sich das Ramsden'sche Ocular jenseits des vom Objectiv entworfenen Bildes befindet, so kann das Diaphragma ausserhalb des Oculars angebracht werden. Diese bei einem astronomischen Fernrohre werthvolle Anordnung ist hier aber von geringerer Bedeutung.

Fig. 401 zeigt, wie man mit Hülfe eines positiven Oculars den chromatischen Fehler corrigiren kann.²⁾ Da aber das Ocular

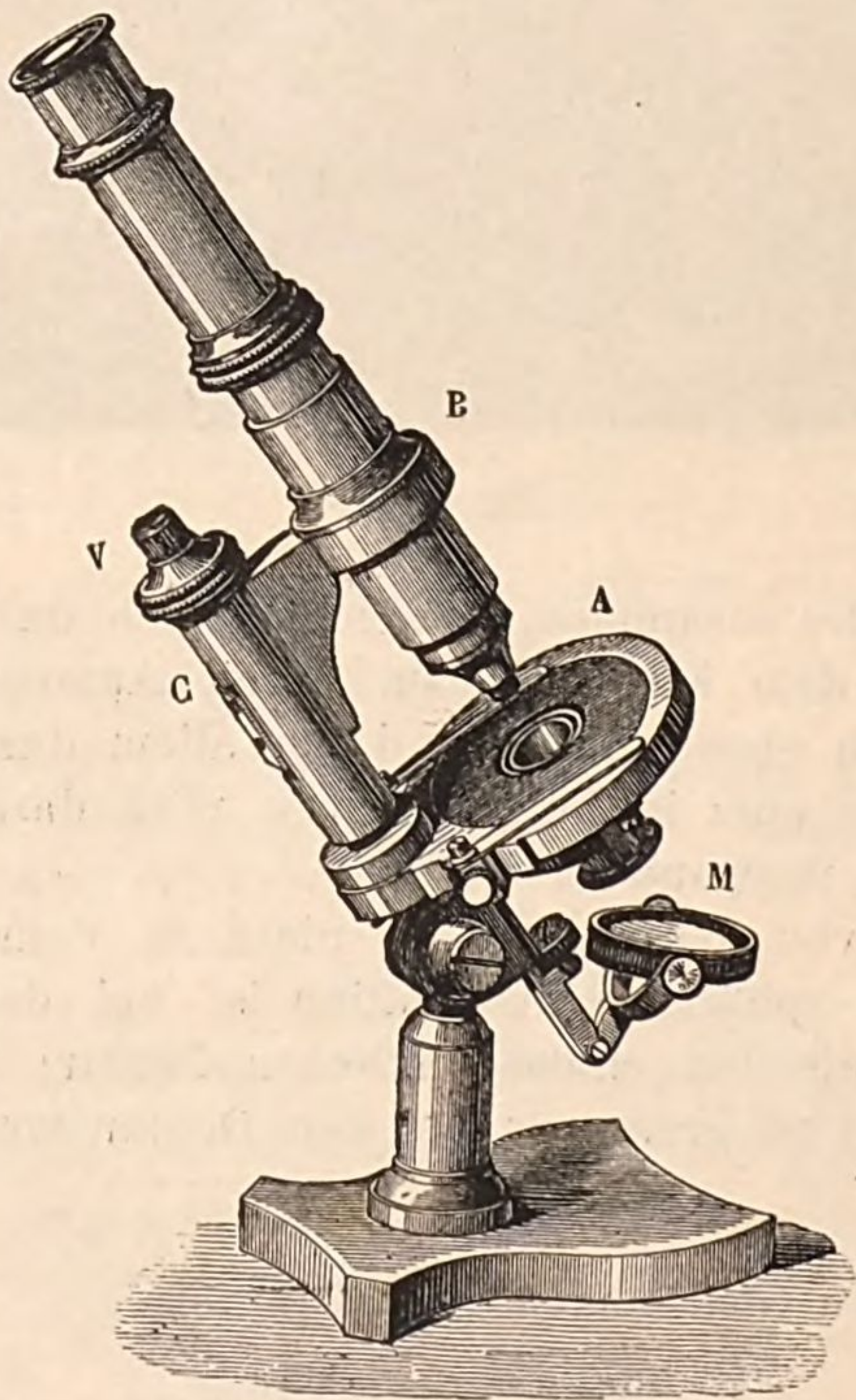


Fig. 402.

als doppelte Lupe wirkt, so kann dasselbe die Wölbung des Gesichtsfeldes nicht aufheben.

¹⁾ Wir nehmen immer an, dass $d = l$, obwohl hier $d = l + \frac{1}{4} F_1$ ist.

²⁾ Die Buchstaben haben dieselbe Bedeutung wie in Fig. 400.

*Montirung.*¹⁾ — Das Objectiv und das Ocular des Mikroskops sind an den beiden Enden eines Tubus von unveränderlicher Länge befestigt. Das zu untersuchende Präparat wird auf die Platte *A* gelegt und mittels eines im Fuss des Instruments befestigten Spiegels *M* von unten her beleuchtet. Wenn man sich eines Objectivs von grosser Öffnung bedient, muss man ausserdem die Strahlen mittels eines Condensors concentriren, welcher unmittelbar unter der Platte befestigt wird. Fig. 403 zeigt eine solche von Abbe angegebene Vorrichtung für Objective mit homogener Immersion. Man stellt das Mikroskop ein, indem man den Tubus in der Hülse erst grob mit der Hand verschiebt, darauf langsam mit Hülfe der Schraube, bis das vom Objectiv und dem Collectivglas entworfene reelle Bild in den Brennpunkt des Augenglases gelangt ist.²⁾



Fig. 403

Scheinbarer Verlust der Accomodationsfähigkeit des Auges beim Beobachten durch das Mikroskop. — Jeder, der durch ein eingestelltes Mikroskop blickt, wird von der Thatsache überrascht sein, dass eine ganz kleine Verschiebung des Apparates genügt, um (besonders bei starken Vergrösserungen) das Bild gänzlich zum Verschwinden zu bringen. Es tritt scheinbar ein vollständiger Verlust des Accomodationsvermögens ein, der aber leicht zu verstehen ist, wenn man bedenkt, dass sich das Object ganz nahe an dem Brennpunkt eines sehr convergenten Systems befindet. Bei einer äusserst kleinen Verschiebung, die leicht berechnet werden kann, durchläuft also das reelle Bild den kleinen Weg zwischen den beiden Lagen, für welche das virtuelle Bild den beiden äussersten Grenzen des deutlichen Sehens entspricht; ausserhalb dieser beiden Grenzlagen wird das Bild verschwimmen und verschwindet bald vollständig.

Mikroskop für photographische Zwecke. — Zieht man das Ocular hinreichend weit heraus, so kann man auf einem Schirm ein reelles Bild des Präparats auffangen; es lässt sich demnach leicht eine Vorrichtung herstellen, um stark vergrösserte Photographien mikroskopischer Präparate anzufertigen.

¹⁾ Eine übersichtliche Zusammenstellung von Mikroskopen siehe im illustrierten Preisverzeichniss von C. Zeiss; Jena 1895; ebenso Czapski, Theorie der optischen Instrumente nach Abbe; Breslau 1883. — J.

²⁾ Es wird hier absichtlich die abgekürzte Ausdrucksweise angewandt, deren Bedeutung aus dem früher Gesagten bekannt ist.

Messung der Stärke. — Da die Stärke eines Mikroskops gleich ist dem Product aus der Vergrößerung des Objectivs in die Stärke des Oculars, so genügt es offenbar, die numerischen Werthe dieser beiden Factoren zu bestimmen.

Um die Vergrößerung des Objectivs zu messen, legt man auf das Tischchen eine Glastheilung, bei der gewöhnlich ein Millimeter in 100 Theile getheilt ist; darauf stellt man wie gewöhnlich ein. Besitzt das Mikroskop ein negatives Ocular, so entfernt man dies und ersetzt es durch ein positives, in dessen Brennebene sich ein Ocularmikrometer befindet; dasselbe soll z. B. 50 Theilstriche enthalten, die nur je $\frac{1}{10}$ mm von einander abstehen. Darauf bringt man, ohne den Tubus des Mikroskops zu bewegen, dies Ocular in eine solche Stellung, dass sich das Mikrometer desselben in der Ebene des vom Objectiv entworfenen Bildes befindet, und bestimmt dann die Anzahl n der Theilstriche des Ocularmikrometers, welche mit einem vergrößerten Intervall des Objectiv-Mikrometers zusammenfallen; die Vergrößerung des Objectivs ist dann $g = 10n$.

Die Stärke des Oculars, welche nichts anderes ist, als das Reciproke der Brennweite desselben, kann sehr genau nach der Methode von Cornu bestimmt werden (429).¹⁾

Statt dessen kann man auch in der Weise verfahren, dass man das Collectivglas als Theil des Objectivs betrachtet. Man bestimmt dann: 1. die Vergrößerung des aus Objectiv und Collectivglas bestehenden Systems mit Hülfe des Objectiv-Mikrometers und eines Ocular-Mikrometers, das man im Innern des negativen Oculars an die Stelle des Diaphragmas bringt,²⁾ 2. die Stärke des Augenglases.

Hierdurch erhält man nicht nur eine Controle für die erste Methode, sondern auch eine Bestimmung, aus der man nachher die wahre Grösse eines Objects nach der Anzahl von Theilstrichen

¹⁾ Diese Methode, welche auf ein beliebiges optisches System angewandt werden kann, gestattet die Stärke des ganzen mikroskopischen Systems mit einem Male zu bestimmen; da man aber beim Gebrauch die vorhandenen Objective und Oculare in verschiedener Weise combinirt, so ist es besser, den Werth eines jeden derselben gesondert zu messen

²⁾ Die Fassung der beiden Ocularlinsen muss dann so umgeändert werden, dass das Ocular-Mikrometer eingeführt werden kann. Dies erreicht man am einfachsten dadurch, dass man eine aus zwei Theilen bestehende Fassung herstellt, welche durch ein Schraubengewinde verbunden ist; man kann dann das Mikrometer genau in die richtige Lage zum Augenglas bringen.

ermitteln kann, welche dasselbe auf dem Ocular-Mikrometer einnimmt. Wenn z. B. 2 Theilintervalle des Objectiv-Mikrometers vergrössert 5 Theilstrichen des Ocular-Mikrometers entsprechen, so stellt ein Intervall des Ocular-Mikrometers $\frac{2}{5 \cdot 100} = 4 \mu$ dar; nimmt nun ein vergrössertes Object drei Theilintervalle des Ocular-Mikrometers ein, so ist dasselbe 12μ gross.

In den mikroskopischen Instituten zieht man es im Allgemeinen vor, die Vergrößerung für jede Combination von Objectiv und Ocular mit Hülfe der Camera lucida zu bestimmen.

Camera lucida. — Man bezeichnet mit Camera lucida jeden Apparat, mittels dessen man gleichzeitig ein bestimmtes Object (oder das durch ein optisches Instrument entworfene Bild eines Objects) und ein in passende Entfernung vom Auge gebrachtes Blatt Papier erblickt. Da auf das letztere dann scheinbar das Bild des Gegenstandes projecirt wird, so kann man dies leicht genau nachzeichnen, indem man die Conturen desselben mit einem Bleistift nachfährt.

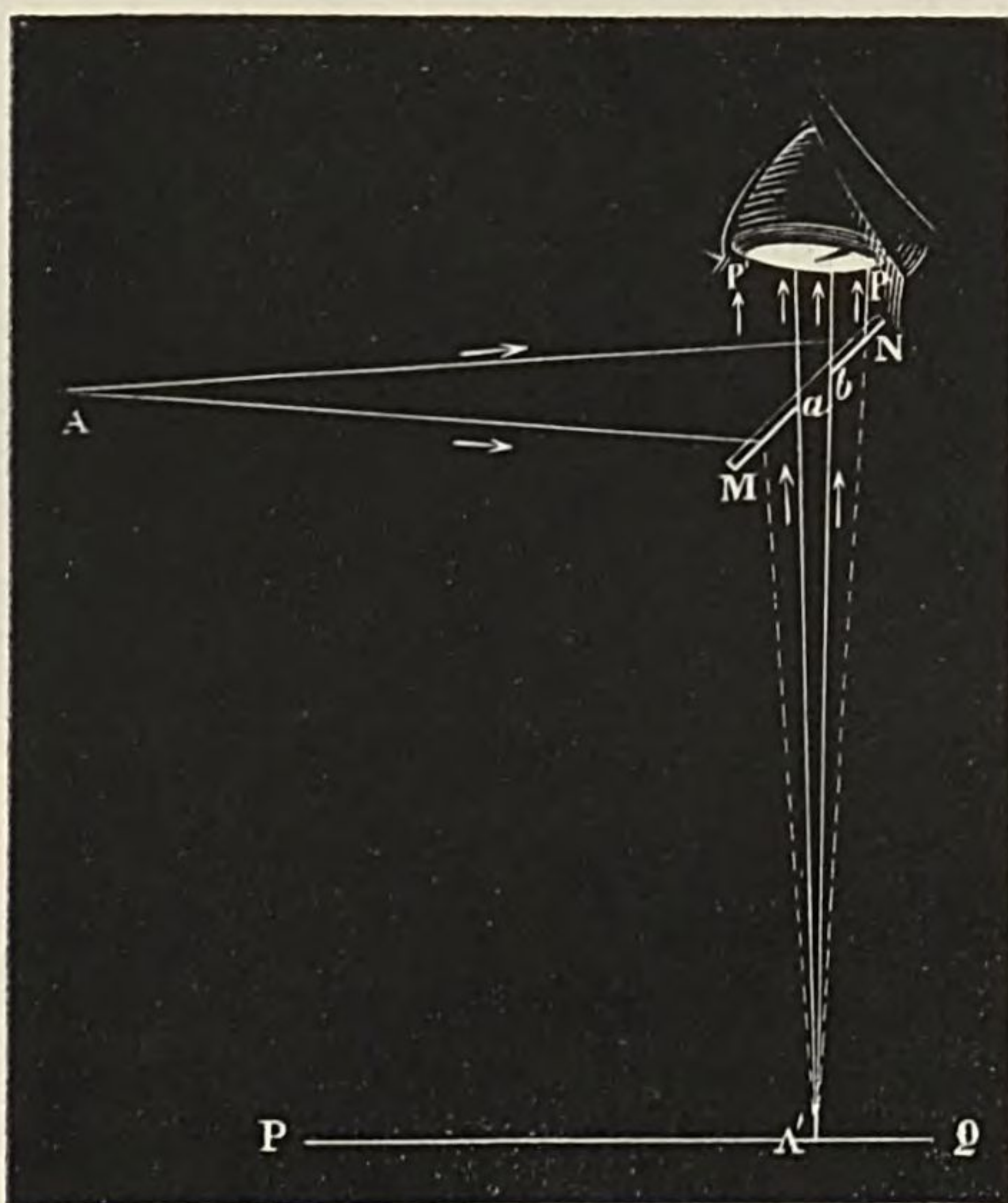


Fig. 404.

Ein einfacher Spiegel MN , dessen Belegung man an einer kleinen Stelle ab entfernt hat, kann zu diesem Zwecke dienen. Das Auge erhält durch die belegten Stellen des Spiegels, die von dem Object A kommenden Strahlen und erblickt ein virtuelles

Bild in A' , während durch die freie Stelle ab die Bleistiftspitze sichtbar wird, die sich auf dem Papier PQ am Punkt A' befindet (durch eine passende, in eines der Strahlenbündel eingeschaltete Linse bringt man dabei das Bild des Punktes A und die Bleistiftspitze für das Auge in gleiche Entfernung). Bei diesem einfachen Apparat muss aber der Beobachter dem Gegenstand, den er zeichnen will, den Rücken zuwenden, um ein aufrechtes Bild zu erhalten.

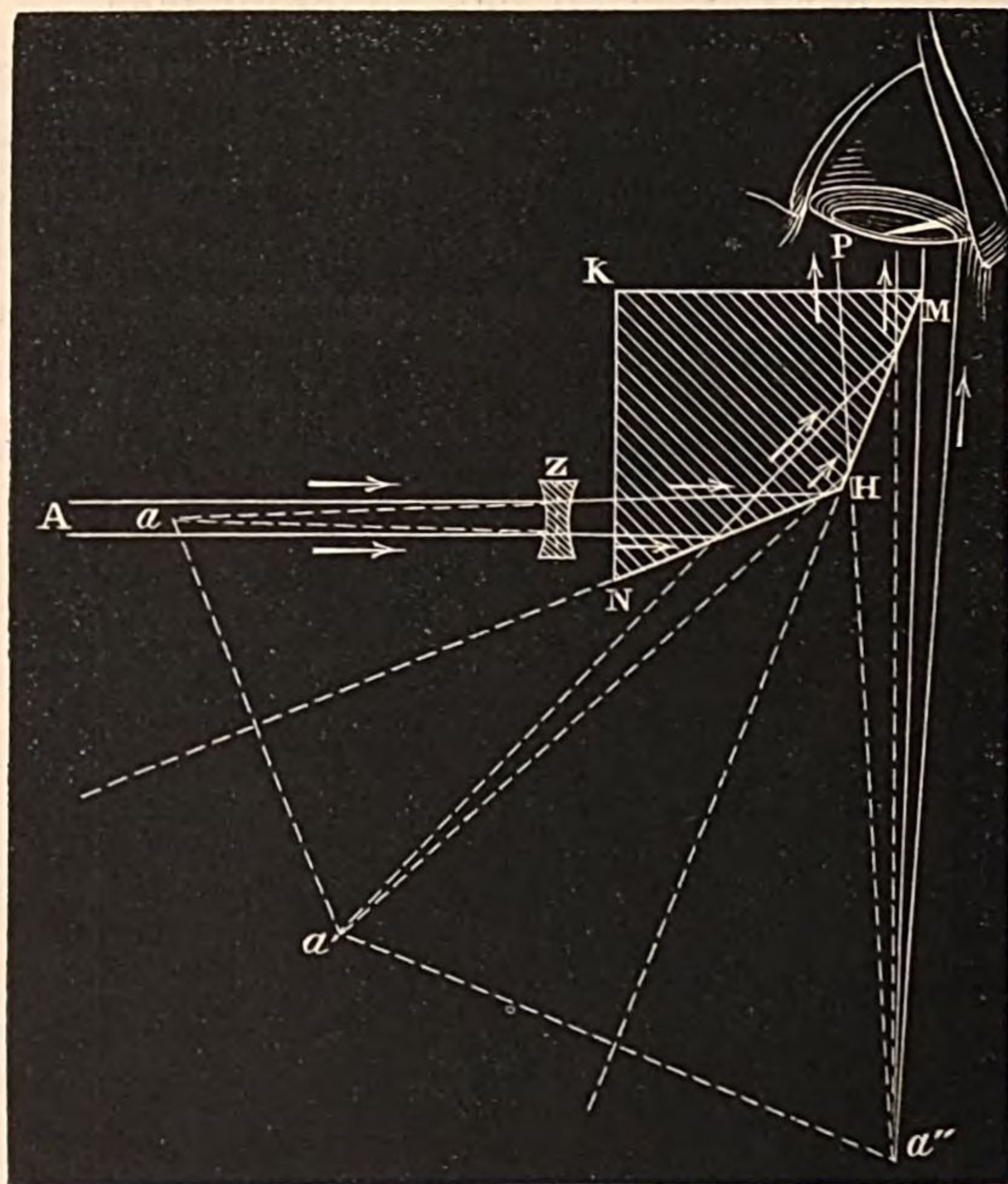


Fig. 405.

Die Camera lucida von Wollaston ist frei von diesem Mangel. Bei dieser wird der Punkt A zunächst durch eine Concavlinse Z nach a gebracht¹⁾ und erscheint dem Auge in a'' , indem die Strahlen nach einander an den Flächen NH und HM reflectirt werden, während man andererseits den Punkt a'' direct durch die Strahlen erblickt, welche seitlich in die Pupille eintreten.

¹⁾ Laussedat ersetzt diese Linse durch sphärischen Schliff der Fläche KM , so dass das Prisma $KNHM$ als planconvexe Linse wirkt.

Die Figuren 406 und 407 zeigen zwei Arten einer Camera lucida für Mikroskope, von denen die eine von Nachet, die andere von Abbe angegeben ist und welche ohne weiteres verständlich sind.

Betrachtet man durch einen solchen auf einem Mikroskop befestigten Zeichenapparat gleichzeitig ein unter dem Mikroskop liegendes Objectiv-Mikrometer und ausserhalb desselben einen Bleistift, mit dem man die auf das Papier projecirten Theilstriche des Objectiv-Mikrometers zeichnet,¹⁾ so genügt es dann, die Grösse dieser Intervalle zu messen, um daraus die Vergrösserung des Mikroskops unter den Versuchsbedingungen abzuleiten; d. h. das Auge muss dieselbe Stellung einnehmen, wie bei Anwendung der Camera lucida, und muss auf die Entfernung accomodiren, in welcher sich das Papier befand. Hat man dann mittels der Camera lucida die Zeichnung eines

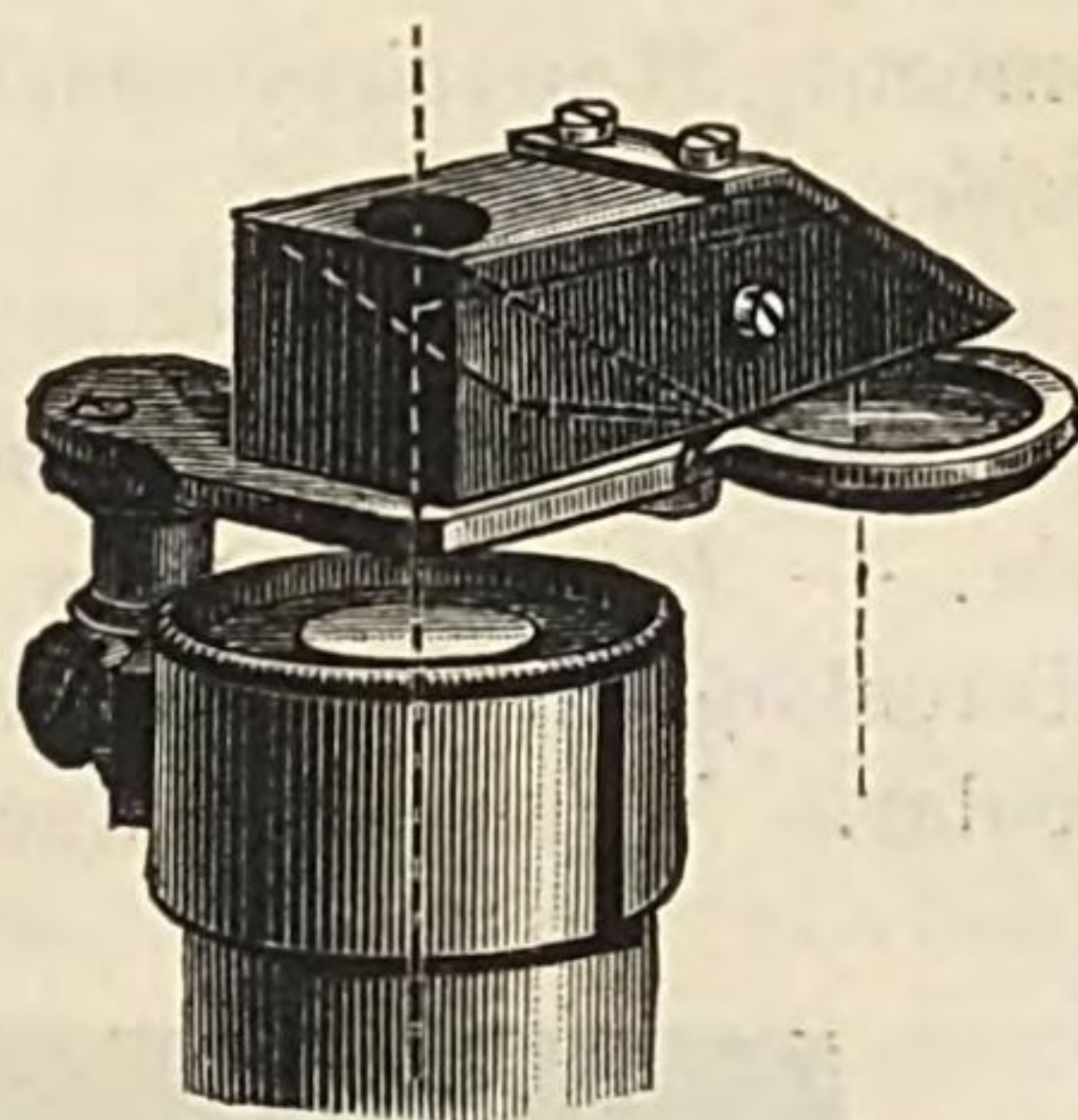


Fig. 406.

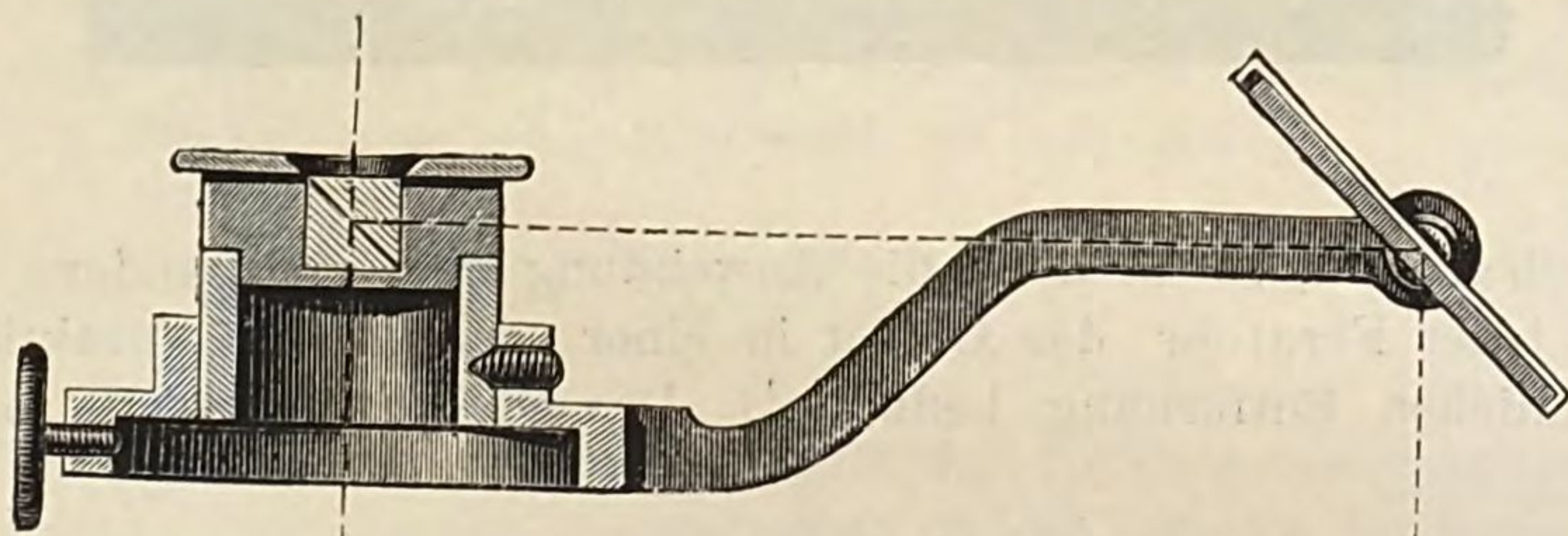


Fig. 407.

Präparates angefertigt, so kann man das letztere durch das Mikrometer ersetzen und auf der Zeichnung selbst den Maassstab, in dem dieselbe angefertigt ist, angeben. Dies Verfahren zur Bestimmung der Stärke des Mikroskops ist übrigens nicht sehr genau.²⁾

¹⁾ Die Camera lucida ist dabei nicht unentbehrlich; man kann das mit dem einen Auge im Mikroskop erblickte Bild leicht mit dem durch das andere Auge gesehenen Zeichenstift zur Deckung bringen.

²⁾ Diese Methode könnte dagegen sehr gut zur Bestimmung der Stärke P eines positiven Oculars dienen. (Das negative Ocular müsste so umgedreht werden, dass das Collectivglas dem Auge zugewandt ist.)

Bestimmung des Auflösungsvermögens. — Bei den besseren Instrumenten beträgt heutzutage das Auflösungsvermögen $\frac{1}{4} \mu$, eine Grösse, die schon der oben aufgestellten theoretischen Grenze sehr nahe kommt.

Im Allgemeinen prüft man den praktischen Werth eines Mikroskops durch *Probeobjecte*, besonders durch die folgenden Diatomeen: *Pleurosigma angulatum*, *Surirella gemma*, *Amphipleura pelucida*.

446. Astronomisches Fernrohr. — *Kepler'sches Fernrohr.* — *Princip.* — Das astronomische Fernrohr besteht, wie das Mikroskop, aus einem convexen Objectiv und einem ebensolchen Ocular. Wenn aber auch die benutzten Mittel im Wesentlichen

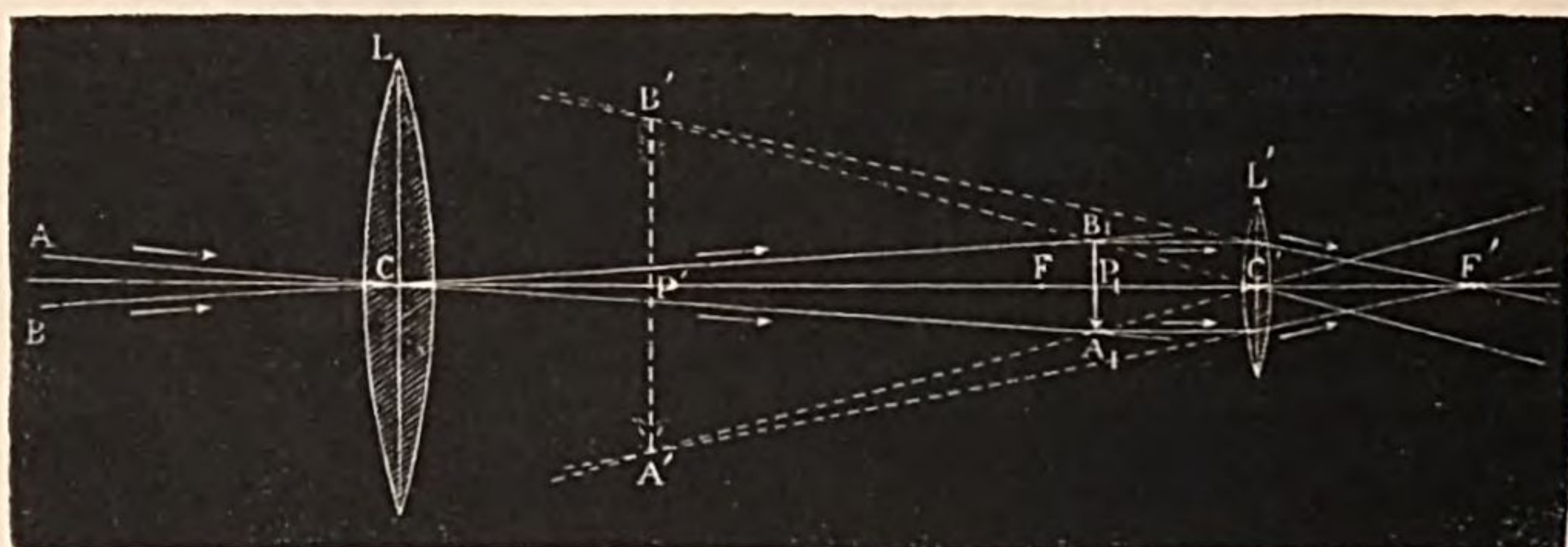


Fig. 408.

dieselben sind, so ist doch die Anwendung eine ganz andere, da sich beim Fernrohr das Object in einer sehr grossen, praktisch unendlichen Entfernung befindet.¹⁾ Das Objectiv entwirft somit

Man fixirt durch die Camera lucida direct einen Collimator, in dessen Brennebene sich eine Millimeterscala befindet, und durch das Ocular ein Ocular-Mikrometer mit $\frac{1}{10}$ mm Theilung. Das Auge accomodirt auf die im Unendlichen befindliche Millimetertheilung und wird demnach das Mikrometer genau sehen, wenn dieses sich genau in der Brennebene des Oculars befindet. Fallen dann m Theile des Mikrometers mit n Theilen der Scala zusammen, so werden die m Theile des Mikrometers durch das Ocular unter dem Winkel $\frac{m}{10F} = \frac{mP}{10}$ erscheinen, während die Strahlen, welche von dem Collimator mit der Brennweite φ kommen, einen Winkel $\frac{n}{\varphi}$ einschliessen. Man erhält also sehr genau

$$\frac{mP}{10} = \frac{n}{\varphi}$$

und hieraus die Grösse P .

¹⁾ Zwischen dem Mikroskop und dem astronomischen Fernrohr giebt es alle möglichen Zwischenstufen; so z. B. die *Ablesefernrohre*, welche in

in seinem Brennpunkt ein reelles, umgekehrtes, sehr kleines Bild, welches man mit Hülfe des Oculars betrachtet. Der erste Brennpunkt dieses Oculars fällt fast genau mit dem zweiten Brennpunkt des Objectivs zusammen. Die Länge des Fernrohrs ist also sehr nahe gleich $F + f$, wenn F die Hauptbrennweite des Objectivs und f diejenige des Oculars bedeutet.

Natürlich dient hier das Ocular zur Einstellung des Fernrohrs, wobei dieselben Verhältnisse gelten, wie für das Mikroskop; für ein kurzsichtiges Auge muss man das Ocular weiter hineinschieben. Für etwas stärkere Vergrößerung erscheint die Accomodationsfähigkeit aufgehoben.

Vergrößerung. — Die linearen Dimensionen des Bildes und Objectes kommen hier offenbar nicht in Betracht; man hat nur die Winkelgrößen zu berücksichtigen. Mit anderen Worten, beim Beobachten auf sehr grosse Entfernungen wird das Instrument nicht durch die Stärke, sondern durch die Vergrößerung charakterisirt.¹⁾

Man sieht unmittelbar aus der Figur 408, dass die Vergrößerung G , d. h. das Verhältniss der Winkel $A'F'B'$ und ACB gleich ist dem Verhältniss der Winkel $A_1C'B_1$ und A_1CB_1 , da die Strahlen $F'A'$, $F'B'$ parallel zu den secundären Achsen $C'A_1$, $C'B_1$ verlaufen (das Bild $A'B'$ befindet sich nämlich im Unendlichen). Da die Winkel stets sehr klein sind, so hat man

$$G = \frac{F}{f}.$$

Für normale Augen unterscheidet sich die Vergrößerung immer sehr wenig von diesem theoretischen Werth (sie ist für kurzsichtige Augen etwas grösser, für weitsichtige etwas kleiner).²⁾

Gesichtsfeld. — Alles, was wir früher über das Gesichtsfeld, den Ocularkreis, die Helligkeit, die Blende für ein schematisch auf zwei Convexlinsen reducirtes Fernrohr sagten, lässt sich auch auf diesen Fall anwenden.

physikalischen Laboratorien zur Beobachtung in einer Entfernung von einigen Meter oder selbst Centimeter benutzt werden. Bei diesen Apparaten ist das Öffnungsverhältniss des Objectivs etwa $\frac{1}{10}$.

¹⁾ Die Stärke eines astronomischen Fernrohres ist bei Einstellung auf einen Stern immer gleich Null.

²⁾ In allen Fällen ist die Vergrößerung gleich $\frac{F}{\varphi}$, wenn φ den Abstand zwischen dem reellen Bild und dem Ocular bezeichnet.

Ocularkreis. — Der Abstand d des Ocularkreises vom zweiten Knotenpunkt des Oculars ist durch die Gleichung

$$\frac{1}{F+f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f}$$

oder

$$\frac{F+f}{d} = \frac{F}{f}$$

gegeben.

Nun bedeutet $\frac{F+f}{d}$ das Verhältniss des Objectiv-Radius R zu dem Radius a des Ocularkreises; $\frac{F}{f}$ ist die Vergrößerung. Demnach ist das Verhältniss der Radien (oder Durchmesser) von Objectiv und Ocularkreis gleich der Vergrößerung.

Der Abstand d ist übrigens sehr nahe gleich f und der Ocularkreis, der bedeutend kleiner als die nützliche Fläche des Oculars ist, pflegt gewöhnlich kleiner als die Pupille zu sein, deren Durchmesser bei Nacht-Beobachtungen zu etwa 4 mm angenommen werden kann.

Lichtstärke. — Das Grössenverhältniss des Ocularkreises zur Pupille hat hinsichtlich der Lichtstärke von Objecten, die einen merklichen scheinbaren Durchmesser besitzen (Sonne, Mond, Planeten), denselben Einfluss, wie bei dem Mikroskop. Ist der Durchmesser a des Ocularkreises kleiner als derjenige der Pupille p , so ist die Helligkeit geringer als 1; ist a gleich oder grösser als p , so ist dieselbe gleich 1.¹⁾

¹⁾ Dies kann in folgender Weise bewiesen werden. Die Lichtmenge, welche das Auge von dem Object erhält, wenn dasselbe durch das Fernrohr betrachtet wird, verhält sich zu derjenigen, die direct von demselben (in gleicher Entfernung befindlichen) Object in das Auge gelangt, wie

$$\frac{R^2}{p^2},$$

wenn das ganze auf das Objectiv fallende Licht in das Auge kommt, d. h. wenn a kleiner oder gleich p ist.

Wenn aber a grösser als p ist, so wird ein Theil des durch das Fernrohr gehenden Lichts von der Iris abgeblendet und der Theil des einfallenden Strahlenbündels wird im Verhältniss p^2 zu a^2 verringert; das Verhältniss der vom Auge durch das Fernrohr aufgenommenen Lichtmengen zu der bei directem Sehen ist somit

$$\frac{R^2}{a^2}.$$

Wir müssen nun noch den zweiten Fall betrachten, dass der scheinbare Durchmesser des Objects verschwindend klein ist (Fixsterne). In diesem Fall treffen die über die Lichtstärke angestellten Betrachtungen nicht mehr zu. Das Netzhautbild eines Punktes hat nämlich eine bestimmte Ausdehnung, es bildet einen kleinen Fleck, dessen Grösse im Allgemeinen unabhängig davon ist, ob man das Object durch das Fernrohr oder direct betrachtet.

Wenn die Netzhautbilder äusserer Gegenstände im Verhältniss zu diesem Fleck sehr gross sind, so kann man dieselben durch die geometrische Optik als hinreichend genau bestimmt betrachten. Diese Betrachtungsweise lässt sich aber nicht mehr anwenden, wenn die Dimensionen dieser Bilder von der Ordnung des Flecks sind; die Erscheinung wird dann verwickelter. Man erhält aber wieder ein einfaches Resultat, wenn das Object ein Punkt ist; das Netzhautbild reducirt sich dann auf einen einzigen Fleck, der alles in das Auge gelangende Licht erhält.

Die Helligkeit des Netzhautbildes ist also einfach proportional dieser Lichtmenge. Für $a > p$ ist demnach die Helligkeit gleich

$$\frac{R^2}{a^2} = G^2$$

und für $a < p$ gleich

$$\frac{R^2}{p^2}.$$

Die Sichtbarkeit der Sterne wird also durch ein starkes Fernrohr so vergrössert, als wenn die Öffnung der Pupille der Objectivfläche gleich wäre.¹⁾

Die Bilder auf der Netzhaut, welchen diese Lichtmengen entsprechen, stehen übrigens in beiden Fällen im Verhältniss

$$\frac{R^2}{a^2},$$

welches, wie oben gezeigt wurde, dem Quadrat G^2 der Vergrösserung entspricht.

Bei starken Vergrösserungen, wo $a < p$ ist, erhält man somit für die Helligkeit

$$\frac{R^2}{p^2} : \frac{R^2}{a^2} = \frac{a^2}{p^2} < 1;$$

bei schwachen Vergrösserungen, wo $a \geq p$,

$$\frac{R^2}{a^2} : \frac{R^2}{a^2} = 1.$$

¹⁾ Wenn man einen Theil des Objectivs abblendet, wird nicht das Gesichtsfeld, sondern nur die Helligkeit verringert.

Aus dem Vorhergehenden folgt auch, dass man, um ein Objectiv möglichst gut auszunutzen, mit demselben ein solches Ocular verbinden muss, dass der Ocularkreis gleich der Pupillenöffnung wird.

Auflösungsvermögen. — Die Betrachtung des Lichtflecks, der von einem Punkt durch das Objectiv entworfen wird, führt ausserdem zur Bestimmung der wichtigsten Eigenschaft des Fernrohrs, seines Auflösungsvermögens.

Das Auflösungsvermögen des Objectivs, d. h. der Winkel, unter dem vom Mittelpunkt der Linse aus der Abstand zweier Punkte erscheint, deren Bilder noch deutlich unterschieden sind, ist proportional der Wellenlänge und umgekehrt proportional dem Durchmesser des Objectivs. In dieser Hinsicht ist der Vorthail noch derselbe, wie wenn der Durchmesser der Pupille demjenigen des Objectivs gleich wäre.¹⁾

Wenn das Auge mit Hülfe des Oculars die entsprechenden Punkte des vom Objectiv entworfenen Bildes unterscheiden kann (und dies wird bei genügender Vergrösserung stets der Fall sein)²⁾, so drückt dieses Auflösungsvermögen des Objectivs gleichzeitig das Auflösungsvermögen des Fernrohrs aus.

Wie erwähnt, löst ein Objectiv von 12 cm die beiden Theile eines Doppelsternes auf, welche nur um 1'' von einander abstehen. Man sagt dann, dass ein solches Objectiv eine Secunde trennt oder dass sein *Auflösungsvermögen* eine Secunde beträgt.

¹⁾ Siehe Mascart, l. c. S. 132.

²⁾ Der Winkel, unter dem zwei sich berührende Flecke vom Mittelpunkt des Objectivs aus erscheinen, beträgt $\frac{12''}{D}$ (wo D den Durchmesser des Objectivs in Centimeter bedeutet) und der Winkel, unter dem sie mit dem Ocular gesehen werden, ist $\frac{12''}{D} \cdot \frac{F}{f}$. Damit die zwei Flecken im Auge getrennt sind, muss dieser Winkel grösser als 1' sein; man hat also

$$\frac{12}{D} \frac{F}{f} > 60,$$

das heisst

$$f < \frac{F}{5D},$$

oder

$$f < \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{W}.$$

Wenn $W = \frac{1}{30}$ ist, so würde ein Ocular von der Brennweite eines Centimeter sechsmal stärker als nöthig sein.

Mit einem Objectiv von 1,20 m Oeffnung¹⁾ würde man auf der Oberfläche des Mondes zwei Punkte, die um weniger als 200 m von einander abstehen, noch unterscheiden können.

Einzelheiten der Construction. — Wir wollen nun das Fernrohr in seiner heutigen Gestalt etwas näher betrachten.

Objectiv. — Das Objectiv besteht aus einer aplanatischen, achromatischen Linse, die gewöhnlich aus einer Convexlinse von Crown Glas (nach aussen) und aus einer Concavlinse von Flintglas (nach innen) gebildet wird. Die Aberrationen müssen mit grösster Sorgfalt corrigirt sein,²⁾ wenn die Beobachtung mittels des Auges durch ein starkes Ocular geschehen soll.³⁾

Ocular. — Für das astronomische Fernrohr wird stets ein positives Ocular benutzt.

Bei Anwendung dieses Oculars kann man nämlich im Brennpunkt des Objectivs, genau an der Stelle, wo das Bild des Sternes entworfen wird, ein *Fadenkreuz* *A* anbringen; dies erblickt man dann durch das Ocular *CC'* gleichzeitig mit dem Bild und

¹⁾ Ein solches Objectiv würde ein Auflösungsvermögen von 0,1'' besitzen, oder das Sechshundertfache des Auflösungsvermögens eines normalen Auges. Das astronomische Fernrohr und das Mikroskop erreichen ungefähr dieselbe Grenze.

²⁾ Dann hat man folgenden vier Bedingungen zu genügen:

Gegebene Brennweite;

Achromasie für die centralen Strahlen;

Aplanatismus für parallele Strahlen;

Aplanatismus für Strahlen, die aus einer bestimmten endlichen Entfernung kommen.

Wie Herschell gezeigt hat, ist diese vierte Bedingung die vortheilhafteste; ausserdem kann dieselbe bei passender Wahl der Gläser mit der von Clairaut empfohlenen und sicherlich bequemen Bedingung vereinigt werden, dass die sich berührenden Flächen gleiche Krümmung besitzen.

Der Aplanatismus ist jedenfalls die wesentlichste Eigenschaft eines guten Objectivs; ein kleiner Fehler in der Achromasie kann wie beim Mikroskop mittels des Oculars corrigirt werden.

Fraunhofer gab seinen Objectiven das Öffnungsverhältniss $\frac{1}{30}$, und man hat diese Zahl seitdem wenig verändert. Grossen Öffnungen (man stellt heutzutage Objective von über 1 m Durchmesser her) entsprechen meistens auch sehr bedeutende Brennweiten.

³⁾ Wenn das Bild photographirt werden soll, so braucht man die Deutlichkeit nicht so weit zu treiben, da das Korn der empfindlichen Platten ziemlich grob ist; man kann in diesem Falle dann ein grösseres Gesichtsfeld, d. h. eine kürzere Brennweite wählen. Die Vergrösserung der Öffnung des Objectivs dient dann hauptsächlich zur Abkürzung der Expositionsdauer.

erhält auf diese Weise eine äusserst feine Marke. In der einfachsten Form besteht das Fadenkreuz aus zwei rechtwinklig gekreuzten feinen Fäden (Spinnefäden). *Optische Achse* des Fernrohres nennt man die Verbindungslinie zwischen dem Fadenkreuz-Schnittpunkt und dem optischen Mittelpunkt des Objectivs, oder genauer, die durch den ersten Knotenpunkt des Objectivs gelegte Parallele zu der Linie, welche den zweiten Knotenpunkt mit dem Fadenkreuz-Schnittpunkt verbindet. Diese Richtung ist unabhängig von den Verschiebungen des Oculars, die zur Einstellung des Fernrohrs vorgenommen werden müssen, und ist durch die angegebene Definition vollständig bestimmt; es ist das die Visirlinie.

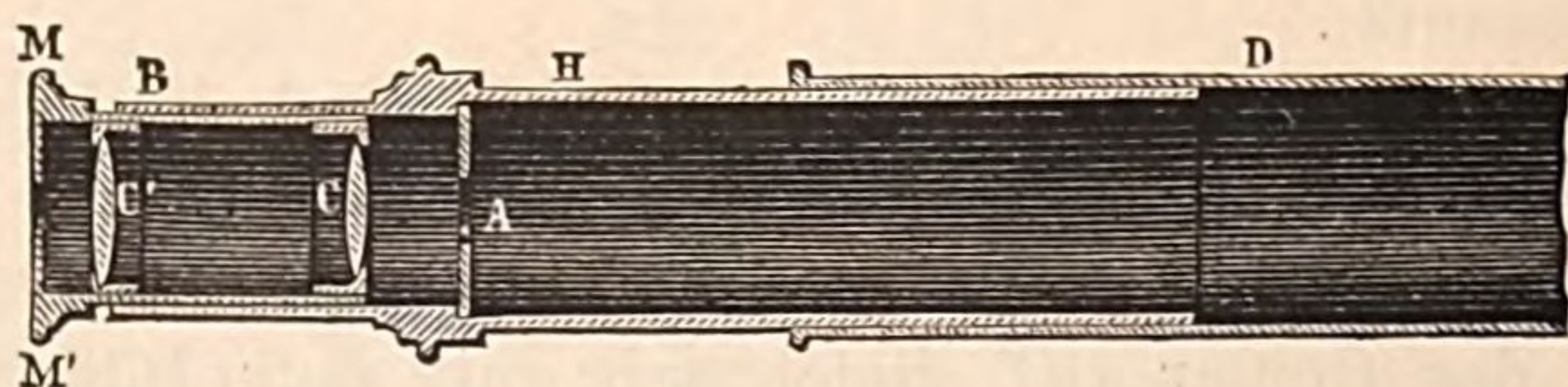


Fig. 409



Fig. 410.

Wir wollen nun das positive Ocular von Ramsden betrachten.

Der Theil des Gesichtsfeldes, welcher volles Licht erhält, wird begrenzt durch den Doppel-Kegel, dessen Spitze zwischen dem Objectiv und der ersten Ocularlinse liegt und der die beiden Linsen zu Basisflächen hat. Wenn wir also mit R den Radius und mit F die Brennweite des Objectivs bezeichnen, ferner mit r_1 den Radius der ersten Ocularlinse und mit d die Entfernung des zweiten Brennpunktes des Objectivs oder des ersten Brennpunktes des Oculars von dieser Linse (beim Ramsden'schen Ocular ist $d = \frac{1}{4} f_1 = \frac{1}{3} f$), so ist der Radius ϱ des durch diesen Kegel in der Brennebene des Objectivs ausgeschnittenen Kreises gegeben durch

$$\varrho = \frac{r_1 F - R d}{F + d}.$$

Da in dieser Ebene das Diaphragma mit dem Fadenkreuz angebracht wird, so giebt man der Oeffnung des Diaphragmas genau diesen Radius ϱ .

Das Gesichtsfeld, welches volles Licht erhält (Schwinkel $2C$), ist durch die Beziehung

$$\operatorname{tg} C = \frac{\varrho}{F} = \frac{r_1 - \frac{R}{F} d}{F + d}$$

gegeben; dieses Feld ist bei grossen Fernrohren sehr klein (Bruchtheil eines Grades).

Der äussere Theil des Gesichtsfeldes, dessen Betrachtung viel geringeres Interesse bietet,¹⁾ wird durch einen Kegel begrenzt, welcher die beiden Linsen aussen umhüllt.

Beim negativen Ocular von Huyghens ist die Rolle der beiden, aussen und innen umschriebenen Kegel vertauscht. Der äussere Kegel begrenzt hier das Gesichtsfeld, das volles Licht erhält. Man findet also $\left(d = \frac{1}{2} f_1 = f\right)$

$$\text{tang } C = \frac{r_1 - \frac{R}{F} d}{F - d}.$$

Beim einfachen oder Kepler'schen Ocular ($f = d$) würde man ferner offenbar zu setzen haben

$$\text{tang } C = \frac{r - \frac{R}{F} f}{F + f}.$$

Bei der gleichen Vergrösserung G des Fernrohrs und demselben Öffnungsverhältniss W des Objectivs (ungefähr $\frac{1}{30}$), hat das Gesichtsfeld also bei Anwendung der verschiedenen Oculare die Werthe

$$\text{Kepler'sches Ocular} \quad \frac{w - W}{G + 1}, \quad \text{d. h. angenähert} \quad \frac{w}{G}$$

$$\text{Ramsden'sches Ocular} \quad \frac{\frac{4}{3} w - \frac{1}{3} W}{G + \frac{1}{3}}, \quad \text{" " " " " " } \quad \frac{4}{3} \frac{w}{G}$$

$$\text{Huyghens'sches Ocular} \quad \frac{2w - W}{G - 1}, \quad \text{" " " " " " } \quad 2 \frac{w}{G}.$$

Da das Gesichtsfeld eines grossen Fernrohrs immer sehr klein ist, so wird das Instrument mit einem *Sucher* versehen (vgl. Fig. 411), einem kleinen Fernrohr mit ziemlich grossem Gesichts-

¹⁾ Wegen der geringen Grösse von C benutzt man indessen mitunter das ganze verfügbare Gesichtsfeld.

feld, mittels dessen man den betreffenden Stern aufsucht. Die beiden Fernrohre sind einander parallel, so dass man das grosse Fernrohr leicht in die gewünschte Richtung bringen kann.

Terrestrisches Fernrohr. — Ausser den astronomischen Ocularen haben wir auch die terrestrischen Oculare zu betrachten. Bei irdischen Objecten ist die Umkehrung des Bildes, welche bei den Stern-Beobachtungen wenig schadet, im Allgemeinen störend. Um also das astronomische Fernrohr als Perspectiv gebrauchen zu können, muss man noch dafür sorgen, dass das vom Objectiv entworfene Bild A_1B_1 (Fig. 412) wieder aufgerichtet wird.

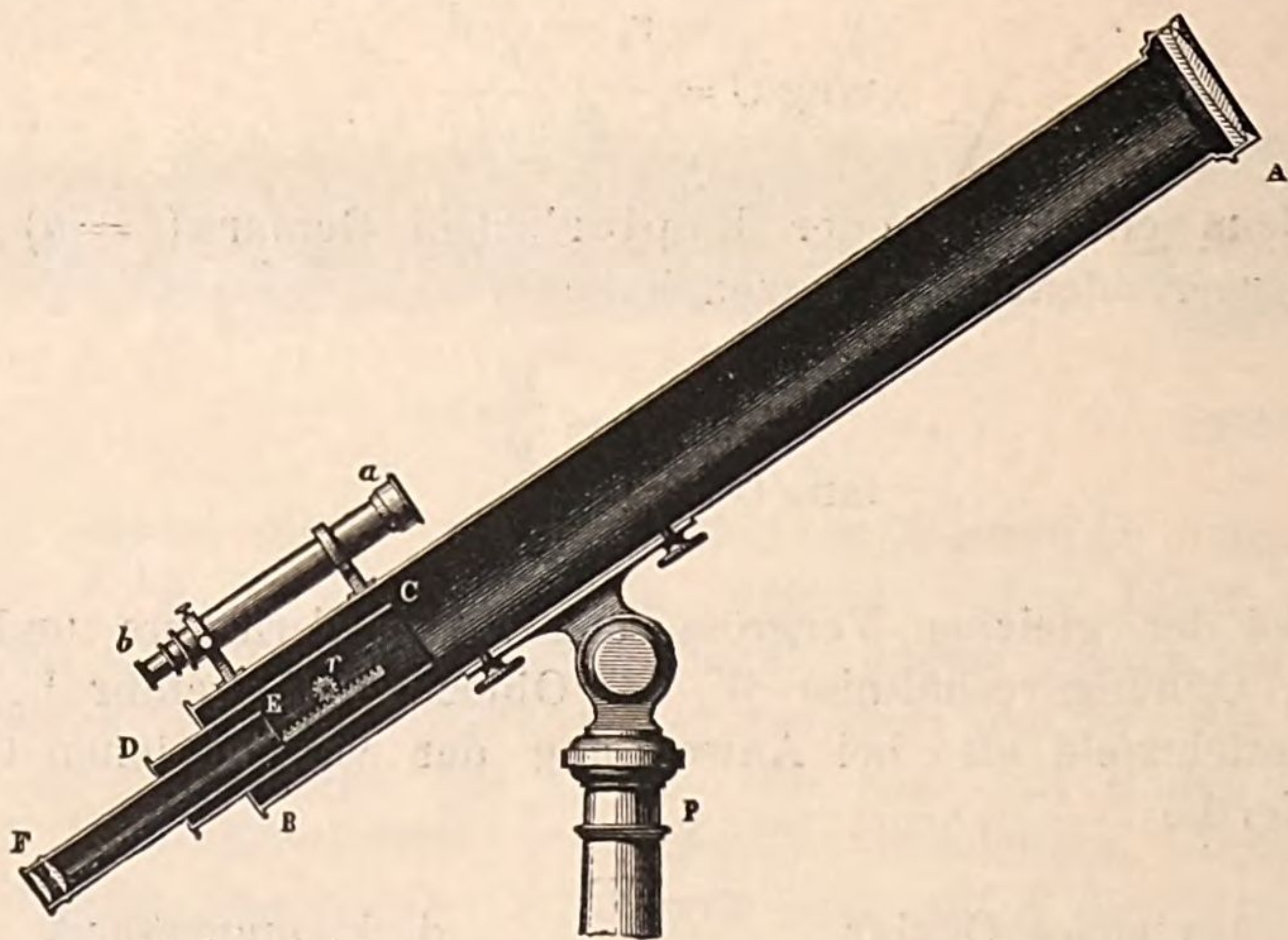


Fig. 411.

Im Allgemeinen benutzt man zu diesem Zweck nach Schyrl von Rheita ein System von zwei Linsen, das sogenannte bildumkehrende System, dessen Wirkungsweise aus Fig. 412 erhellt. Die erste Linse C_1 befindet sich von A_1B_1 in einem Abstand, der kleiner als ihre Hauptbrennweite f_1 ist, so dass sie also das Bild A_1B_1 in ein virtuelles, vergrössertes Bild A_2B_2 verwandelt, welches ebenfalls umgekehrt ist. Von diesem letzteren ist die zweite Linse C_2 um den Abstand $2f_2$ entfernt und entwirft somit auf der anderen Seite ebenfalls im Abstand $2f_2$ ein reelles, aufrechtes Bild von derselben Grösse, welches mit einem gewöhnlichen Ocular betrachtet wird. In Fig. 412 ist ein einfaches Ocular C' gezeichnet; in Wirklichkeit benutzt man stets ein negatives Ocular. Das terrestrische Ocular besteht somit aus vier Linsen, die in einem gemeinsamen Tubus befestigt sind. Die

erste Linse C_1 entwirft etwas hinter ihrem zweiten Brennpunkt ein reelles Bild des Objectivs, durch welches alle Strahlen hindurchgehen. Dieses Bild begrenzt man durch eine Blende von passender Oeffnung, welche gleich hinter der Linse C_2 angebracht wird. Eine zweite Blende befindet sich wie gewöhnlich zwischen

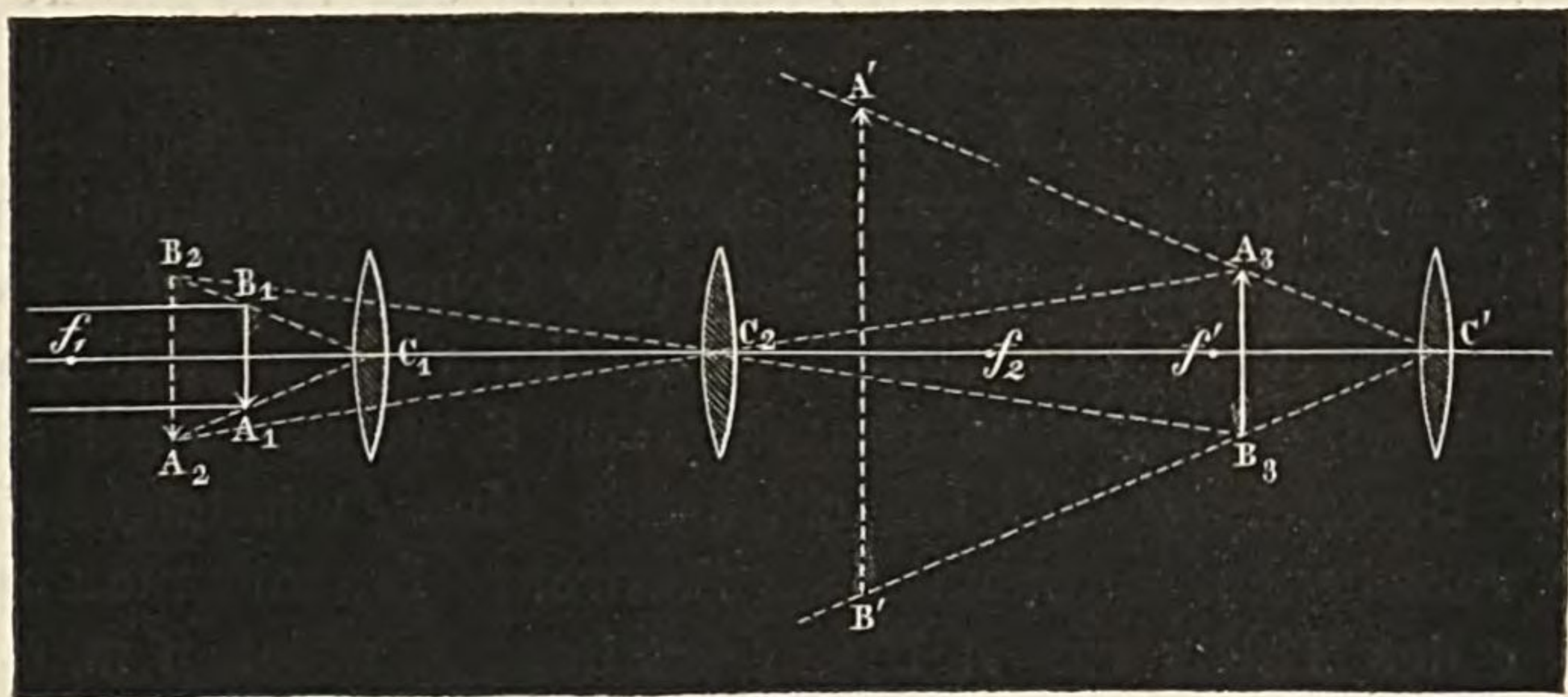


Fig. 412.

den beiden Linsen des Huyghens'schen Oculars. Das bildumkehrende System (Linse C_1 und C_2) besitzt gewöhnlich die Dimensionen

$$f_1 = f_2 = \frac{3}{4} e,$$

oder mit anderen Worten, sein Symbol ist 3, 4, 3. Es ist demnach

$$f = \frac{3}{2} f_1$$

und

$$h = h' = 2 f_1.$$

Wählt man $p = \frac{9}{4} f_1$, d. h. ist der Abstand des Objects $A_1 B_1$ von der ersten Linse $a = \frac{1}{4} f_1$, so erhält man $p' = \frac{9}{2} f_1$. Hieraus ergibt sich der Abstand des Bildes $A_3 B_3$ von der zweiten Linse zu $a' = \frac{5}{2} f_1$ und die Vergrößerung $g = 2$.

Das ganze System, das bildumkehrende System mit dem Huyghens'schen Ocular zusammen, kann als ein Mikroskop betrachtet werden, dessen Objectiv durch die beiden vorderen Linsen dargestellt wird. Dies Mikroskop besitzt die Stärke gP , wenn g die Vergrößerung des als bildumkehrendes System wirkenden Objectivs und P die Stärke des Oculars bezeichnet. Die Haupt-

brennweite des Systems ist demnach $f = \frac{1}{gP}$. Der erste Brennpunkt liegt in der Entfernung $\frac{1}{4}f_1$ vor der ersten Linse, da man an diese Stelle das Bild A_1B_1 bringen muss, damit A_3B_3 in der Brennweite des Oculars entworfen wird; der zweite Brennpunkt liegt etwas jenseits des zweiten Brennpunkts des Huyghens'schen Oculars. Das System ist nach der von Gariel vorgeschlagenen Bezeichnung¹⁾ *invers*, d. h. die zweite Hauptebene liegt jenseits des zweiten Brennpunkts und entsprechend die erste Hauptebene vor dem ersten Brennpunkt, wie es bei einer Concavlinse der Fall ist, allerdings mit dem Unterschied, dass im vorliegenden Fall die Brennpunkte, wie bei allen convergenten Systemen, reell sind.

Zur Berechnung des Gesichtsfeldes eines mit terrestrischem Ocular versehenen astronomischen Fernrohrs braucht man nur den Radius c des Theils von A_1B_1 zu bestimmen, welchen man durch das als Mikroskop dienende Ocular sieht, und diesen Radius c dann durch die Brennweite F zu dividiren. Der Werth von c , den wir für ein mit Huyghens'schem Ocular versehenes Mikroskop bestimmt hatten,

$$c = \frac{2w_1}{gP},$$

ist in diesem Fall offenbar zu klein, da die Stärke gP nur gering ist und man deshalb im Nenner das negative Glied nicht vernachlässigen darf, welches für gewöhnlich keine Rolle spielt. Das Feld wird also beträchtlich grösser, als der Winkel $2C$, der durch die Gleichung

$$\text{tang } C = \frac{2w}{G}$$

bestimmt ist. Von allen bisher betrachteten Ocularen besitzt also bei gleicher Vergrösserung das terrestrische Ocular das grösste Gesichtsfeld; aber es ist zu schwierig herzustellen und absorbirt zu viel Licht, als dass es für astronomische Zwecke geeignet wäre.

Messung der Vergrösserung. — Galilei maass die Vergrösserung, indem er eine in grosser Entfernung befindliche getheilte Scala mit dem einen Auge durch das Fernrohr, mit dem anderen direkt betrachtete und bestimmte, wie viel direct gesehene Theile mit einem durch das Fernrohr vergrösserten Theilintervall zusammenfielen.

¹⁾ Gariel, l. c. S. 62.

Bequemer ist es, zu diesem Zweck eine Camera lucida zu benutzen; Figur 413 zeigt die von Pouillet hierfür getroffene Einrichtung.

Man kann die Vergrößerung eines astronomischen Fernrohrs auch indirekt bestimmen, indem man an dem auf Unendlich eingestellten Fernrohr das Verhältniss des Objectiv-Durchmessers zu demjenigen des Ocularkreises (*Ramsden'schen Kreises*) bestimmt.

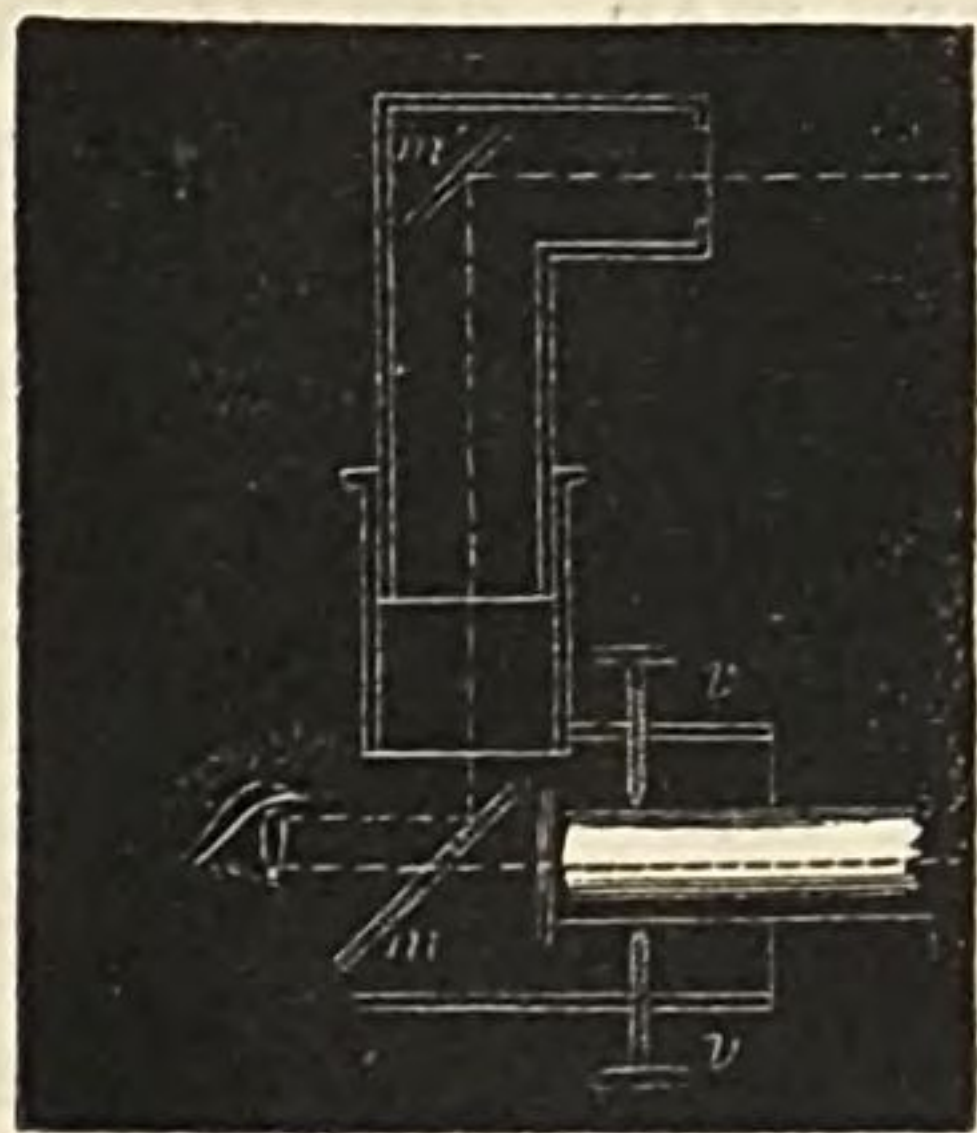


Fig. 413.

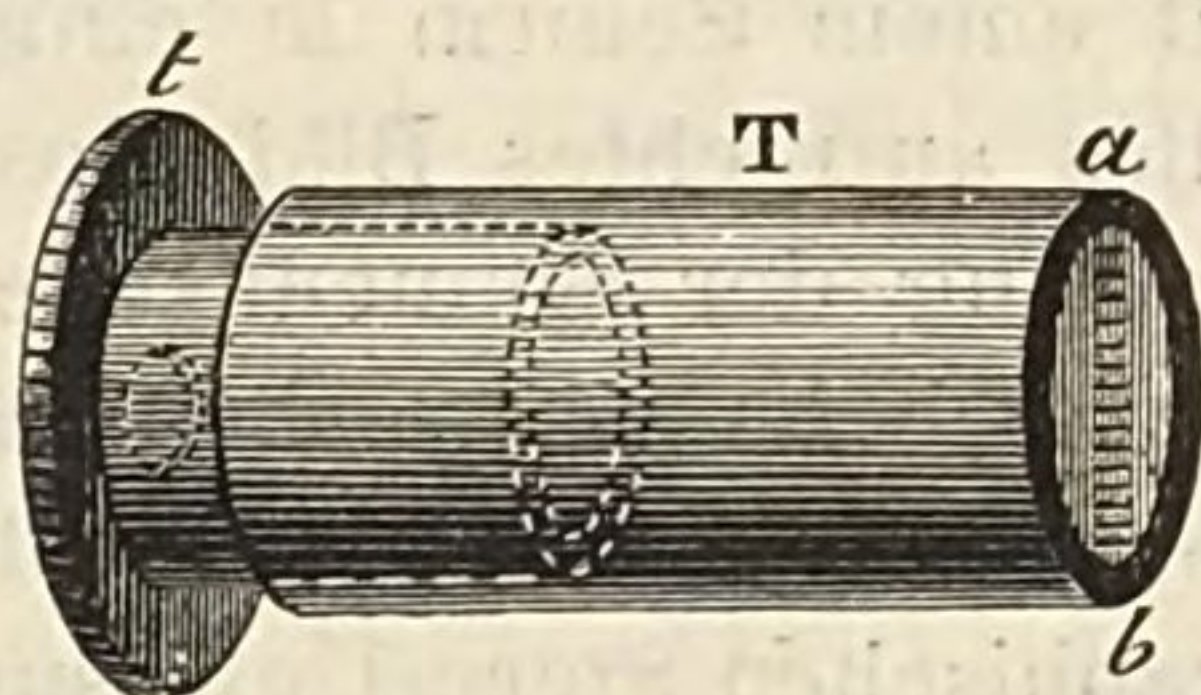


Fig. 414.

Zur Messung dieser letzteren Grösse benutzt man das *Dynameter von Ramsden*; dasselbe besteht aus einer getheilten Hornplatte *ab* (Fig. 414), die man genau in die Ebene des Ocularkreises bringt, während das Fernrohr nach dem Himmel gerichtet ist. Mittels einer in dem Rohr *T* verschiebbaren Lupe *t* kann man die Anzahl der Theilstriche bestimmen, welche mit dem Durchmesser des Ocularkreises zusammenfallen. Den Durchmesser des Objectivs selbst bestimmt man mittels eines Zirkels, den man soweit öffnet, bis man seine beiden Spitzen mit den äussersten Punkten eines Durchmessers des Ocularkreises zusammenfallen sieht; man hat dann den Abstand der Spitze nur noch mittels eines Maassstabs zu bestimmen.

Endlich darf man nicht vergessen, dass ausser diesen Methoden die Vergrößerung noch direkt aus den Brennweiten *F* und *f* gefunden werden kann; die Messung einer Brennweite lässt sich aber mit grosser Genauigkeit ausführen.

Messung des Auflösungsvermögens. — Bei gegebener Öffnung des Objectivs ist die optische Güte des Instruments um so grösser, je vollkommener das Objectiv gearbeitet ist. Man kann diese Eigenschaft nach Foucault leicht prüfen, indem man mittels des Fernrohrs eine entfernte weisse Tafel betrachtet, auf welcher parallele schwarze Striche in gleichem Abstand gezogen sind; der Raum zwischen den Strichen soll dabei so breit sein, wie die

Striche selbst. Durch Veränderung der Versuchsbedingungen (Abstand der Tafel, Strichbreite) erreicht man leicht einen kleinsten Winkel, unter dem die Striche noch deutlich getrennt erscheinen, während man unterhalb dieses Winkels nur noch eine zusammenhängende graue Fläche erblickt. Wenn z. B. das Fernrohr noch Striche von $\frac{1}{2}$ mm in einer Entfernung von 100 m zu trennen vermag, so ist sein Auflösungsvermögen $\frac{1}{200\,000}$.

Photographisches Fernrohr. — Wenn man das Ocular eines astronomischen Fernrohrs genügend weit herauszieht, so erhält man auf einem Schirm in einiger Entfernung von dem Fernrohr ein reelles aufrechtes Bild des Objects. Diese Methode, die zur Untersuchung der Sonnenflecke oft vortheilhaft angewandt wird, kann, wie beim Mikroskop, auch zur Herstellung von Photographien benutzt werden. Während der letzten Jahre haben die photographischen Stern-Untersuchungen eine grosse Bedeutung gewonnen; Sternwarten aller Länder der Erde vereinigten sich vor einiger Zeit zur Herstellung der Himmelskarte und haben dieses wichtige Werk schon weit gefördert.

447. Galilei'sches Fernrohr. — *Princip.* Das Galilei'sche oder *holländische Fernrohr* (Opernglas, Feldstecher) besteht im Princip aus einer Convexlinse als Objectiv und einer Concavlinse als Ocular. Die letztere ist so angeordnet, dass sie das kleine,

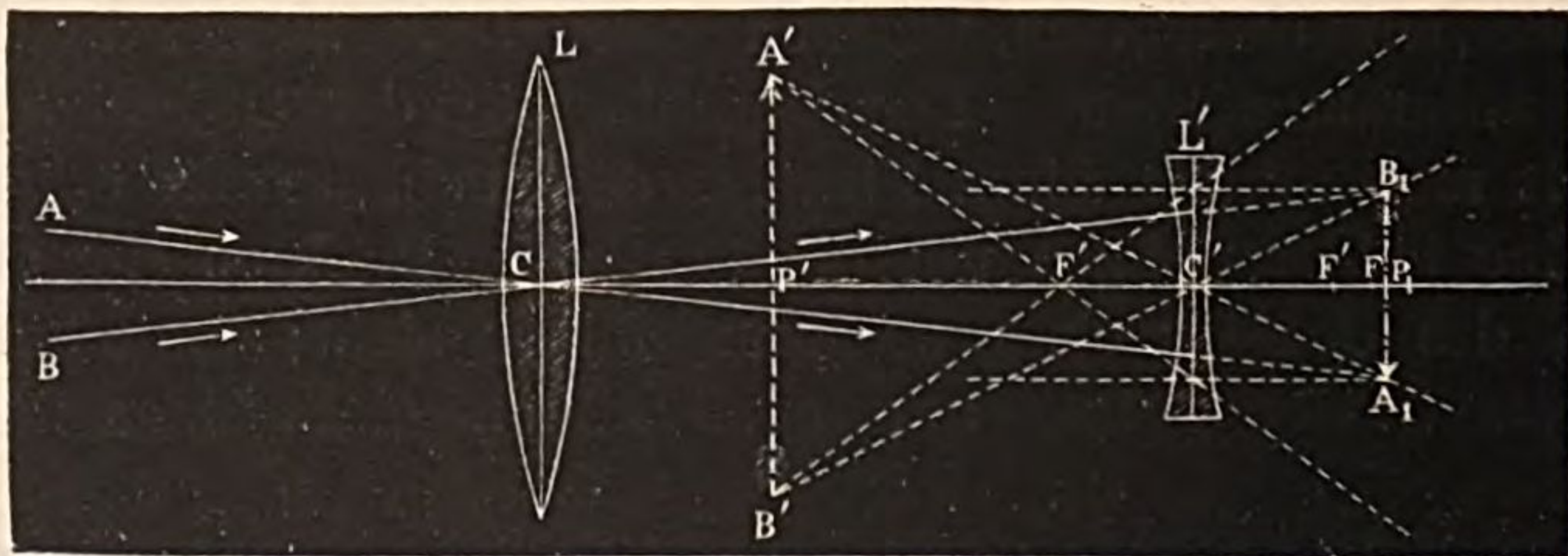


Fig. 415.

umgekehrte Bild, welches das Objectiv entwerfen würde, durch ein virtuelles, aufrechtes, vergrössertes Bild ersetzt. Der hintere Brennpunkt der Concavlinse (ihr erster Brennpunkt) befindet sich demnach etwas vor der Stelle, an der durch das Objectiv das reelle Bild entstehen würde.

Beim Betrachten unendlich weit entfernter Gegenstände mit normalem Auge muss der hintere Brennpunkt des Oculars mit diesem Bild zusammenfallen, und da sich dieses (selbst bei einem

Opernglas) sehr nahe an dem zweiten Brennpunkt des Objectivs befindet, so fällt dann der erste Brennpunkt des Oculars mit dem zweiten Brennpunkt des Objectivs zusammen. Wenn wir also mit F die Hauptbrennweite des Objectivs, mit f diejenige des Oculars (absolut genommen) bezeichnen, so ist die Länge des Fernrohrs $F - f$.

Für ein auf endliche Entfernung Δ accomodirtes Auge muss man das Ocular um so weiter hineinschieben, je kürzer die deutliche Sehweite ist. Wenn sich nämlich das auf der rechten Seite des Oculars befindliche, virtuelle Object weiter von dieser Linse entfernt, nähert sich das Bild, welches sich in derselben Richtung wie das Object bewegt, dem auf seiner rechten Seite befindlichen Ocular.¹⁾

Vergrößerung. — Ist O der Augenmittelpunkt, so hat man für die Vergrößerung zu setzen

$$G = \frac{\sphericalangle A'OB'}{\sphericalangle ACB}$$

oder, wenn man die Winkel durch ihre Tangenten ersetzt,

$$G = \frac{A'B'}{\Delta} : \frac{A_1B_1}{F} = \frac{A'B'}{A_1B_1} \cdot \frac{F}{\Delta}.$$

Da nun aber

$$\frac{A'B'}{A_1B_1} = \frac{P'C'}{P_1C'}$$

und

$$-\frac{1}{P_1C'} - \frac{1}{P'C'} = -\frac{1}{f}$$

ist, so erhält man

$$\frac{A'B'}{A_1B_1} = \frac{P'C'}{P_1C'} = \frac{P'C'}{f} - 1 = \frac{\Delta - (f - \varepsilon)}{f} - 1,$$

wenn $(f - \varepsilon)$ den Abstand des Augenmittelpunkts vom Ocular bezeichnet.

¹⁾ Durch das Hineinschieben des Oculars verändert man das ganze System in der Weise, dass sein zweiter Brennpunkt (Bild eines unendlich weit entfernten Punktes) sich genau im Abstand der deutlichen Sehweite befindet.

Es ist also

$$G = \left(\frac{\Delta - (f - \varepsilon)}{f} - 1 \right) \frac{F}{\Delta} \\ = \frac{F}{f} \left(1 - \frac{f + (f - \varepsilon)}{\Delta} \right).$$

Für ein normales auf Unendlich gerichtetes Auge hat man somit, wie beim astronomischen Fernrohr,

$$G = \frac{F}{f}.$$

Aber bei diesem Fernrohr sind die Kurzsichtigen sehr im Nachtheil. Ein Kurzsichtiger, für welchen $\Delta = 10$ cm ist, und der ein Galilei'sches Fernrohr mit der Brennweite $f = 3,5$ cm benutzt, erreicht auch bei möglichster Annäherung des Auges an das Ocular ($f - \varepsilon = 1,5$ cm) nur die Hälfte der normalen Vergrößerung.

Ocularkreis. — Der Ocularkreis (das vom Ocular entworfene Bild des Objectivs) ist beim Galilei'schen Fernrohr virtuell. Der Kreis hat den Durchmesser $a = \frac{R}{G}$,¹⁾ und befindet sich sehr angenähert in der Entfernung f vor dem Ocular (zwischen diesem und dem Objectiv); alle austretenden Strahlen gehen (verlängert) durch diesen Kreis. Bringt man also das Auge hinter das Ocular, in eine nur wenig kleinere Entfernung als f , so sieht es die virtuellen Bilder, welche das Fernrohr an Stelle der Objecte entwirft, wie durch ein Loch, das sich in einer Entfernung von etwa $2f$ vor dem Auge befindet.²⁾

Gesichtsfeld. — Nehmen wir an, das Fernrohr sei für ein auf unendlich accomodirtes Auge eingestellt, so hat man ein afocales System (428), aus welchem das Licht in Form eines cylindrischen Büschels austritt, dessen Durchmesser (welcher dann demjenigen der Pupille $2p$ gleich sein muss) zum Durchmesser des einfallenden Büschels im Verhältniss f zu F steht. Wenn wir also das austretende Büschel bis zum Ocularkreis verlängern, so schneidet es in der Ebene dieses Kreises einen Kreis von der Grösse der Pupille aus, welcher das virtuelle Bild eines Kreises vom

¹⁾ Die Vergrößerung G ist auch hier gleich dem Verhältniss des Objectiv-Durchmessers $2R$ zu dem Durchmesser $2a$ des Ocularkreises.

²⁾ Lubinoff, Pogg. Ann. 48, 405; 1873.

Radius Gp auf dem Objectiv darstellt. Da die Vergrößerung niemals sehr gross ist¹⁾ (4—5 mal bei einem Opernglas, 15 bis 20 mal bei einem Feldstecher, 30—50 mal bei Instrumenten zu astronomischen Zwecken), so ist der Kreis auf dem Objectiv, durch welchen alle vom Punkt P ausgehenden und zum Auge gelangenden Strahlen hindurchgehen, stets sehr klein. Wenn man diesen Kreis mit einem Stück Karton bedeckt, so verschwindet der Punkt P , ohne dass die Helligkeit der benachbarten Punkte wesentlich beeinträchtigt wird. Bei dem Galilei'schen Fernrohr verringert also im Gegensatz zum astronomischen Fernrohr eine Blende, die einen Theil des Objectivs bedeckt, das Gesichtsfeld, ohne die Helligkeit des noch sichtbaren Feldes wesentlich zu verändern.

Das Gesichtsfeld hängt also von der Objectivöffnung ab und man kann dasselbe auf folgende Weise bestimmen.²⁾

Wir nehmen an, dass sich der Mittelpunkt des Auges in der Fernrohrachse befinde und betrachten den Kegel ω , der die Pupille und den Ocularkreis äusserlich umhüllt. Dieser Kegel schliesst alle Richtungen der austretenden Strahlen ein, welche noch volles Licht erhalten. Die optischen Achsen der vom Ocular ausgehenden Büschel sind demnach in einem Kegel C' vom gleichen Öffnungswinkel enthalten, dessen Spitze im Mittelpunkt des Oculars liegt; die Achsen der einfallenden Büschel befinden sich ferner innerhalb eines Kegels C , dessen Spitze im Objectiv-Mittelpunkt liegt und dessen Basis durch den Kreis gebildet wird, welchen der Kegel C' in der beiden Linsen gemeinsamen Brennebene ausschneidet. Dieser Kreis besitzt den Radius $f \tan \omega$; wenn $(f - \varepsilon)$ und f den Abstand der Pupille und denjenigen des Ocularkreises von der als unendlich dünn angenommenen Ocularlinse darstellen, so hat man

$$\tan \omega = \frac{a - p}{f + (f - \varepsilon)};$$

also ist C definirt durch die Gleichung

¹⁾ Die von Zeiss in Jena neuerdings construirten Doppelfernrohre erreichen bei ziemlich compendiöser Form eine beträchtliche Vergrößerung. Die Bildaufrichtung wird hierbei durch ein System von Prismen bewirkt (ursprünglich von Amici angegeben); dadurch, dass die Lichtstrahlen die Länge des Fernrohrs mehrmals durchlaufen, kann man dasselbe sehr kurz machen, ohne als Ocular eine Concavlinse anwenden zu müssen; vgl. Czapski, Vereinsbl. f. Mech. u. Opt. 5, 49, 57, 65, 73; 1895. — J.

²⁾ Bohn, Carl's Repertorium 1873; S. 97 und Pellat, l. c. S. 527.

$$\begin{aligned}\tan C &= \frac{f}{F} \cdot \frac{a - p}{f + (f - \varepsilon)} \\ &= \frac{a - p}{G[f + (f - \varepsilon)]}.\end{aligned}$$

Unter sonst gleichen Verhältnissen wird also das Gesichtsfeld um so grösser,

1. je kleiner $(f - \varepsilon)$ ist, d. h. je näher man das Auge an das Ocular bringt,

2. je kleiner f ist; doch verhindern es die Aberrationserscheinungen, mit der Brennweite des Oculars unter 3—4 cm herunterzugehen,

3. je kleiner G ist, nach der allgemeinen Regel.

Für $a = p$ würde das Gesichtsfeld des vollen Lichts Null sein. Das Objectiv muss also einen grossen Durchmesser besitzen; gewöhnlich nimmt man das Öffnungsverhältniss $1/5$.¹⁾

Für $a = 0,75$ cm, $p = 0,15$ cm, $f = 3,5$ cm, $(f - \varepsilon) = 1,5$ cm würde man erhalten

$$\tan C = \frac{1}{8G},$$

d. h. kaum den dritten Theil des Gesichtsfeldes eines terrestrischen Fernrohrs von derselben Vergrösserung.²⁾

Lichtstärke. — Wenn das Licht von einem Sterne kommt, so geben alle in dem einfallenden Büschel vom Radius Gp enthaltenen Strahlen, die in die Pupille gelangen, ein Netzhautbild, dessen Lichtstärke G^2 mal so gross ist, als diejenige des Netzhautbildes bei directem Sehen.

Ebenso erhält das Netzhautbild eines Objects von merklichem scheinbarem Durchmesser bei der Betrachtung durch das Fernrohr eine Lichtmenge, die G^2 mal so gross ist, als bei directem Sehen. Da jedoch dies Licht auch auf eine G^2 mal so grosse Fläche vertheilt wird, so bleibt die Lichtstärke dieselbe; die Lichtstärke ist also gleich 1.

¹⁾ Da die Strahlen, welche von einem Punkt des Objects in das Auge gelangen, nur von einem kleinen Theil des Objectivs abgebildet werden, so kann dieses eine bedeutend grössere Öffnung besitzen, als bei einem astronomischen Fernrohr.

²⁾ Durch Verschieben des Auges vor dem Ocular kann man allerdings ohne Veränderung der Fernrohrrichtung nach einander verschiedene Theile des Raumes sehen, wodurch in gewisser Weise die geringe Grösse des Gesichtsfeldes compensirt wird.

Hinsichtlich der Lichtstärke verhält sich also das Galilei'sche Fernrohr theoretisch wie das astronomische für den Fall $a > p$. Praktisch ist es demselben aber überlegen, da die Bildung eines reellen Brennpunkts immer einen sehr beträchtlichen Lichtverlust verursacht.¹⁾ In noch viel stärkerem Maasse ist es in Bezug auf Lichtstärke dem aus vielen Linsen zusammengesetzten terrestrischen Fernrohr überlegen.

Einzelheiten der Construction. — Die Herstellung des Galilei'schen Fernrohrs ist schwierig. Das Objectiv und Ocular müssen jedes für sich aplanatisch und achromatisch sein. Bei guten Fernröhren besteht jede Linse aus einem zwischen zwei Crowngläsern eingeschlossenen Flintglas; dies ergiebt also zwölf Linsen für ein *Doppelfernrohr*. Die untenstehende Figur zeigt im Schnitte diese Art von Fernröhren, welche noch den grossen Vortheil des binocularen Sehens darbieten. Die Einstellung wird durch Drehen der Schraubenmutter EE' mittels des Rädchens VV' bewirkt; dadurch wird die Schraube u auf und abbewegt, welche die Röhre T und die daran befestigten Oculare mitnimmt.

Gebrauch. — Durch seine geringe Länge und grosse Helligkeit ist das Galilei'sche Fernrohr vorzüglich für das Theater und das Feld geeignet. Es ist aber schwer, mit demselben starke Vergrösserungen²⁾ ohne Aberration zu erreichen; ferner kann man

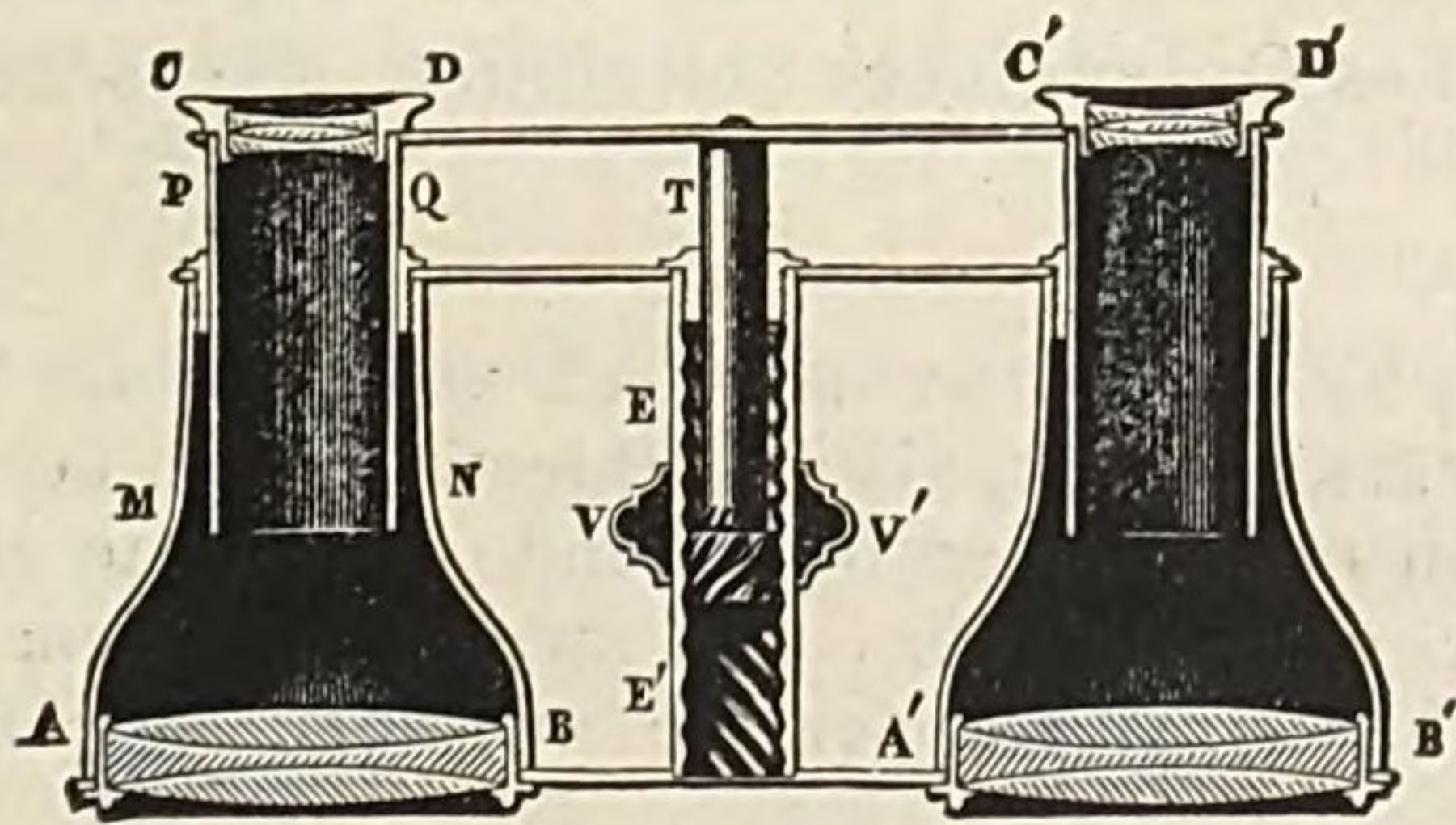


Fig. 416.

in demselben kein Fadenkreuz anbringen, so dass es zu astronomischen Beobachtungen wenig geeignet ist. Dennoch hat gerade mit diesem Instrument Galilei seine wunderbaren astronomischen Entdeckungen gemacht.

Lupe von Chevalier oder Brücke. — Dagegen kann man das Galilei'sche Fernrohr sehr gut als Mikroskop benutzen, wie schon

¹⁾ Brewster, Edinb. Encycloped. 10 und Phil. Trans. 1813—1814.

²⁾ Die Vergrösserung wird in der oben (446) angegebenen Weise gemessen.

Galilei selbst erkannt hat. Auf diese Anwendung machte Chevalier im Jahre 1839, dann Brücke 1851 wieder aufmerksam und führten dieselbe in die Praxis ein. Die Brücke'sche Lupe enthält ein Opernglas-Ocular und ein Objectiv von kurzer Brennweite, aber ziemlich grosser Öffnung. Das Objectiv wird von zwei achromatischen planconvexen Linsen gebildet, welche die gekrümmten Flächen einander zukehren.¹⁾ Dieser zwischen Mikroskop und Fernrohr stehende Apparat ermöglicht bei fünf- bis zehnfacher Vergrößerung²⁾ die Beobachtung von Gegenständen, die mehrere Centimeter vom Objectiv entfernt sind, so dass dasselbe sehr bequem zu handhaben ist. Die Vergrößerung³⁾ kann ausgedrückt werden durch

$$G = [\Delta - (f - \varepsilon)] \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{f} + \frac{l}{F \cdot f} \right),$$

und die Entfernung des Objects vom Objectiv (genauer von der ersten Hauptebene des Objectivs) durch

$$p = \frac{F}{1 - \frac{F}{l + f}}.$$

Umgekehrtes Fernrohr. — Wenn man Gegenstände durch das Objectiv-Ende eines Opernglases betrachtet, so erscheinen dieselben

¹⁾ Das ganze System ist geometrisch analog einer einfachen Lupe, welche grössere Stärke besitzt, als das Objectiv allein, deren Hauptebenen aber sehr weit von einander entfernt sind. Die erste Hauptebene liegt ziemlich weit vor dem Objectiv, die zweite (mit dem zweiten Brennpunkt) fällt wie bei einer Doppellupe zwischen das Objectiv und das Ocular.

²⁾ Der Auszug ist so lang, dass man die Vergrößerung in ziemlich weiten Grenzen variiren kann.

³⁾ Man findet nämlich unmittelbar, wenn l den Abstand des Objectivs (genauer der zweiten Hauptebene desselben) vom Ocular und $(f - \varepsilon)$ den Abstand des Augen-Mittelpunkts vom Ocular bezeichnet,

$$G = \frac{\Delta - (f - \varepsilon)}{p' - l} \cdot \frac{p'}{p},$$

oder da p' wenig von $l + f$ verschieden ist

$$G = \frac{\Delta - (f - \varepsilon)}{f} \left(\frac{l + f}{F} - 1 \right);$$

dies ist der angegebene Werth, welcher mit dem für die Doppellupe gültigen zu vergleichen ist.

bekanntlich verkleinert. Diese Erscheinung kann man sich leicht erklären. Von einem entfernten Object liefert die Linse L' (Fig. 415) ein virtuelles Bild, das ungefähr im Brennpunkt F' liegt und das durch die Linse L wie durch eine Lupe betrachtet wird. Die Vergrößerung ist also für ein auf unendlich accomodirtes Auge

$$G = \frac{f}{F},$$

oder das Reciproke der Vergrößerung eines normal benutzten Fernrohrs.

448. Teleskop. — *Princip.* — Das Teleskop ($\tau\eta\lambda\epsilon$ fern, $\sigma\kappa\omicron\pi\epsilon\tilde{\iota}\nu$ betrachten) unterscheidet sich von dem Fernrohr nur dadurch, dass die Objectivlinse durch einen Hohlspiegel ersetzt ist. Geometrisch sind beide Apparate gleichwerthig, in physikalischer Hinsicht bestehen aber gewisse Unterschiede, welche bald die Wahl des einen, bald die des anderen Instruments rathsam erscheinen lassen. Der Spiegel ist nämlich frei von chromatischer Aberration, dafür absorbirt er aber eine beträchtliche Lichtmenge. Je nach dem Grad der von den Optikern erreichten Vollkommenheit hat man demgemäss abwechselnd Spiegel oder Linsen vorgezogen. Die Teleskope sind im allgemeinen besser zu Beobachtungen, die Fernrohre besser zu Messungen zu gebrauchen.

Teleskop von Newton. — Das von einem Hohlspiegel erzeugte Bild entsteht auf der Seite, von welcher das Licht kommt; daher kann der Beobachter dasselbe nicht direct betrachten, ohne einen Theil der einfallenden Strahlen abzublenzen. Wenn also der Spiegel nicht sehr gross ist, muss man das Bild nach der Seite hin entwerfen. Das einfachste Verfahren besteht nach Newton darin, dass man einen ebenen, unter 45^0 geneigten Spiegel PQ oder besser ein total reflectirendes Prisma benutzt, welche das reelle Bild $\alpha\beta$ (das im Brennpunkt des Hohlspiegels entstehen würde) nach $\alpha'\beta'$ wirft; man kann dasselbe dann mit einem in O angebrachten Ocular, das zum Zweck der Einstellung mit einem Auszug versehen ist, beobachten. Die Vergrößerung ist, wie bei dem astronomischen Fernrohr für ein auf unendlich accomodirtes Auge gleich $\frac{F}{f}$. Der Ocularkreis ist das vom Ocular entworfene Bild

des Hohlspiegels MM' . Das Gesichtsfeld wird begrenzt durch einen Kegel, dessen Spitze im Mittelpunkt des Spiegels liegt und dessen Basis durch das Ocular gebildet wird, wenn sich dasselbe auf der Achse symmetrisch zu der Lage befindet, die es in

Wirklichkeit zum Spiegel PQ einnimmt. Die Helligkeit hat in allen Fällen denselben Werth, wie bei einem astronomischen Fernrohr, der jedoch um den Verlust durch die Reflexion zu vermindern ist.¹⁾

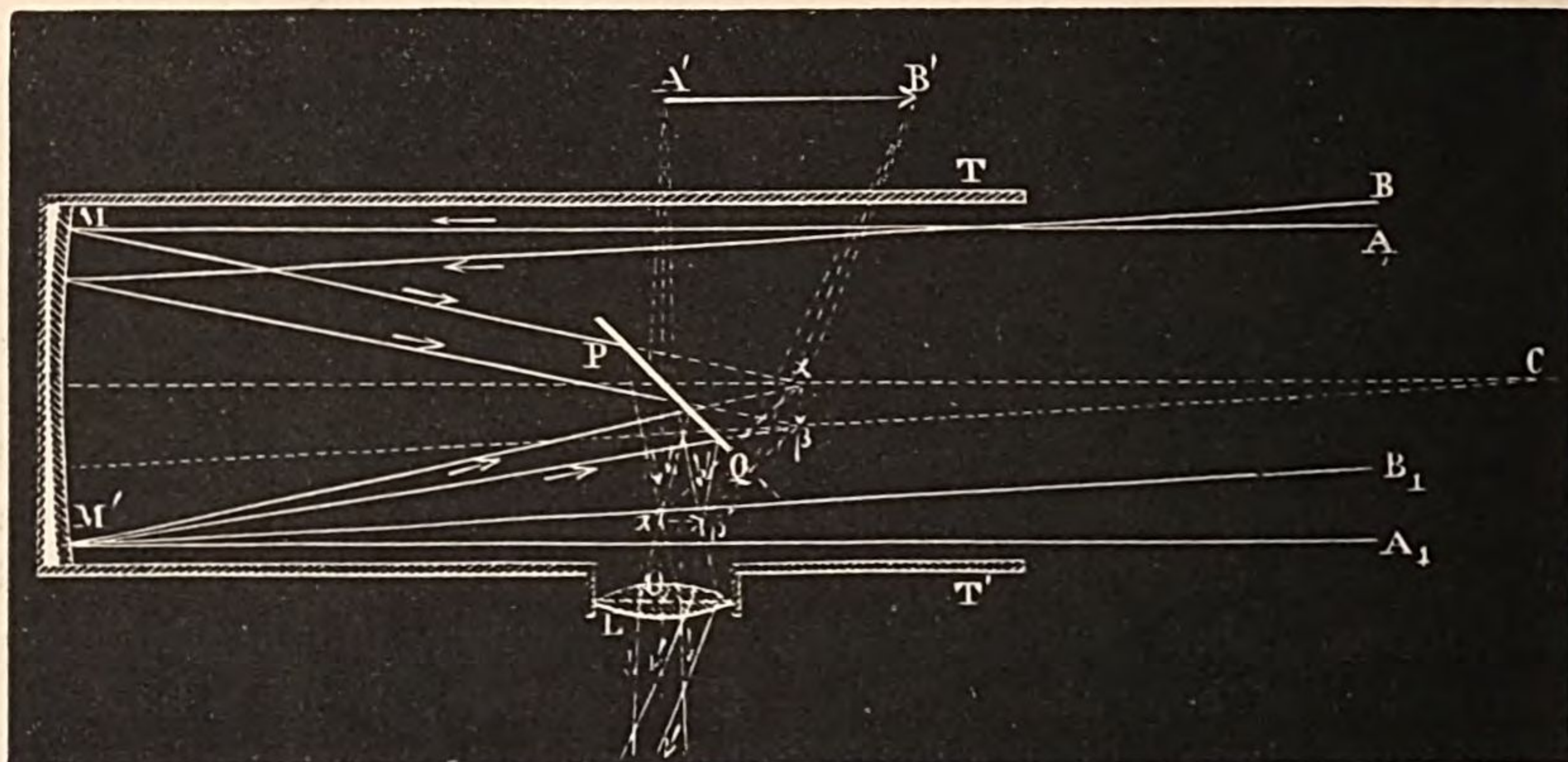


Fig. 417.

Teleskop von Herschel. — W. Herschel umging die Anwendung des kleinen Planspiegels PQ dadurch, dass er den Konkavspiegel MM' , dem er beträchtliche Dimensionen gab, schwach

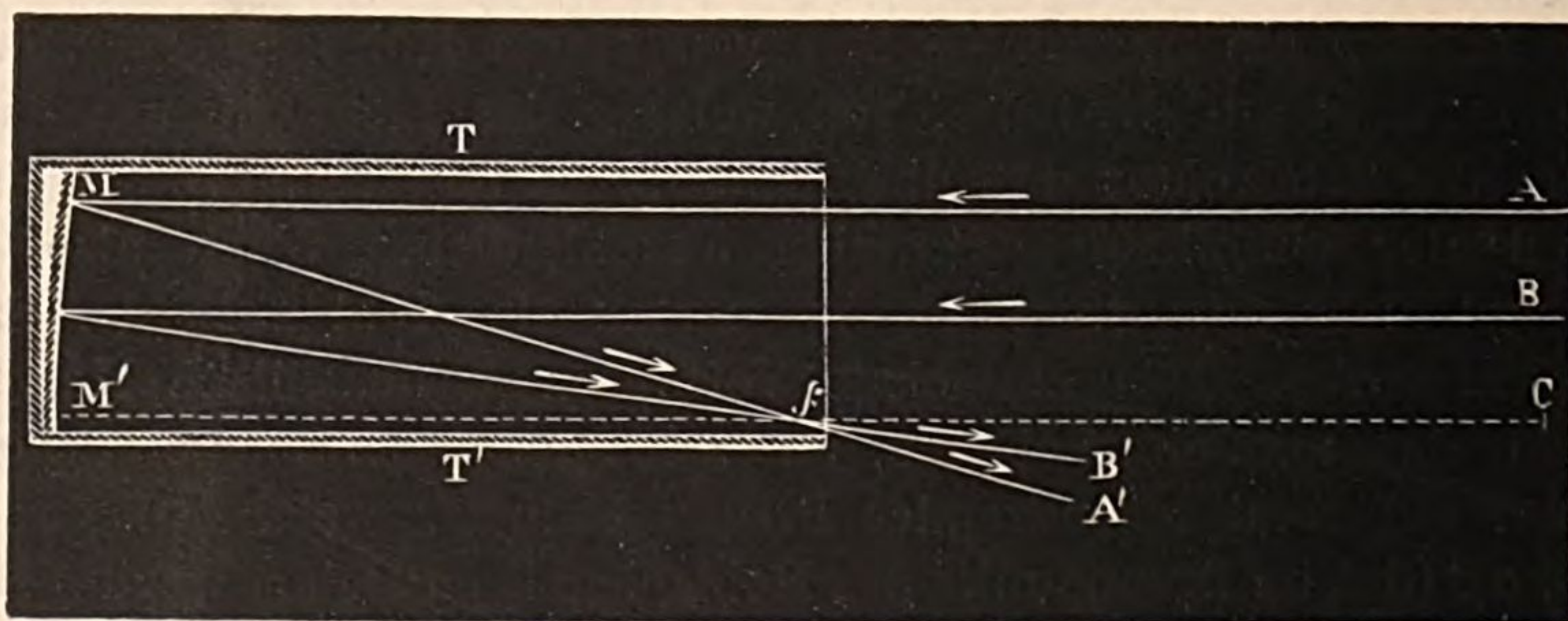


Fig. 418.

neigte, um den Brennpunkt f an den Rand des Tubus TT' zu bringen, wo die Beobachtung stattfindet.

Teleskop von Gregory. — Die von Gregory angegebene und in Fig. 419 abgebildete Einrichtung ist nicht sehr vortheilhaft;

¹⁾ Bei den astronomischen Fernrohren u. s. w. findet selbstverständlich in Folge der Reflexion des Lichts an den Linsen und der Absorption durch dieselben ebenfalls ein beträchtlicher Lichtverlust statt.

sie erinnert an diejenige, welche Kepler bei dem terrestrischen Fernrohr anwandte (449). Die beiden vorderen Linsen sind durch Hohlspiegel ersetzt und das von dem grossen Spiegel entworfene

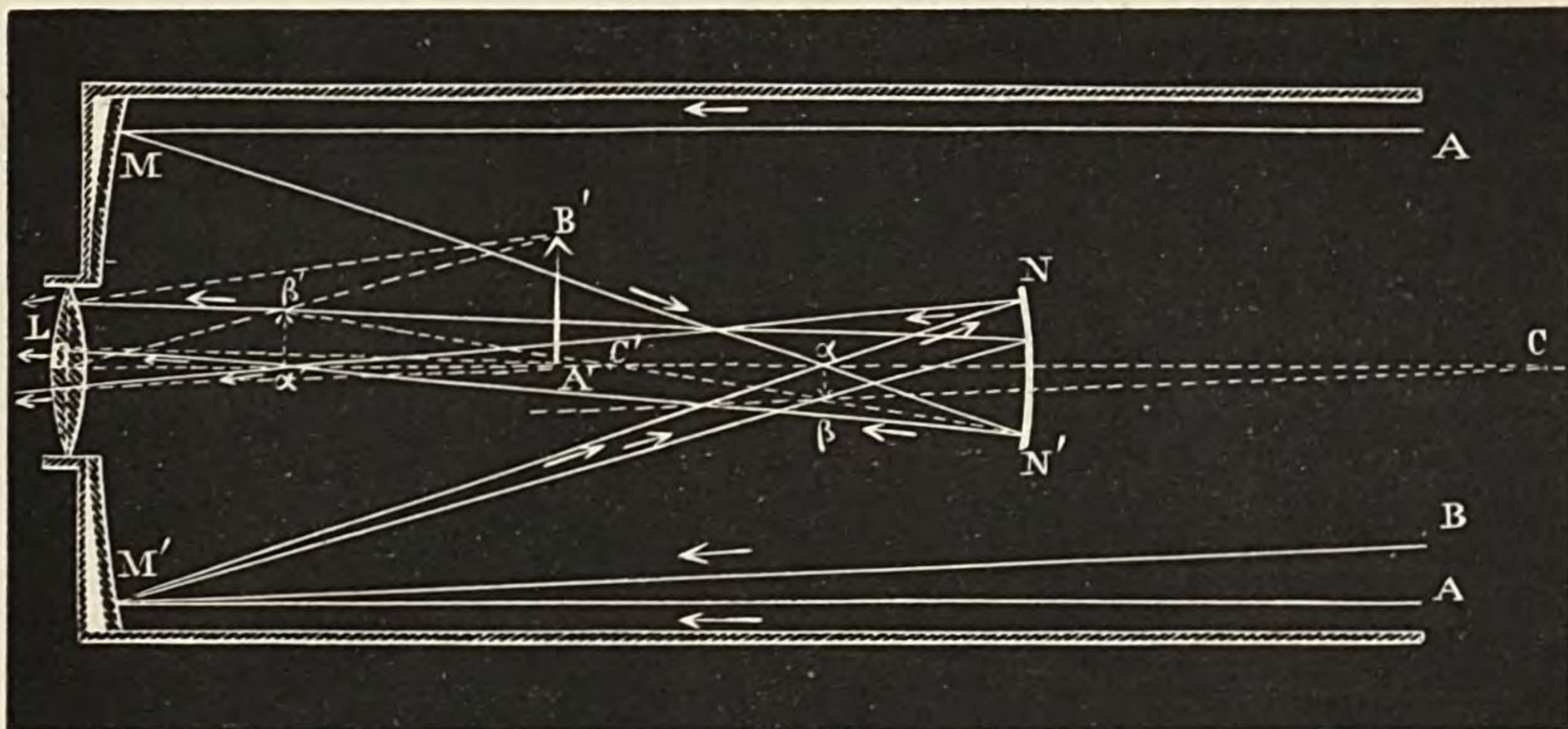


Fig. 419.

Bild $a\beta$ fällt zwischen den Mittelpunkt und den Brennpunkt des kleinen Hohl-Spiegels NN' . Dieser erzeugt an passender Stelle ein reelles, vergrössertes aufrechtes Bild $a'\beta'$, welches man durch

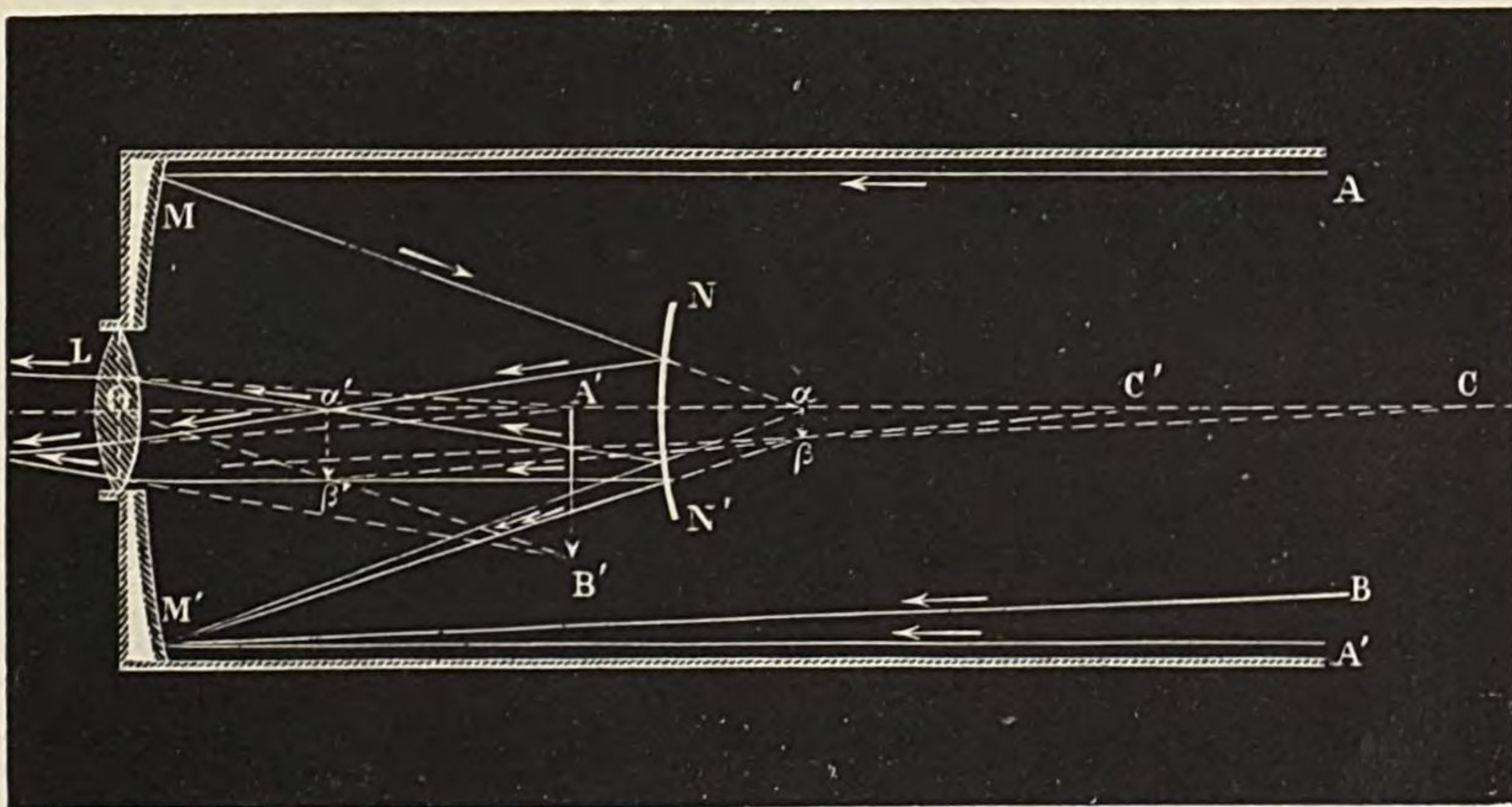


Fig. 420.

das Okular O betrachtet. Die Einstellung erfolgt durch Verschieben des kleinen Spiegels NN' mittels eines seitlich angebrachten Triebes. Die Vergrösserung ist $\frac{F}{f}g$, wenn g die durch den Spiegel NN' erzeugte Vergrösserung bezeichnet.

Teleskop von Cassegrain. — Das Teleskop von Cassegrain unterscheidet sich von dem vorigen dadurch, dass der kleine Spiegel konvex ist. Dieses System besitzt vor dem vorigen wesentliche Vortheile: Die Länge des Instruments ist geringer und die sphärische Aberration ist infolge der entgegengesetzten Krümmung der beiden Spiegel fast völlig aufgehoben; endlich wird die Helligkeit durch Beseitigung des reellen Bildes im Brennpunkt des grossen Spiegels vergrössert. Der kleine Spiegel NN' ist so angeordnet, dass dieses Bild $\alpha\beta$ zwischen seine Oberfläche und seinen Brennpunkt fallen würde; es spielt also die Rolle eines virtuellen Objects und giebt in $\alpha'\beta'$ ein reelles, vergrössertes, aufrechtes Bild. Die Vergrösserung ist auch hier $\frac{F}{f}g$.

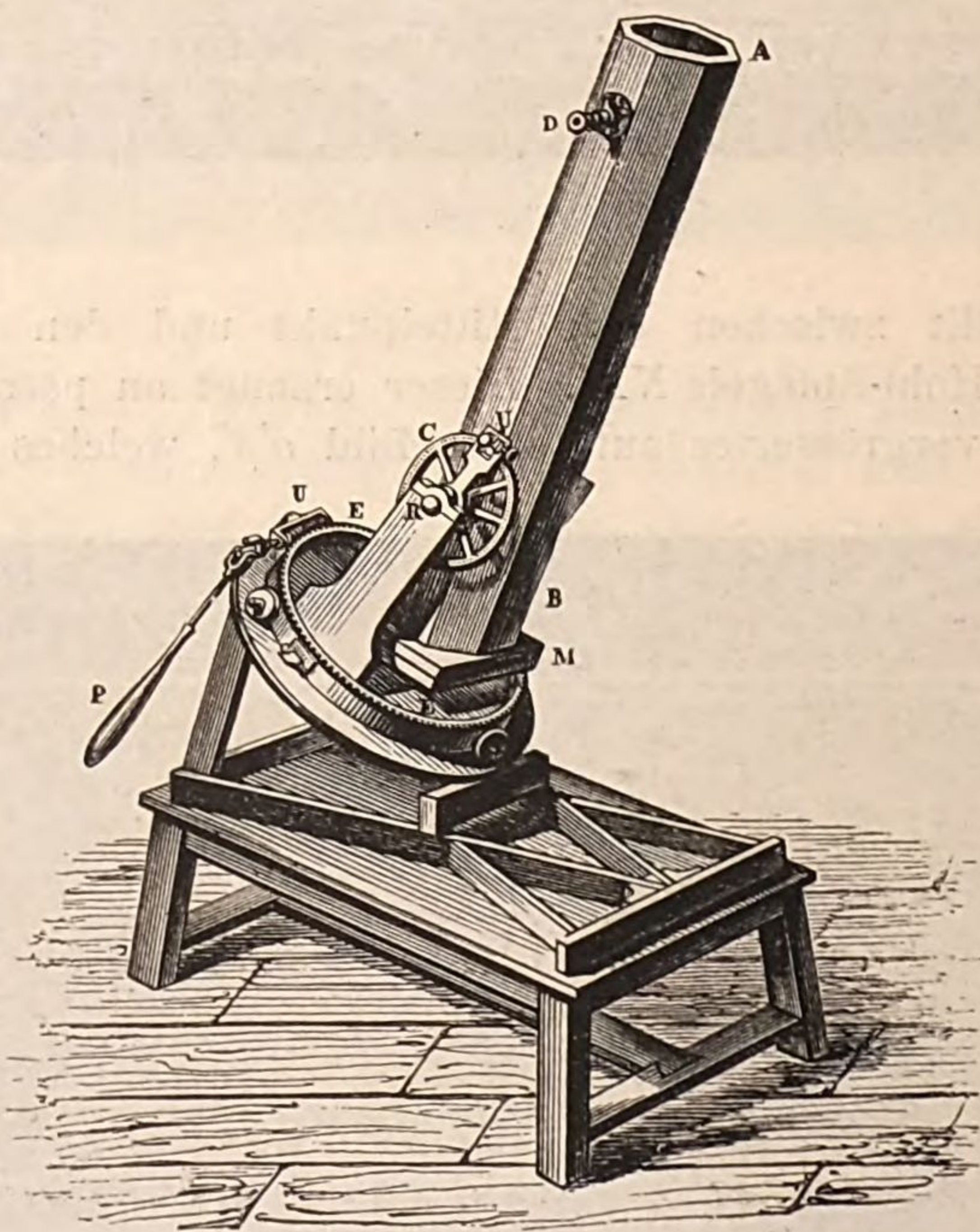


Fig. 421.

Teleskop von Foucault. — Im Abschnitt 420 haben wir die bedeutenden Verbesserungen erwähnt, welche Foucault bei der Construction der Teleskop-Spiegel erzielt hat. Die Deutlichkeit und Helligkeit der mit seinen parabolischen Hohlspiegeln erreichten Bilder¹⁾ ermöglichten es ihm, bei seinem Teleskop an Stelle des

¹⁾ Das Reflexionsvermögen des Silbers ist nahe gleich Eins.

gewöhnlichen, aus zwei Linsen bestehenden Oculars ein sehr viel stärkeres terrestrisches Ocular aus vier Linsen zu verwenden, so dass das Foucault'sche Instrument als das beste astronomische und gleichzeitig terrestrische Fernrohr bezeichnet werden darf, welches bei starker Vergrößerung verhältnissmässig kleine Dimensionen besitzt.¹⁾ Fig. 421 stellt ein kleines Instrument dar, welches Foucault für seine eigenen Zwecke construirte. Die Pariser Sternwarte besitzt ein grosses Teleskop, dessen Spiegel einen Durchmesser von 1,20 m hat.

449. Geschichte der optischen Instrumente. — Die Wirkung der Linsen ist schon sehr lange bekannt. Vierhundert Jahre v. Chr. erzählt Aristophanes²⁾ von einem Schuldner, der sich von seinem Gläubiger dadurch befreite, dass er die mit Wachs überzogene Tafel, auf welche die Forderung aufgeschrieben war, in die Sonne hielt und das Wachs mit einer der Linsen zum Schmelzen brachte, die zum Entzünden des Feuers gebraucht werden. Seneca³⁾ berichtet, dass kleine Buchstaben vergrößert erscheinen, wenn man sie durch eine mit Wasser gefüllte Kugel betrachtet. Übrigens würden schon die wunderbar geschnittenen Steine des Alterthums einen hinreichenden Beweis für den Gebrauch der Lupe in diesen alten Zeiten bilden, selbst wenn man nicht vollkommen erhaltene Exemplare der Lupe aufgefunden hätte (Glaslinse in einem sehr alten römischen Grab, planconvexe Quarzlinse in den Ruinen von Ninive). Plinius⁴⁾ erzählt, dass Nero, welcher kurzsichtig war, sich eines concaven Smaragdes bediente, um die Circusspiele besser sehen zu können. Aber man gab sich weiter keine Rechenschaft über diese Erscheinungen; auch die Er-

¹⁾ Die totale Vergrößerung eines Teleskops ist, wie bei einem Fernrohr FP , wenn P die Stärke des Oculars bezeichnet. Durch Vergrößerung von P kann man also F verringern, ohne an dem Product etwas zu ändern.

²⁾ Ἦδη παρὰ τοῖσι φαρμακοπόλαις τὴν λίθον
ταύτην ἑώρακας, τὴν καλὴν, τὴν διαφανῆ,
ἀφ' ἧς τὸ πῦρ ἄπτονται; Τὴν ὕαλον λέγεις;
Ἐγώ γε. Φέρε, ...
ἀπωτέρω στὰς ὧδε πρὸς τὸν ἥλιον

τὰ γράμματα ἐκτῆξαιμι . . . Aristophanes, Die Wolken, 766 ff.

³⁾ Literae, quamvis minutae et obscurae, per vitream pilam aqua plenam majores clarioresque cernuntur. Seneca, Quest. nat 1, 6.

⁴⁾ Nero princeps gladiatorum pugnas spectabat in smaragdo. Plinius, Hist. nat. 37, 5.

findung der Brillen reicht erst bis in das letzte Drittel des dreizehnten Jahrhunderts zurück.¹⁾

Das Mikroskop²⁾ war ein Ergebniss der Untersuchungen, welche zur Entdeckung des Fernrohrs führten. Nach Pierre Borel, einem Arzte Ludwigs des XIII.³⁾, hätte man die Erfindung desselben dem Brillenmacher Zacharias Jansen von Middelburg zu verdanken, der gegen 1590 das erste zusammengesetzte Mikroskop herstellte. Andererseits construirte Galilei⁴⁾ eigenhändig im Jahre 1612 ein zusammengesetztes Mikroskop, das er dem Polenkönig Sigismund schickte. Diese Apparate waren ohne Zweifel sehr unvollkommen; selbst nachdem Divini gegen 1660 das Objectiv und das Ocular aus mehreren Linsen zusammengesetzt hatte (er bildete das Ocular aus zwei planconvexen Linsen, die sich mit ihren gekrümmten Flächen berührten) waren diese Instrumente noch ungeheuerlich, so gross wie ein menschliches Bein, mit Ocular-Linsen von Faustgrösse.⁴⁾ Auch benutzte man noch später das einfache Mikroskop, d. h. die Lupe; es ist bemerkenswerth, dass Leuwenhoeck,⁵⁾ dem man so schöne mikroskopische Entdeckungen verdankt, alle seine Beobachtungen mit biconvexen Lupen machte, die er selbst schliiff und deren stärkste, die er der Royal Society in London hinterlassen hat, keine stärkere Vergrösserung als 160 zulassen. Hooke⁶⁾ benutzte indessen ein zusammengesetztes Mikroskop, das er aus drei Linsen zusammengesetzt hatte; die mittlere Linse diente einfach zur Vergrösserung des Gesichtsfeldes und wurde bei Beobachtungen von Einzelheiten entfernt.⁷⁾ Aber es fehlte noch die Achromasie,

¹⁾ Man schreibt diese Erfindung gewöhnlich dem vornehmen Florentiner Salvino degli Armati zu, der im Jahre 1317 starb (siehe Poggendorff, Geschichte der Physik, 54).

²⁾ Über die Geschichte des Mikroskops siehe Harting, Das Mikroskop; Braunschweig, 1856 u. folg. Ausg.

³⁾ P. Borel, De vero telescopii inventore; Paris, 1615.

⁴⁾ Fischer, Geschichte der Physik 2, 98; Göttingen 1801.

⁵⁾ Leuwenhoeck (genannt das „Orakel von Delphi“, weil er in Delft geboren ist) hat seine Entdeckungen in einer Reihe von Denkschriften niedergelegt, die an die *Royal Society* von London (die erste ist datirt von 1673) gerichtet waren und dann in vier Bänden vereinigt wurden. Diese erschienen später in holländischer Sprache, dann in lateinischer in Leyden 1724. Die „*Arcana naturae ope microscopiorum detecta*“ wurden 1708 veröffentlicht.

⁶⁾ Hooke, Micrographia, or philosophical description of minute bodies; London, 1665.

⁷⁾ Man findet bei dieser Anordnung das negative Ocular, das 1656 von Huyghens für Fernrohre erfunden war und welches zur gleichen

durch deren Erzielung Hand in Hand mit den allmählichen Fortschritten in der Herstellung und dem Schleifen der Linsen das Instrument zu dem jetzt erreichten Grade der Vollkommenheit gelangte.

Das erste Fernrohr¹⁾ scheint im Jahre 1608 von Hans Lippershey, einem Brillenschleifer in Middelburg²⁾ hergestellt worden zu sein; dasselbe bestand aus einem convexen Objectiv und einem concaven Ocular aus Bergkrystall. Galilei,³⁾ welcher von dieser neuen Erfindung gehört hatte, stellte sich im folgenden Jahr nach demselben Princip ein Fernrohr her, das trotz ungefähr 30facher Vergrößerung sehr deutliche Bilder gab. Mittels dieses Instruments gelang es ihm, die Trabanten des Jupiter zu entdecken, sowie die Phasen der Venus und des Mars, die Sonnenflecken u. s. w.

Für Beobachtungen am Himmel steht dieses Fernrohr jedoch dem Kepler'schen⁴⁾ nach, bei welchem das Ocular aus einer Convexlinse gebildet wird, die hinter dem vom Objectiv entworfenen Bild ihren Platz findet. Dies Bild ist dann reell und kann gleichzeitig mit einem Fadenkreuz gesehen werden, das zusammen mit dem optischen Mittelpunkt des Objectivs eine unveränderliche Visirlinie bestimmt. Allerdings hat Kepler auf diese besonders für physikalische Zwecke so wichtige Eigenschaft nicht hingewiesen, auch überliess er anderen die Construction des Instruments, dessen Princip er ersonnen hatte; es verflossen mehrere Jahre, bevor der Jesuit Scheiner ein astronomisches Fernrohr nach Kepler'schen Ideen baute. Die Anwendung eines Fadenkreuzes und die Benutzung des mit Fadenkreuz versehenen Fernrohrs zum Messen stammt aus einer viel neueren Zeit.⁵⁾

Zeit in Rom von Campani, dem Rivalen von Divini bei der Construction optischer Instrumente, angewandt wurde.

¹⁾ Siehe Poggendorff, l. c. S. 103.

²⁾ Borel schreibt die Erfindung Zacharias Jansen zu, demselben, der auch das Mikroskop erfunden zu haben scheint. Linsen-Kombinationen waren mit Erfolg schon in Italien versucht worden; ein Arzt aus Verona, namens Fracastoro (*Homocentricorum seu de stellis liber unus*; Venedig 1538) erzählt, dass man die Gegenstände durch zwei Linsen grösser und näher erblickt als durch eine einzige. Der Neapolitaner Porta spricht in seiner *Magie naturelle* (herausgeg. 1589) von einer Combination convexer und concaver Brillengläser, durch welche man nahe und entfernte Gegenstände deutlich sehen kann.

³⁾ Galilei, *Nuncius sidereus*; Venedig 1610.

⁴⁾ Kepler, *Dioptrice*, Augusta Vindelicorum. (Augsburg); 1611.

⁵⁾ Im Jahre 1634 ersetzte der Mathematik-Professor Morin in Paris die Alhidade eines Quadranten durch ein Fernrohr. 1640—1641 erfand der Engländer Gascoigne das Mikrometer, von welchem die Astronomen Auzout und Picard 1667 bei der auf Anordnung der Akademie unternommenen Gradmessung die erste wichtige Anwendung machten.

In seiner Dioptrik beschreibt Kepler ein terrestrisches Fernrohr mit einem aus zwei Convexlinsen bestehenden Ocular, deren erste den Zweck hat, das vom Objectiv entworfene umgekehrte Bild durch ein aufrechtes zu ersetzen.¹⁾

Dem Kapuziner Schyrl de Rheita²⁾ verdankt man das terrestrische Fernrohr mit vier Convexlinsen, das heutzutage allein im Gebrauch ist.

Wie erzählt wird, war auf dem Leuchtthurm zu Alexandrien ein grosser Spiegel angebracht, mittels dessen man die aus den griechischen Häfen auslaufenden Schiffe sehen konnte.³⁾ Diese Legende dürfte wohl einen Kern von Wahrheit enthalten, denn die Brennspiegel waren schon lange bekannt und es ist möglich, dass man dieselben damals auch benutzte, um in die Ferne zu sehen.⁴⁾

Der Jesuit Zucchi construirte 1616 einen grossen Apparat, der aus einem Hohlspiegel und einer in passende Entfernung gebrachten Concavlinse bestand.⁵⁾

Diese Idee nahm der Franziskanermönch Mersenne⁶⁾ wieder auf und entwickelte sie weiter, ohne dieselbe jedoch praktisch zu verwerthen, da er davon durch Descartes abgehalten wurde. Zwanzig Jahre später schlug James Gregory⁷⁾ eine analoge Combination vor, deren Ausführung ihm allerdings nicht in ausreichender Weise gelang, die aber darauf (1674) von Hooke verwirklicht wurde. Zur gleichen Zeit stellten dann Newton in

¹⁾ Er spricht daselbst auch von zwei anderen Fernrohren, deren eines aus einem convexen Objectiv und zwei concaven Ocularen besteht (dies besitzt die doppelte Vergrösserung eines Fernrohrs mit einem einzigen concaven Ocular), während das andere aus zwei convexen Objectiven und einem convexen Ocular gebildet wird. (Dadurch wird die Länge des Fernrohrs auf die Hälfte der Länge reducirt, welche es bei einem Objectiv hat.)

²⁾ Rheita, *Oculus Enochii et Eliae, seu Radius sideromysticus*; Antwerpen 1645.

³⁾ Siehe Libri, *Geschichte der mathemat. Wissenschaften in Italien* 1, 215, 229.

⁴⁾ Die Spiegel sind auch zur Beobachtung kleiner Objecte anwendbar. Jedes Teleskop kann als katadioptrisches Mikroskop verwandt werden, wenn man das Ocular entfernt und das Object an die Stelle bringt, wo das reelle Bild entstand. Der grosse Spiegel giebt dann ein reelles vergrössertes Bild, das man leicht an einer Stelle entwerfen kann (etwas jenseits des Mittelpunkts), wo man dasselbe bequem mit einem Ocular betrachten kann.

⁵⁾ Wilde, *Gesch. d. Optik* 1, 307.

⁶⁾ Mersenne, *Phaenomena hydraulico-pneumatica* S. 67; Paris 1644.

⁷⁾ J. Gregory, *Optica promota*; 1663.

England und Cassegrain in Frankreich Teleskope her, welche die Vorbilder der modernen Instrumente geworden sind. Das erste Teleskop von Newton stammt aus dem Jahre 1668, und obwohl dasselbe nur 6 Zoll lang war, war es einem Fernrohr von 6 Fuss gleichwerthig und gab eine 30 bis 40fache Vergrösserung. Im Jahre 1671 stellte Newton ein zweites, etwas grösseres Instrument her, welches in der Bibliothek der Royal Society aufgehoben wird und dessen Zeichnung in den Philosophical Transactions für 1672 zu finden ist. Etwas später veröffentlichte der Professor am Collège zu Chartres, Cassegrain, im Journal des savants die Beschreibung eines Teleskops, das er nach seiner Angabe vor den Newton'schen Instrumenten hergestellt hatte und das er mit Recht für bedeutend besser hielt. Durch die Einführung des Spiegels an Stelle des Objectivs hatte nämlich Newton nur die chromatische Aberration zu beseitigen gesucht. Cassegrain corrigirte durch einen zweiten, entgegengesetzt gekrümmten Spiegel auch die sphärische Aberration; ausserdem war sein Instrument kürzer und lichtstärker. Die Vorzüge des Systems von Cassegrain wurden indessen erst in neuerer Zeit recht gewürdigt. Das von Warren de la Rue für die Sternwarte von Melbourne hergestellte Teleskop ist nach den Angaben von Cassegrain construirt und leistet vorzügliche Dienste.

Alle diese ersten Modelle hatten nur kleine Dimensionen und waren nur von mässiger Wirkung.¹⁾ Auch wurden dieselben fast völlig verlassen, als es Dollond 1717 gelang, achromatische Objective herzustellen. Aber das wachsende Bedürfniss nach einem besseren Studium des Himmels und die Schwierigkeit, grosse Linsen von guter Qualität zu erhalten, führte bald wieder auf die Spiegel zurück, und 1785 unternahm Herschel für seine Sternwarte von Slough (bei Windsor) die Herstellung eines Teleskops, dessen Spiegel eine Brennweite von 12 m und einen Durchmesser von 1,50 m besass.²⁾ Derselbe war schräg geneigt zur Vermeidung des Lichtverlustes, der durch die Reflexion am kleinen ebenen Spiegel bei der Newton'schen Anordnung auftritt. Diese Dimensionen wurden noch überschritten durch Lord Ross, der 1842 zu Birr in Irland ein Teleskop aufstellte mit einem Spiegel von beinahe

¹⁾ John Hadley führte indessen der Royal Society 1723 ein Teleskop nach Newton'schem System vor, dessen Spiegel $62\frac{1}{2}$ Zoll Brennweite besass und das dieselben Resultate lieferte, wie ein Huyghens'sches Fernrohr von 123 Zoll Brennweite.

²⁾ Zur Befestigung und Bewegung dieses Spiegels hatte man eine Menge von Balken, Seilen und Rollen angebracht, von denen Montucla in seiner Geschichte der Mathematik, 3, eine Zeichnung gegeben hat.

17 m Brennweite und 1,80 m Durchmesser. Foucault endlich brachte die Leistung der Spiegel auf einen bis dahin unbekannten Grad der Vollkommenheit, indem er eine starke Ocularvergrößerung möglich machte und auf diese Weise Apparate von beträchtlicher Stärke und weniger colossalen Dimensionen herstellte.¹⁾

Im Jahre 1864 construirte Foucault in den Werkstätten von Sécrtan ein grosses Teleskop mit einem Spiegel von 80 cm Durchmesser, das sich auf der Sternwarte zu Marseille befindet. Er hatte die Herstellung eines Spiegels von 1,20 m Durchmesser begonnen, als der Tod ihn überraschte (1868); sein Werk wurde von seinem Schüler Martin vollendet, die Herstellung des Instrumentes geschah durch Eichens unter der Leitung von Wolf.

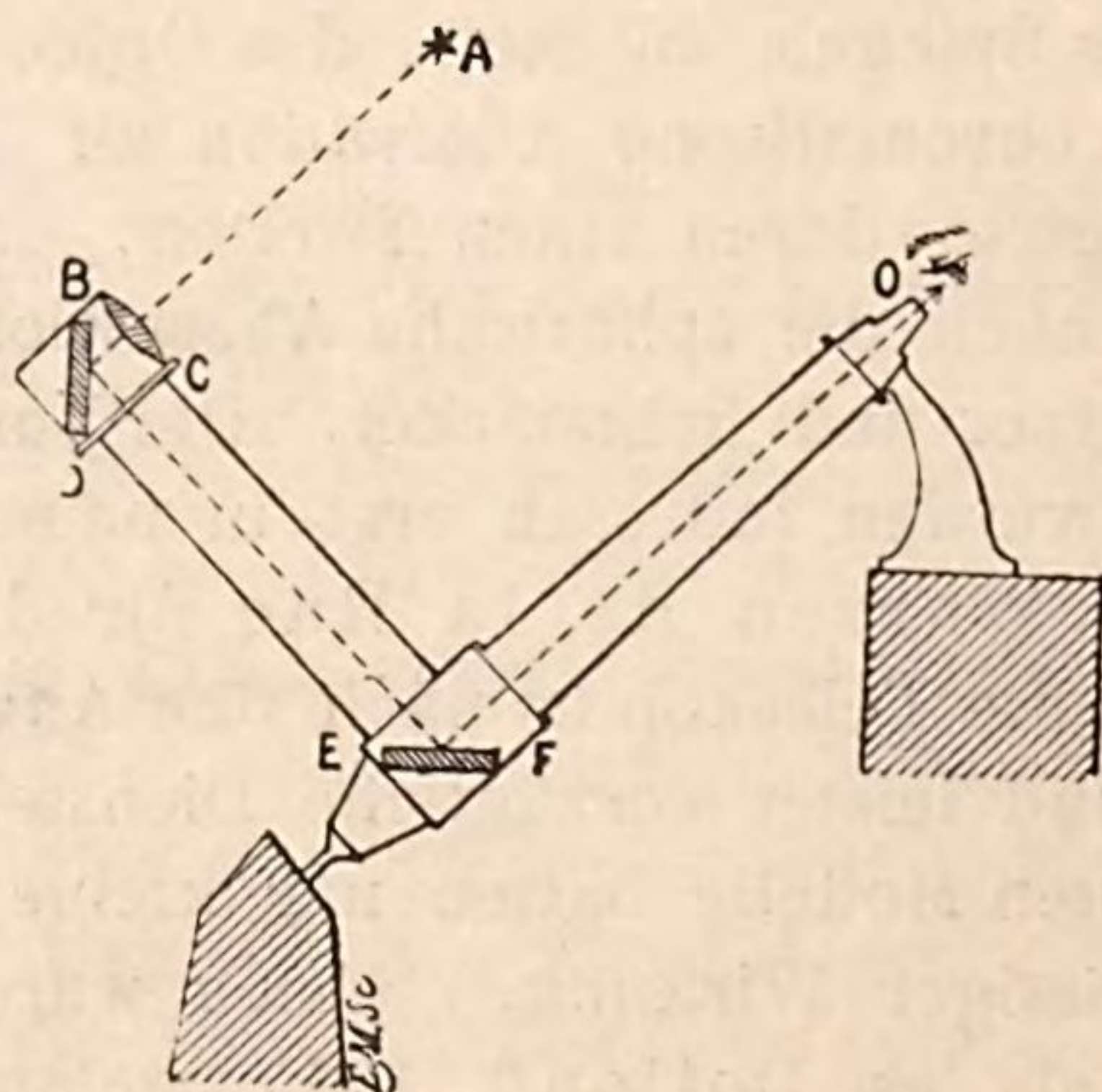


Fig. 422.

Dasselbe wurde 1875 in Paris aufgestellt; sein Tubus hat eine Länge von 7,30 m, das Prisma und das Ocular-Mikroskop sind an einer Alhidade befestigt, die sich in einer zur Teleskop-Achse senkrechten Ebene bewegt. Mit dieser Alhidade ist ein gebrochener Sucher verbunden, dessen Ocular sich neben demjenigen des Mikroskops befindet. Der ganze Apparat ist auf einem parallaktischen Gestell aus Gusseisen befestigt, welches gestattet, der Bewegung eines Sterns zu folgen.

Der Wettstreit zwischen Reflectoren und Refractoren war aber noch nicht beendet; die letzteren haben einen grossen Er-

¹⁾ In den grossen offenen Röhren fangen sich häufig Luftströmungen, welche zu unregelmässigen Brechungen Veranlassung geben und dadurch die Bilder verzerren. Um diese Unzuträglichkeit zu vermeiden, verschliesst Henry die Röhre mittels einer Linse, die auch zur Erzeugung des Bildes beiträgt. (Katadioptrische Teleskope.)

folg errungen durch das grossartige gebrochene Fernrohr von Loewy, das vor einiger Zeit auf der Pariser Sternwarte aufgestellt wurde.¹⁾ Dasselbe besteht aus zwei Theilen (Fig. 422); der eine, an dem sich das Ocular befindet, liegt in Richtung der Weltachse, der andere steht rechtwinklig zu demselben und endigt in einer Fassung, die das Objectiv enthält. Die von einem Stern *A* ausgehenden und auf das Objectiv *BC* auftreffenden Strahlen werden durch die zwei Spiegel *BD*, *EF* zweimal reflectirt und

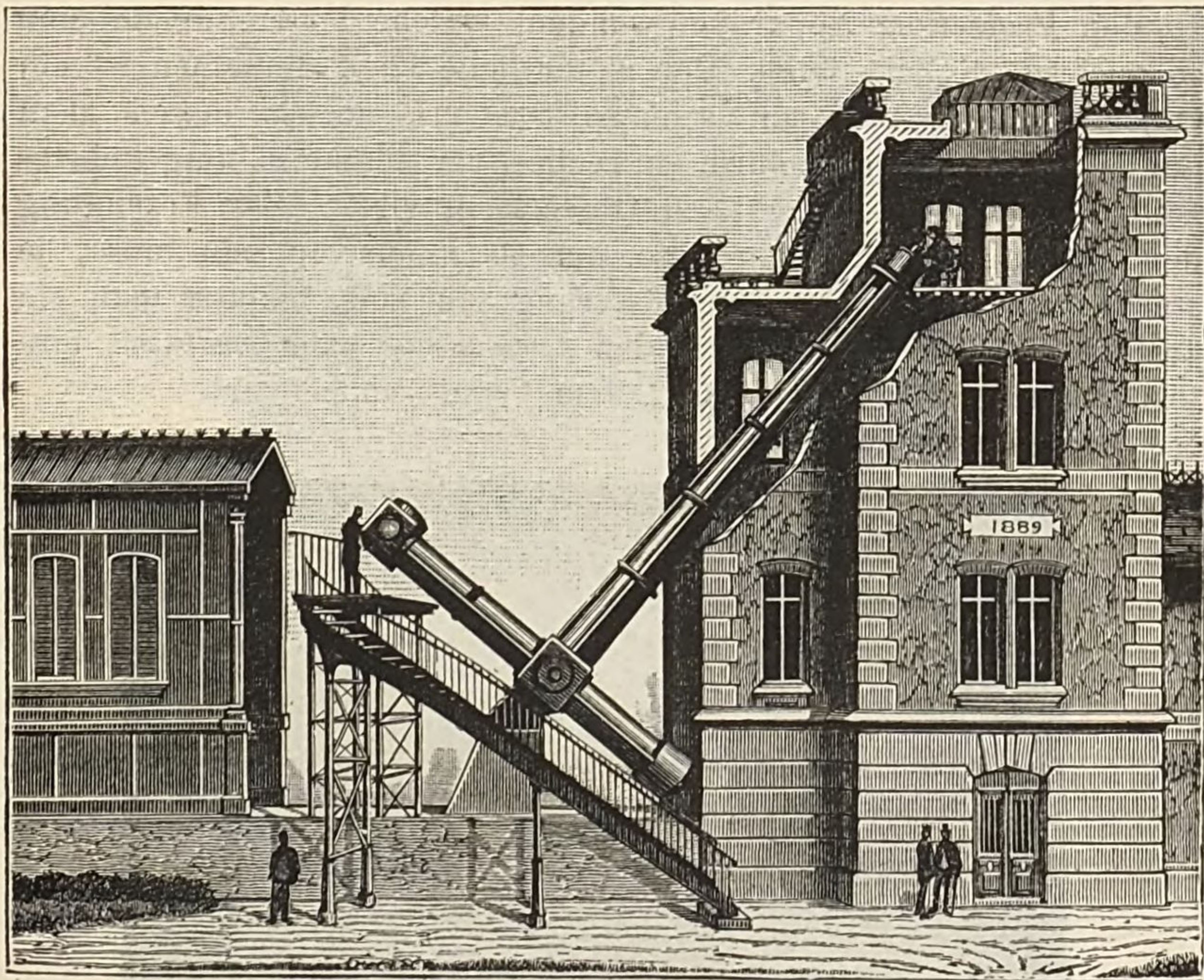


Fig. 423.

gelangen dann zu dem Ocular *O*. Wie man sieht, kann man durch Drehen des ganzen Apparats um die Weltachse und durch Drehen des Objectivs um eine zu dieser senkrechten Achse, am ganzen Himmel Beobachtungen vornehmen. Fig. 423 zeigt das Äquatoreal in seiner Gesammtheit; der optische Theil desselben ist mit einer seltenen Vollkommenheit von Henry, der mechanische Theil von Gautier hergestellt worden. Das Objectiv hat

¹⁾ Siehe La Nature vom 18. April 1891.

60 cm Durchmesser und eine Brennweite von 18 m, seine optische Güte entspricht ganz diesen Dimensionen; die ersten Versuche lieferten schon bemerkenswerthe Resultate.

450. Projections - Apparate und photographische Objective. — Neben den eigentlichen optischen Instrumenten haben wir noch eine Reihe häufig gebrauchter Apparate zu betrachten.

Allgemeine Methode der Projection. — Zunächst wollen wir uns zu den Projections-Apparaten wenden, welche im Unterricht eine so wichtige Rolle spielen. Der wesentliche Theil derselben ist ein Objectiv (Linse oder convergentes System), mittels dessen man auf einem entfernten Schirm ein reelles, vergrößertes, umgekehrtes Bild des passend beleuchteten Objects entwirft. Zur Erzeugung der nöthigen Beleuchtung, die um so intensiver sein muss, je stärker die gewünschte Vergrößerung sein soll, benutzt man ein zweites convergentes System, den *Accumulator* oder *Condensor*, mittels dessen man das Licht auf dem Object concentrirt.

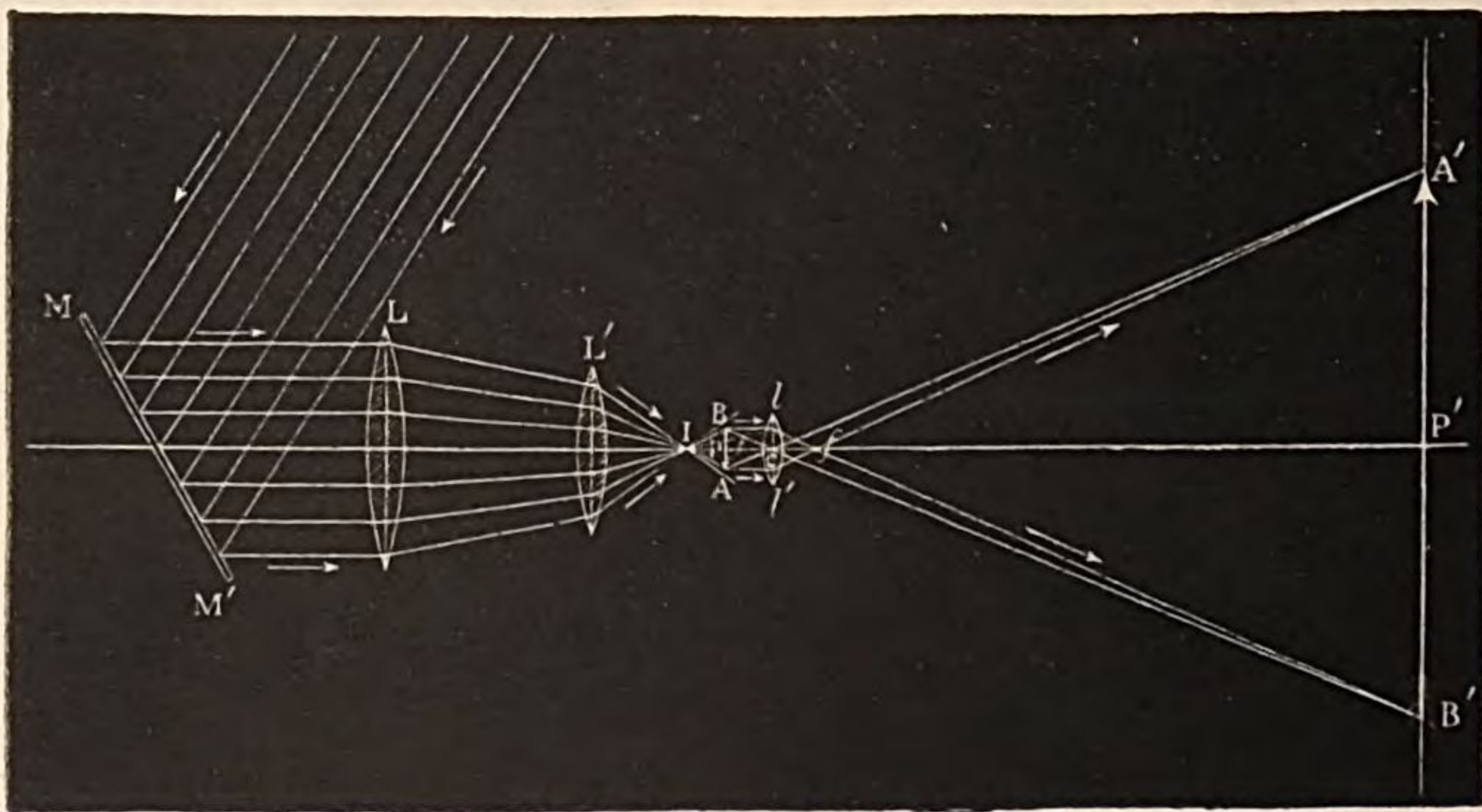


Fig. 424.

Sonnen-Mikroskop. — Bei dem in Fig. 424 abgebildeten Sonnen-Mikroskop fallen die vom Spiegel MM' eines Heliostaten (415, S. 334) reflectirten Strahlen durch eine Öffnung des dunklen Zimmers auf den Condensor LL' ¹⁾ und von da auf das durch-

¹⁾ Wenn man eine künstliche Lichtquelle, z. B. elektrisches Licht, anwendet, so bringt man diese in den Brennpunkt einer vor den Condensor gestellten Linse, so dass auf den Condensor stets annähernd parallele Strahlen auffallen.

sichtige Object AB , sodann auf das Objectiv ll' , welches in $A'B'$ ein umgekehrtes vergrössertes Bild des Objects entwirft. Da das letztere sich sehr nahe am Brennpunkt des Objectivs befindet, so ist die Vergrößerung sehr nahe gleich

$$G = \frac{d}{f},$$

wenn d den Abstand des Schirms vom Objectiv bezeichnet.

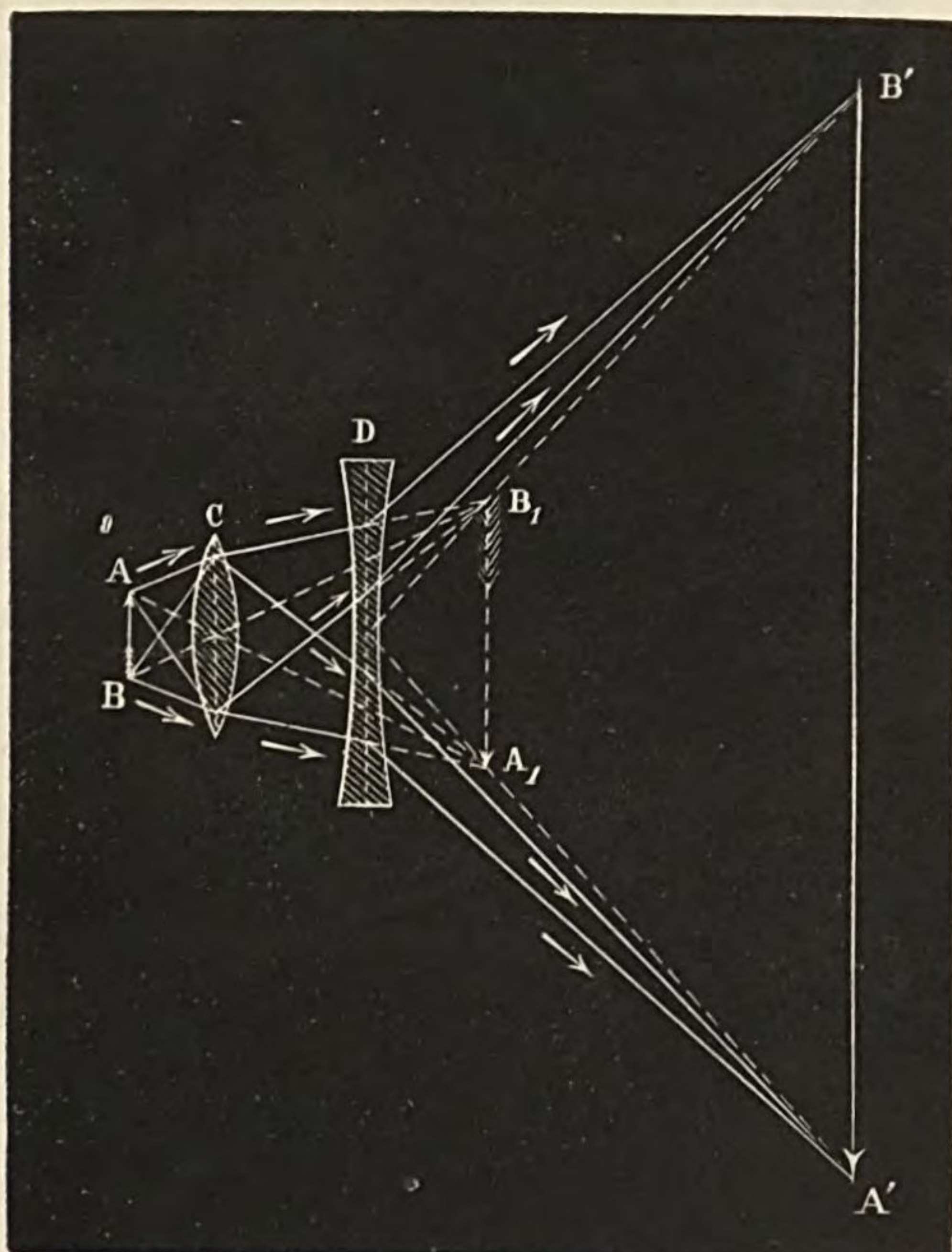


Fig. 425.

Fig. 425 zeigt eine Anordnung, die man oft zur Erreichung beträchtlicher Vergrößerungen benutzt, wenn man dabei zu stark gekrümmte convexe Linsen vermeiden will. Man befreit sich auf diese Weise von der sphärischen Aberration und corrigirt gleichzeitig bei passender Wahl der Linsen die chromatische Aberration.

Projectionsapparate von Duboscq. — Duboscq construirte einen Projectionsapparat (Fig. 427), der am Laden des verdunkelten Zimmers oder an der in Fig. 426 abgebildeten Laterne befestigt wird. Derselbe enthält einen grossen, aus einer planconvexen

Linse bestehenden Accumulator, auf dessen gewölbte Fläche¹⁾ die Strahlen auffallen, und ein Objectiv, mit einer achromatischen Linse von geringerem Durchmesser. Das zu projecirende Object, welches durchsichtig sein muss, wird fast unmittelbar hinter den Condensor gebracht; die Hauptrolle des letzteren besteht dann

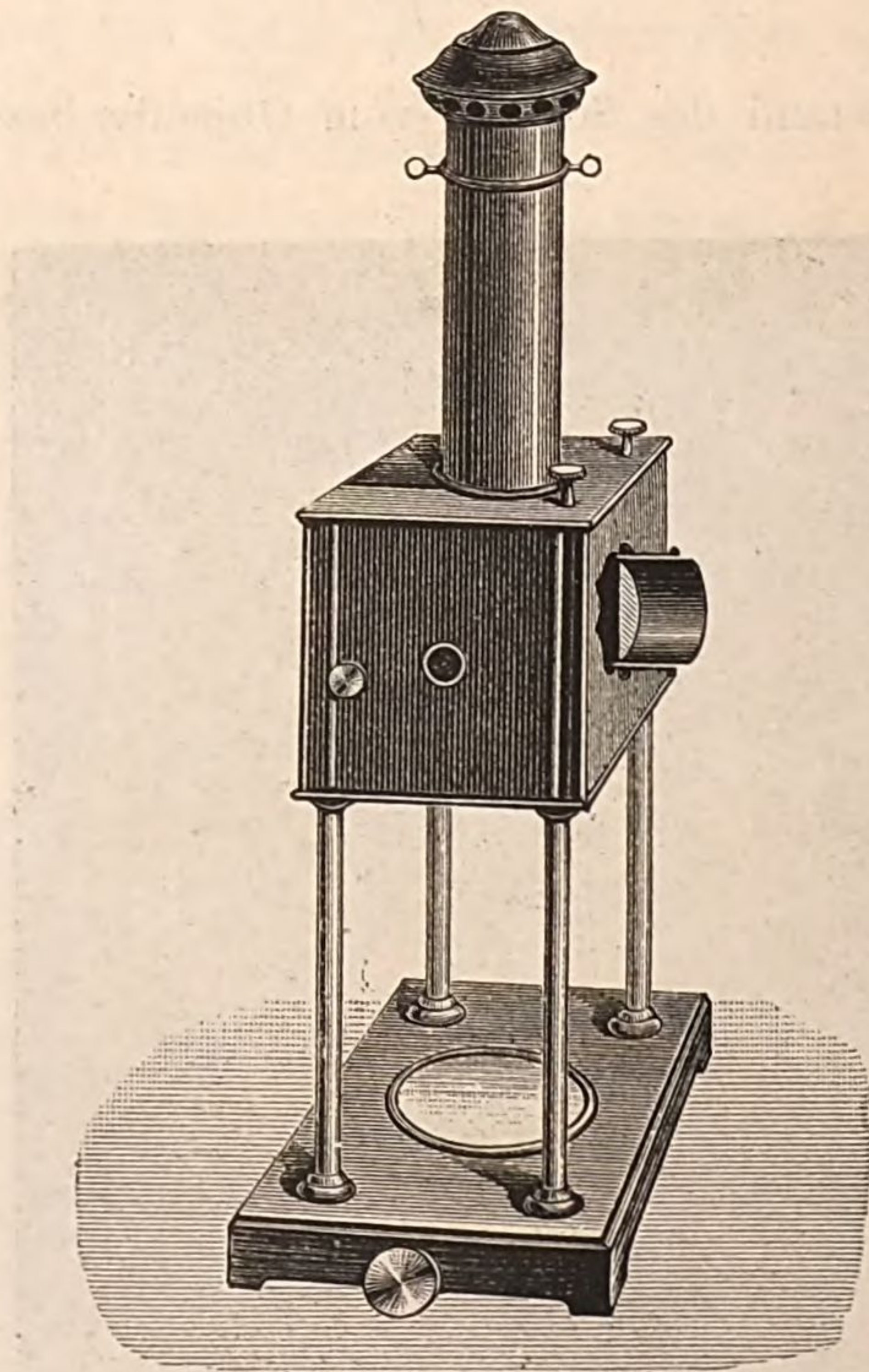


Fig. 426.

darin, das einfallende cylindrische Strahlenbündel in einen Kegel zu verwandeln, der vollständig auf das Objectiv auffällt und zwar nur auf einen kleinen Theil des Objectivs (das sich fast im

¹⁾ So ist wenigstens der Condensor für parallel einfallende Strahlen beschaffen (Sonnenstrahlen oder Strahlen einer Lampe nach dem Durchgang durch eine Linse). Bei einer künstlichen Lichtquelle ist es aber bequemer, die Lampenlinse fortzulassen und einen Condensor anzuwenden, der aus zwei planconvexen, mit den gekrümmten Flächen an einander stossenden Linsen besteht und der so aufgestellt wird, dass er auf dem Object das Bild der Lichtquelle entwirft.

Brennpunkt des Condensors befindet), so dass ein in allen Theilen

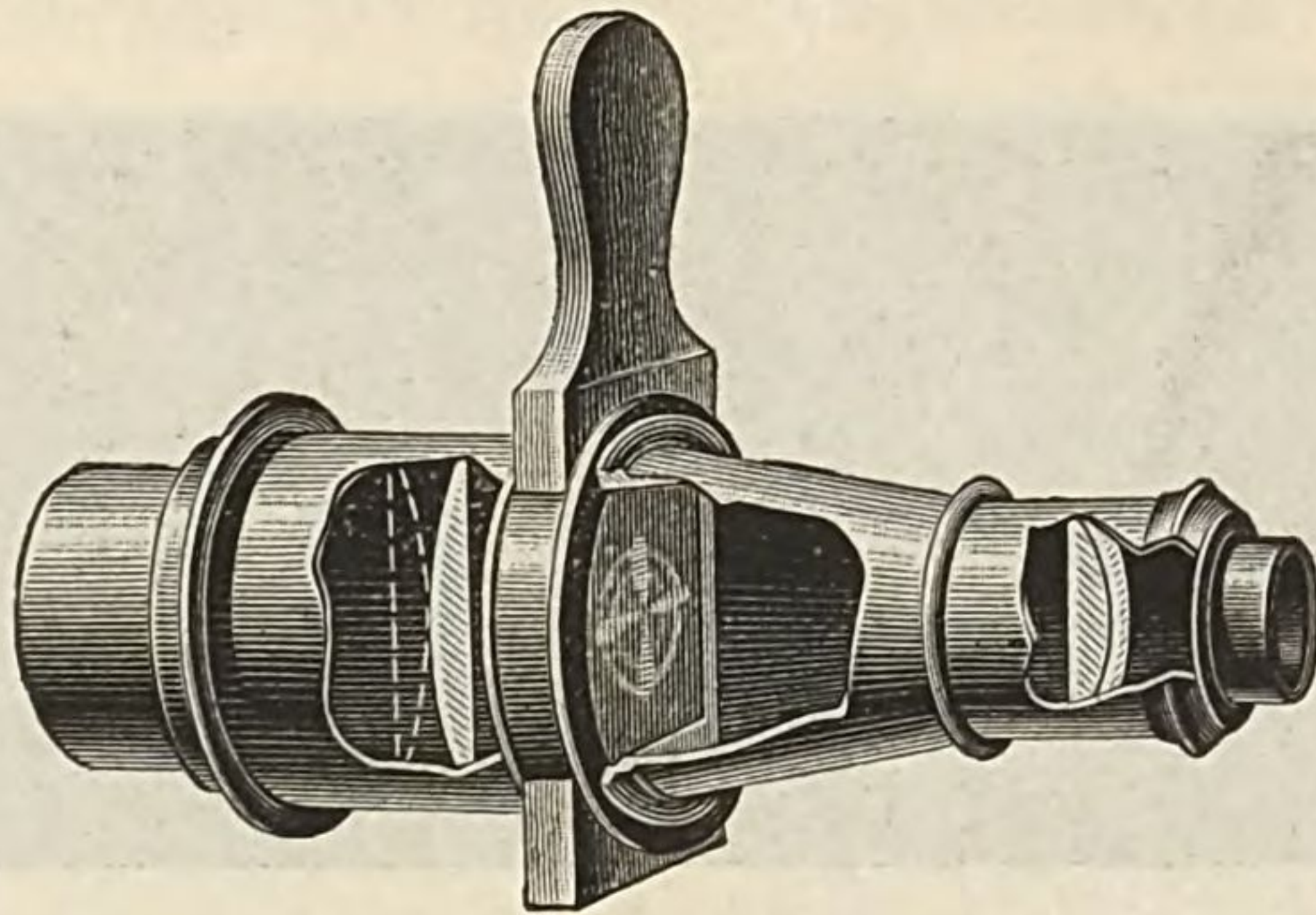


Fig. 427.

deutliches Bild entsteht.¹⁾

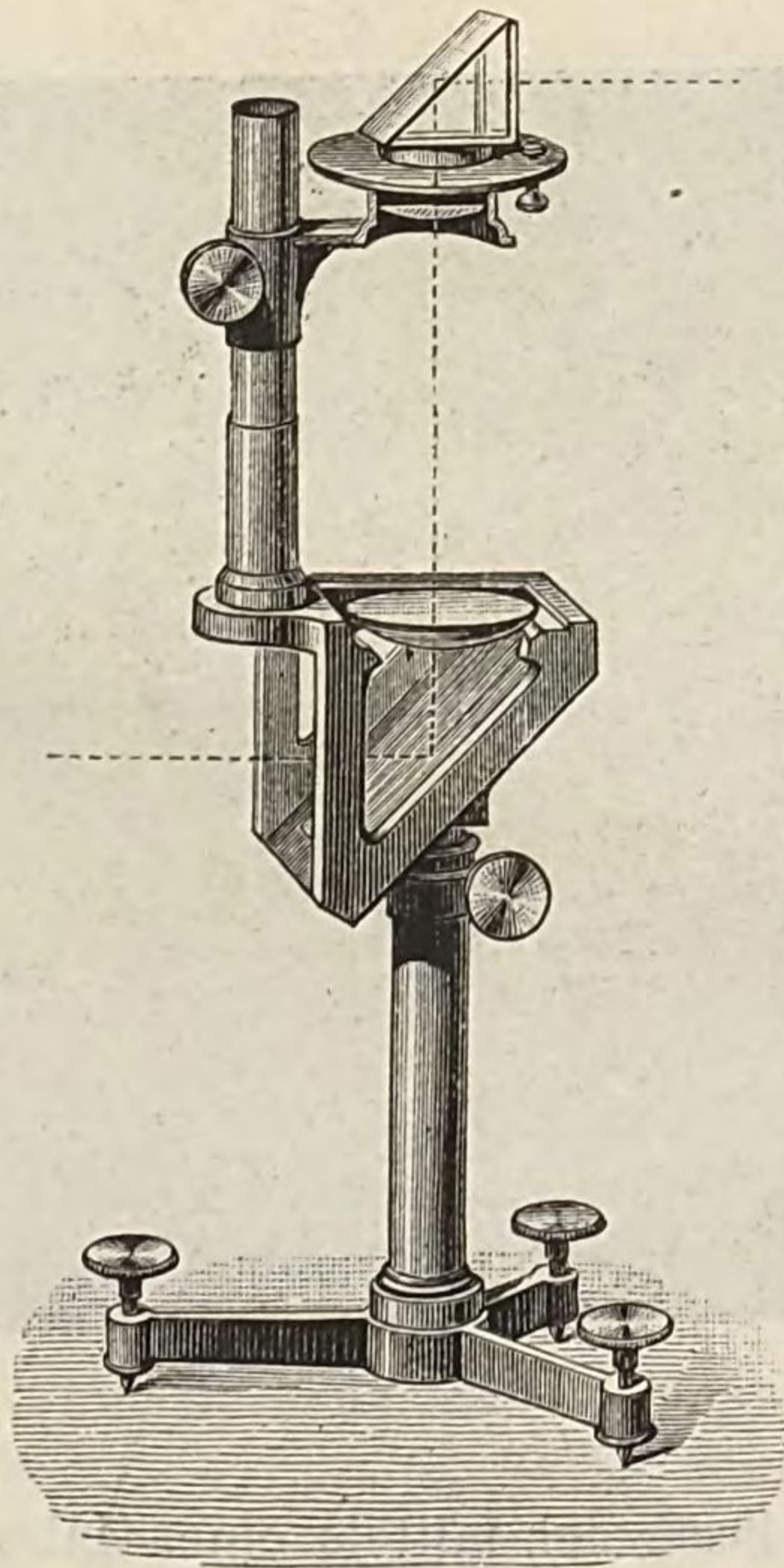


Fig. 428.

Man ordnet denselben Apparat auch vertical an (Fig. 428),

¹⁾ Dieser Apparat ist im Ganzen nur eine gut construirte Laterna magica. Dieselbe ist von Porta erfunden und von Kirchner allge-

um horizontal liegende durchsichtige Objecte projeciren zu können. Die Objecte werden dann direct auf den Condensor gebracht, der

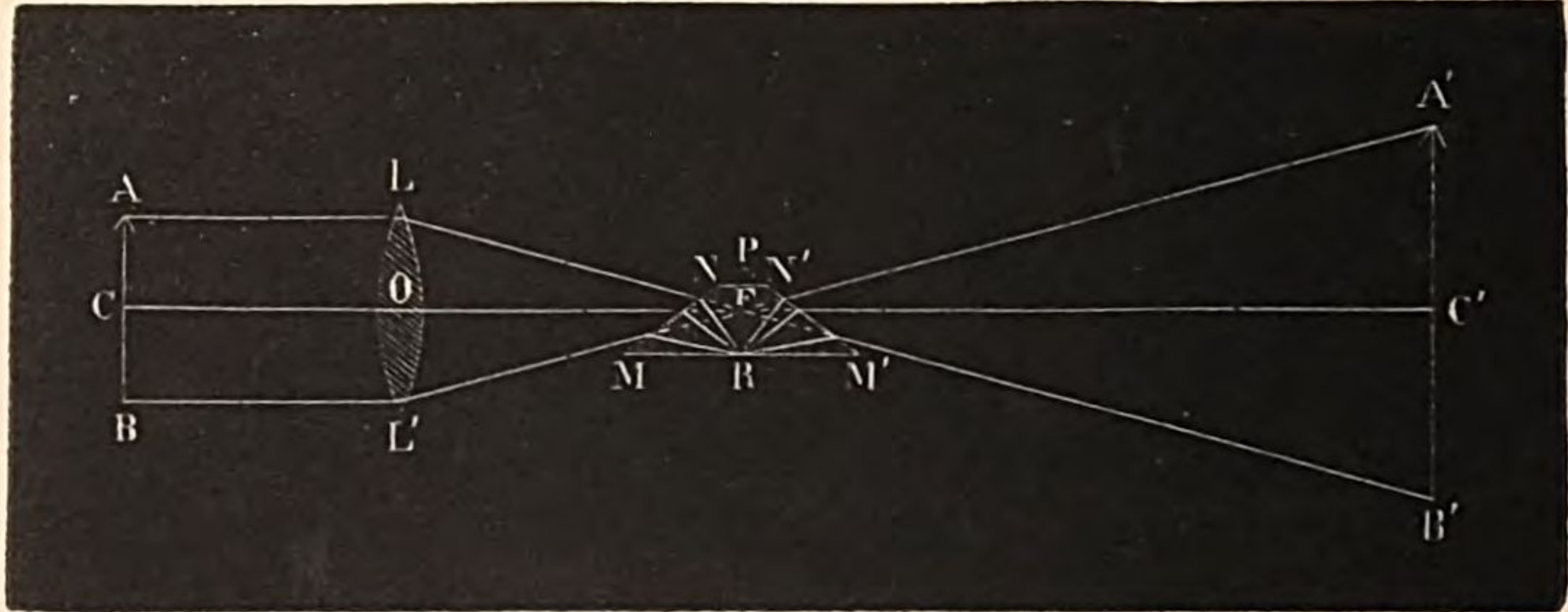


Fig. 429.

von unten her mittels eines um 45° geneigten Spiegels beleuchtet

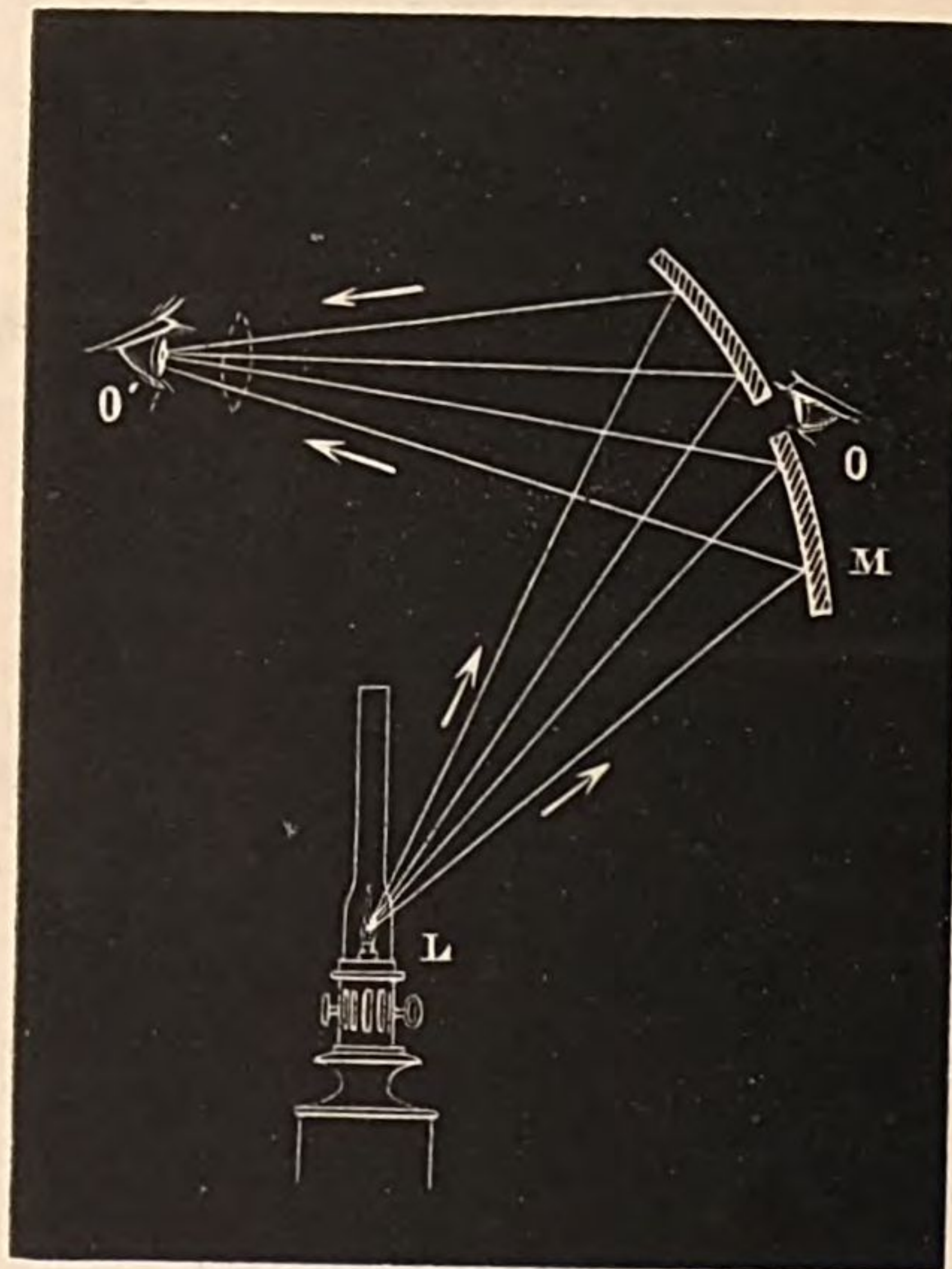


Fig. 430.

wird. Das Objectiv lässt sich mittels einer Zahnstange verschieben

mein verbreitet worden; sie besteht aus einem von einer einzigen Linse gebildeten Condensor, der unzweckmässiger Weise hinter das Object gebracht wird, und einem Objectiv, das ebenfalls aus einer einzigen, nicht achromatischen Linse gebildet wird. Denn Wohlfeilheit ist heutzutage gewöhnlich die erste Eigenschaft, welche man von diesem Spielzeug verlangt.

und entwirft ein Bild an der Decke oder mit Hülfe eines total reflectirenden Prismas auf einem verticalen Schirm.

Duboscq hat ausserdem ein umkehrendes Prisma angegeben, welches man in den zweiten Brennpunkt des Objectivs bringt und das durch totale Reflexion das Strahlenbündel umkehrt, wie Fig. 429 zeigt.¹⁾

Ophthalmoskop, Augenspiegel. — Die sehr geringe Lichtmenge, welche von aussen durch die Pupille in das Auge gelangt, ist vollkommen unzureichend, um den Augen-Hintergrund deutlich sichtbar erscheinen zu lassen. H. v. Helmholtz hat durch seine Erfindung des Augenspiegels der Ophthalmologie einen unschätzbaren Dienst geleistet. In der einfachsten Form ist dies ein Concavspiegel *M* (Fig. 430), mittels dessen der Beobachter *O* das Licht einer Lampe *L* in dem Auge *O'* concentrirt. Man kann dann leicht das Innere dieses Auges durch eine im Mittelpunkt des Spiegels angebrachte Öffnung beobachten, indem man sich dabei nach Bedürfniss einer passenden Linse bedient.

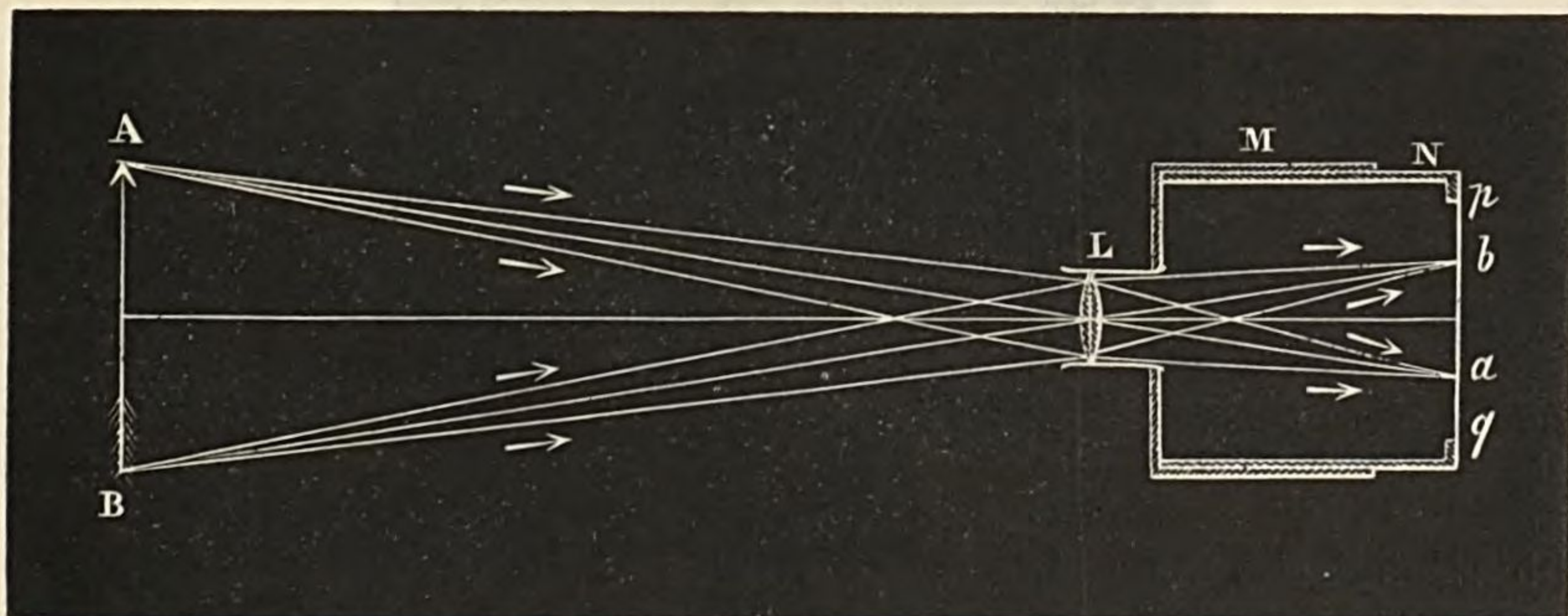


Fig. 431.

Dunkelkammer. — Seit Erfindung der Photographie hat die Dunkelkammer (411) eine besondere Wichtigkeit erlangt. Durch Vergrösserung der Öffnung und Anbringung einer Convexlinse hatte Porta schon eine beträchtliche Verbesserung erreicht; dadurch wird nämlich die in die Kammer eintretende Lichtmenge bedeutend vermehrt und gleichzeitig wird das Bild eines Punktes (theoretisch wenigstens) auf einen Punkt reducirt, welcher auf der durch den optischen Mittelpunkt der Linse gehenden secundären Achse liegt. Eine einzige Linse kann allerdings nur in einem sehr kleinen Feld gute Bilder liefern.

¹⁾ Auch bei den Zeiss'schen Doppelfernrohren werden bildumkehrende Prismen (nach Amici) benutzt, siehe S. 653. — J.

*Photographische Objective.*¹⁾ — Neuerdings hat man es erreicht, dass man mit Öffnungen von 70° bis 75° ausgezeichnete Bilder erhält. Man musste dazu Objective herstellen, deren beide Linsen aus je zwei Linsen zusammengesetzt sind (Fig. 432). Man verfügt dann über acht Radien und einen Abstand, so dass man neun Bedingungen erfüllen kann. Zunächst muss die Conjugirte eines auf der Hauptachse gelegenen Punktes ein einziger Punkt werden, der in einer bestimmten Entfernung liegt und weder

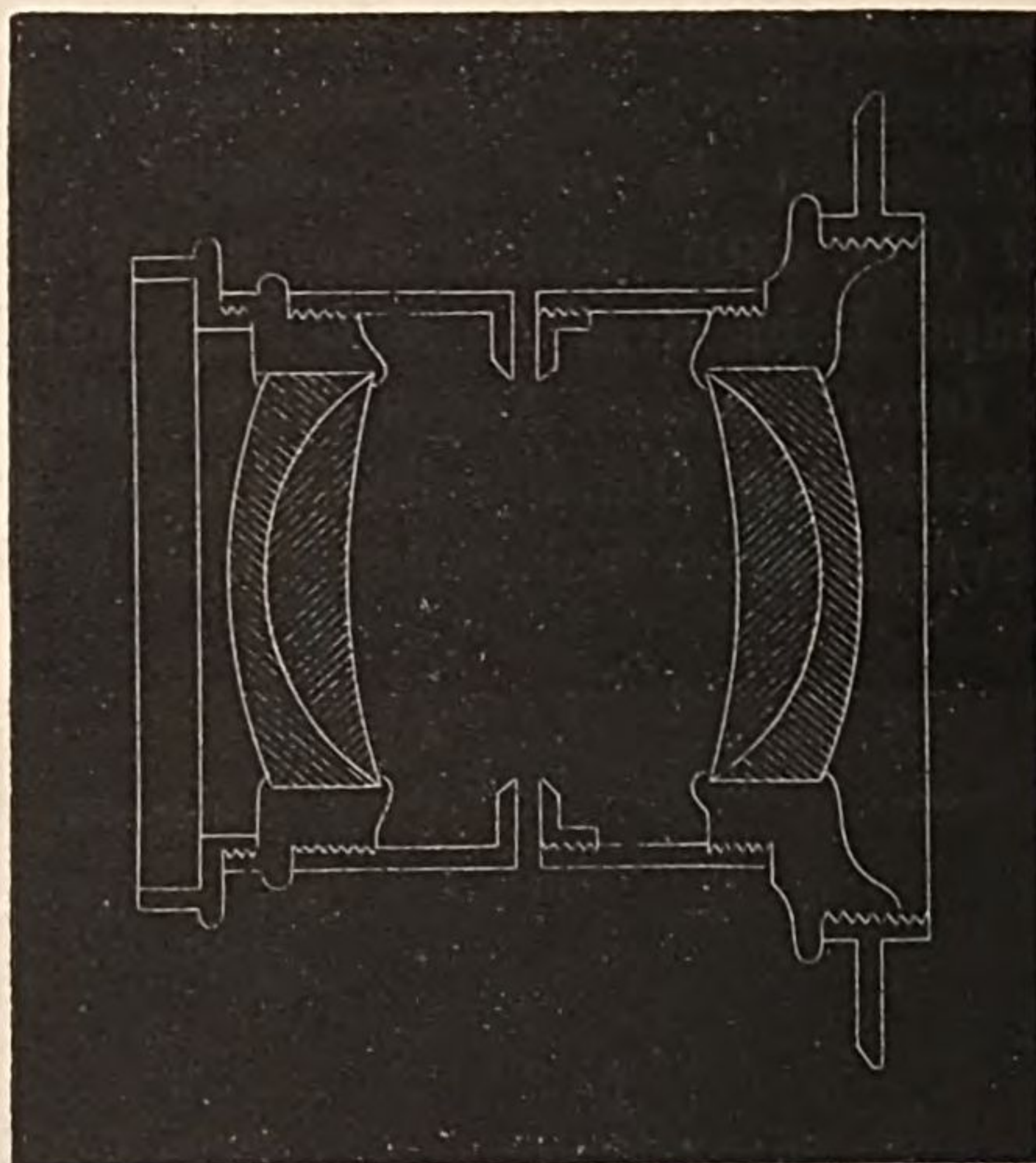


Fig. 432.

sphärische noch chromatische Aberration aufweist; dies ergibt zunächst drei Bedingungen (440). Ausserdem muss für schiefe Büschel die Conjugirte eines Punktes ebenfalls ein Punkt sein und sich in derselben Ebene, wie die centrale Conjugirte befinden; das Bild wird dann annähernd eben sein; ausserdem muss dasselbe dem Object ähnlich sein.

Jede dieser drei letzteren Bedingungen zählt für zwei, da sie für zwei Farben erfüllt sein müssen. Selten werden alle diese Bedingungen zusammen befriedigt sein. Wenn das Bild etwas gross ist (Landschafts-Objectiv), so wird im Allgemeinen keine Ähnlichkeit bestehen. (Die vorderen Ebenen sind vorgerückt.) Diese Bedingung ist dagegen wesentlich bei einem Porträt-Objectiv,

¹⁾ Eine ausführliche Zusammenstellung über photographische Objective siehe in dem Vortrag von O. Lummer (Zeitschr. für Instrk. 17, 208 ff.; 1897). — J.

welches andererseits kein grosses Gesichtsfeld verlangt. Man erreicht dies mittels symmetrischer Objective (Antiplanet von Steinheil, Rectilinear von Dallmeyer [Fig. 432]). Die Ähnlichkeit erfordert, dass die Knotenpunkte aberrationsfrei sind und dass die Achsen der Strahlenbündel durch die Mitte des Zwischenraums gehen. Das Diaphragma kommt also an diese Stelle und das System ist symmetrisch dazu.

Seit 1840 construirten Chevalier in Paris und Petzval in Wien Porträt-Objective durch Combination zweier Linsensysteme.

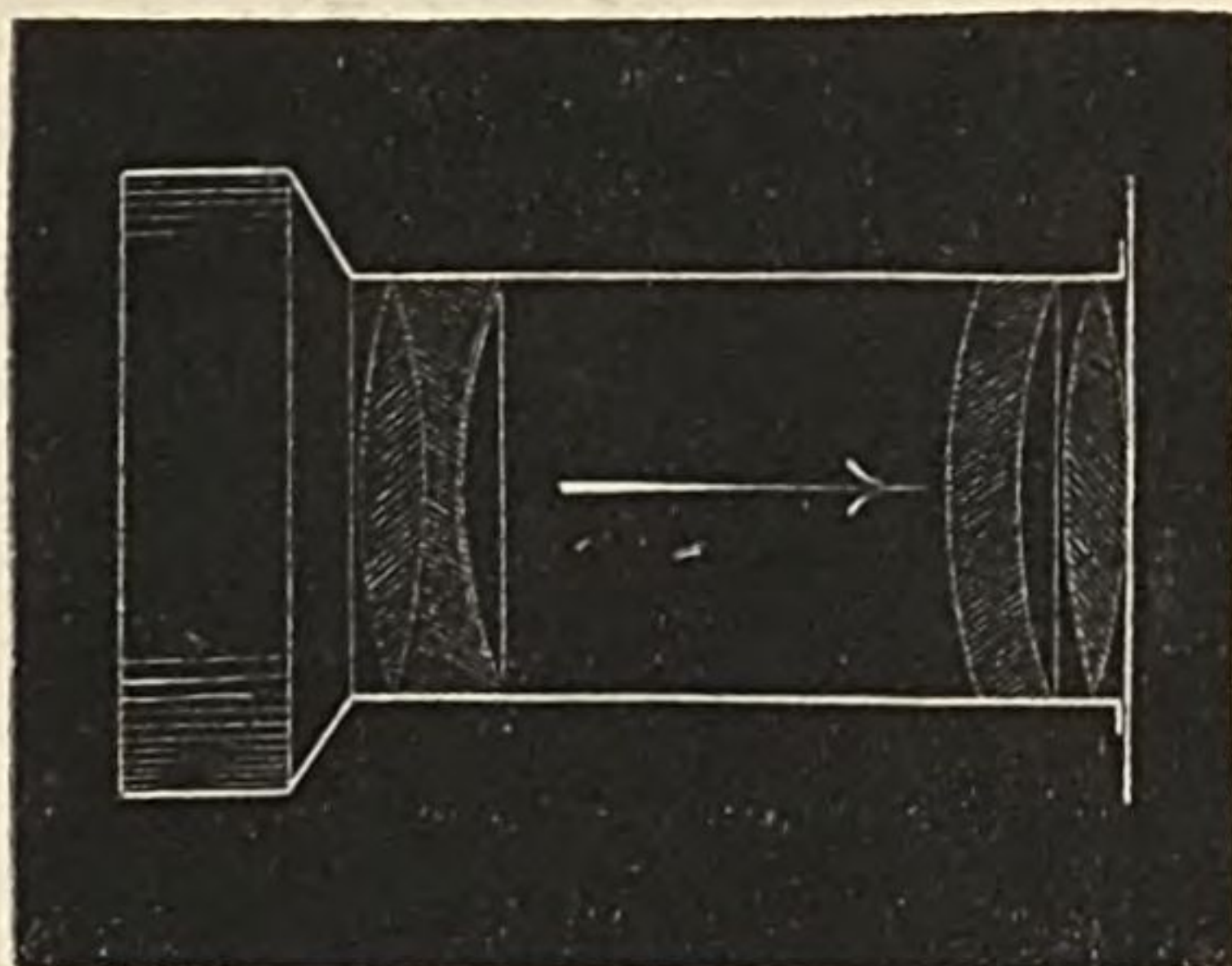


Fig. 433.

Fig. 433 zeigt das Objectiv von Petzval, das aus einem ersten achromatischen und aplanatischen System von geringer Öffnung und einem zweiten System besteht (divergente Flintglaslinse und biconvexe Crownglaslinse), mittels dessen man die seitlichen Aberrationen aufhebt und das Penetrationsvermögen erhöht.

Verlag von Julius Springer in Berlin N.

Wilhelm Weber's Werke.

Herausgegeben von der
Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

— In sechs Bänden. —

ERSTER BAND:

Akustik, Mechanik, Optik und Wärmelehre.

Besorgt durch **Woldemar Voigt**.

*Mit dem Bildniss Webers, 13 Tafeln und in den
Text gedruckten Abbildungen.*

Preis M. 20,—. In Halbfranzband M. 22,50.

ZWEITER BAND:

Magnetismus.

Besorgt durch **Eduard Riecke**.

*Mit 10 Tafeln und in den Text gedruckten
Abbildungen.*

Preis M. 14,—. In Halbfranzband M. 16,50.

DRITTER BAND:

Galvanismus und Elektrodynamik.

Erster Theil.

Besorgt durch **Heinrich Weber**.

Mit 1 Tafel u. in den Text gedruckten Abbildungen.

Preis M. 20,—. In Halbfranzband M. 22,50.

VIERTER BAND:

Galvanismus und Elektrodynamik.

Zweiter Theil.

Besorgt durch **Heinrich Weber**.

*Mit 4 Tafeln und in den Text gedruckten
Abbildungen.*

Preis M. 16,—. In Halbfranzband M. 18,50.

FÜNFTER BAND:

Wellenlehre.

Besorgt durch **Eduard Riecke**.

Mit 18 Tafeln.

Preis M. 18,—. In Halbfranzband M. 20,50.

SECHSTER BAND:

Mechanik der menschlichen Gehwerkzeuge.

Besorgt durch

Friedrich Merkel u. Otto Fischer.

*Mit 17 Tafeln und in den Text gedruckten
Abbildungen.*

Preis M. 16,—. In Halbfranzband M. 18,50.

Lehrbuch der geometrischen Optik

von

R. S. Heath, M. A., D. Sc.,

Professor der Mathematik am Mason College in Birmingham.

Deutsche autorisirte und revidirte Ausgabe von **R. Kanthack, M. Inst. M. E.**

Mit 155 in den Text gedruckten Figuren.

Preis M. 10,—; in Leinwand gebunden M. 11,20.

Elektricität und Optik.

Vorlesungen, gehalten von

H. Poincaré,

Professor und Mitglied der Akademie.

Redigirt von **J. Blondin** und **Bernard Brunhes**, Privatdocenten an der Universität zu Paris.

Autorisirte deutsche Ausgabe von

Dr. W. Jaeger und **Dr. E. Gumlich.**

Assistenten an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

Erster Band.

Die Theorien von **Maxwell** und die elektromagnetische Lichttheorie.

Mit 39 in den Text gedruckten Figuren.

Preis M. 8,—.

Zweiter Band.

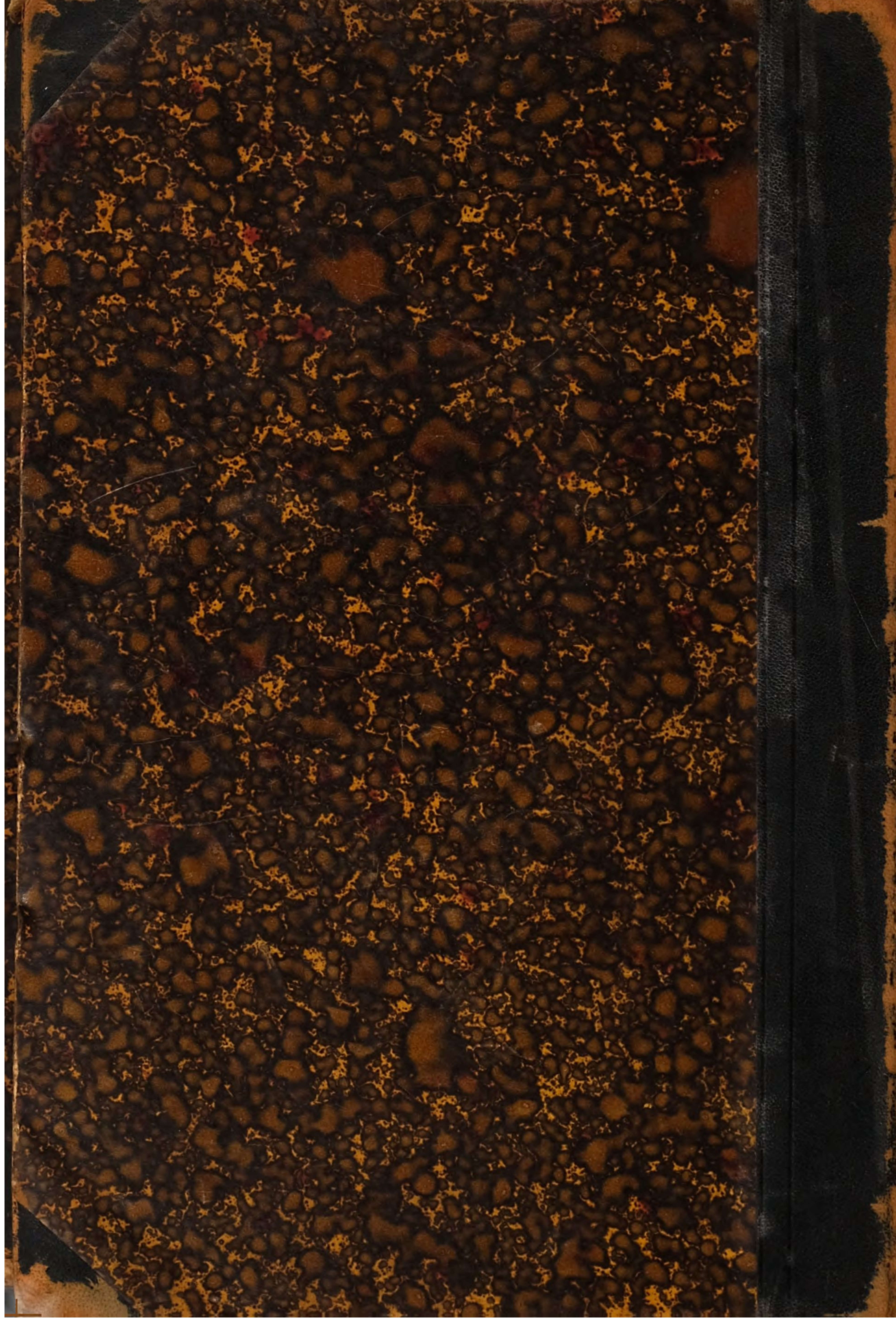
Die Theorien von **Ampère** und **Weber**. — Die Theorie von **Helmholtz** u. Die Versuche von **Hertz**.

Mit 15 in den Text gedruckten Figuren.

Preis M. 7,—.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig. 10064.



Violle, Jules

Lehrbuch der Physik

Bd.: 2,2

1897

Phys.g. 493 f,II-2

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11822125-4